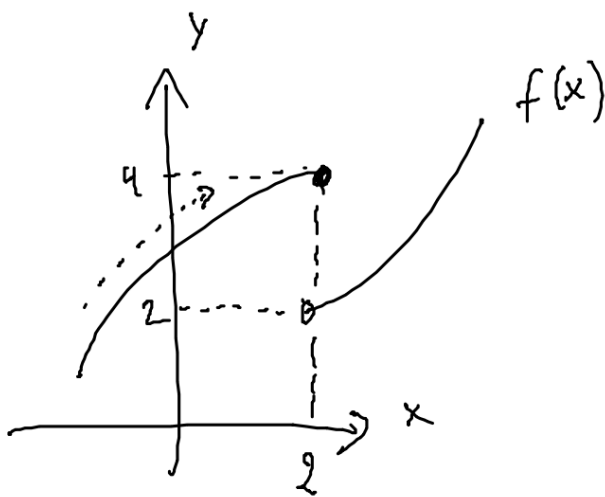


Jatkuvuus



vasemmalta jatkuva

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 4$$

ei oikealta jatkuva

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \neq f(2)$$

Jos $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

$\iff f(x)$ jatkuva kohdassa $x=a$

- Onko $f(x)$ deriv.? Tutki ensin onko jatkuva:
- Jos on, niin tutki erotusosam. raja-arvoa
 - Jos ei, niin ei ole deriv.

239. a) $f(x) = \begin{cases} 6x - 18, & x \leq 3 \\ 3x^2 - 27, & x > 3 \end{cases}$

Jatkuvuus:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (6x - 18) = 6 \cdot 3 - 18 = 0$$

ON JATK. $\leftarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x^2 - 27) = 3 \cdot 3^2 - 27 = 0$

$$f(3) = 6 \cdot 3 - 18 = 0$$

Erotusosam. raja-arvot

$$\begin{aligned} \text{oikea: } f'_+(3) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(3x^2 - 27) - \overbrace{(3 \cdot 3^2 - 27)}^{=0}}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\overbrace{3(x^2 - 9)}^{\text{binomikaava}}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3 \cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{x-3}} = 3 \cdot 6 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vasen: } f'_-(3) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(6x - 18) - \overbrace{(6 \cdot 3 - 18)}^{=0}}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\cancel{6(x-3)}}{\cancel{x-3}} = 6 \end{aligned}$$

V: ei ole deriv. kohdassa $x=3$ (muuttaja on koska lausekkeet polynomeja)

$$b) \quad g(x) = \begin{cases} x-9 & , \quad x < 3 \\ x^2-5x & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

S. 28: 238, 240, 245

Mualla kuin $x=3$:ssä $g(x)$ deriv. koska polyn.
 kohta $x=3$:

• Jatkuvuus: $\lim_{x \rightarrow 3^-} (x-9) = -6$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2-5x) = -6$, $g(3) = -6$

ON JATK.

• Derivoitavuus:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-9) - (3-9)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-3}{x-3} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x^2-5x) - (3^2-5 \cdot 3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-5x+6}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x-2)}{x-3} = 1$$

V: on deriv. kaikkialla

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

a b c

↓
 $x=3$ ja $x=2$

↓
 $1 \cdot (x-3)(x-2)$