

t. 316, s. 83

$A = (1, 4, 1)$ ja $B = (2, -2, 3)$. Piste P on y -akselilla, joten se on muotoa $P = (0, y, 0)$. Jana AB näkyy pisteestä P suorassa kulmassa, jos vektorien \overrightarrow{PA} ja \overrightarrow{PB} välinen kulma on suora eli jos $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$.

$$\overrightarrow{PA} = \begin{bmatrix} 1-0 \\ 4-y \\ 1-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4-y \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \overrightarrow{PB} = \begin{bmatrix} 2-0 \\ -2-y \\ 3-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2-y \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 1 \cdot 2 + (4-y)(-2-y) + 1 \cdot 3 = 2 - 8 - 4y + 2y + y^2 + 3$$

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PA} = y^2 - 2y - 3 = 0$$

Toiseen asteen yhtälön ratkaisukaavalla saadaan

$$y = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Pisteen P koordinaatit ovat $P = (0, 3, 0)$ tai $P = (0, -1, 0)$.

TI-Nspire:

$$pa := \begin{bmatrix} 1 \\ 4-y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$pb := \begin{bmatrix} 2 \\ -2-y \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{dotP}(pa, pb)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4-y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -y-2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$y^2 - 2 \cdot y - 3$$

$$\text{solve}(y^2 - 2 \cdot y - 3 = 0, y)$$

$$y = -1 \text{ or } y = 3$$

GeoGebra:

