Rationaalifunktion ääriarvot

Rationaalifunktio on sama asia kuin murtofunktio, eli nimittäjässä on muuttujaa -> Täytyy tehdä määrittely-joukko. Ääriarvot ovat funktion maksimeja ja minimejä. Derivaatan nollakohdista löytyy ehdokkaita. (Jakolaskusta tulee nolla, kun osoittaja on nolla) Kulkukaaviolla selvitetään onko kohta maksimi tai minimi. Funktion suurin ja pienin arvo löytyy aina välin päätepisteistä tai derivaatan nollakohdista (maksimeista/minimeista).

12.6 Määritä derivaattaa käyttäen funktion

$$f(x) = \frac{3x^3}{4 - x^2}$$

ääriarvokohdat.

$f(x) = \frac{3x^3}{4 - x^2}$

Määrittelyjoukko:

$4 - x^2 \neq 0 \; -> \; x^2 \neq 4 \; -> \; x \neq \pm 2$

$$f'(x) = \frac{9x^2 \cdot (4 - x^2) - 3x^3 \cdot (-2x)}{(4 - x^2)^2} = \frac{36x^2 - 9x^4 + 6x^4}{(4 - x^2)^2} = \frac{-3x^4 + 36x^2}{(4 - x^2)^2} = 0$$

$-> \; -3x^4 + 36x^2 = 0$

$x^2(-3x^2 + 36) = 0$

$x^2 = 0 -> \; x = 0$ *kelpaa*

tai

$-3x^2 + 36 = 0 -> x^2 = 12 -> \; x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3} \approx \pm 3{,}46$ *kelpaa*

Kulkukaaviota varten lasketaan derivaatan arvoja nk. molemmilla puolilla

$$f'(-4) = -\frac{4}{3}$$

$$f'(-1) = \frac{11}{3}$$

$$f'(1) = \frac{11}{3}$$

$$f'(4) = -\frac{4}{3}$$

Otetaan kulkukaavioon mj kohdat myös mukaan

x		$-2\sqrt{3}$		-2		0		2		$2\sqrt{3}$	
$f'(x)$	$-$	dnk	$+$	mj	$+$	dnk	$+$	mj	$+$	dnk	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$
		min								max	

Kulkukaavion mukaan funktiolla minimi kohdassa $x = -2\sqrt{3}$, jonka arvo on

$$f\left(-2\sqrt{3}\right) = 0$$

Vastaavasti kulkukaavion mukaan funktiolla maksimi kohdassa $x = 2\sqrt{3}$, jonka arvo on

$$f\left(2\sqrt{3}\right) = 0$$