

8. Jaksollisten ilmiöiden mallintaminen

- Tutkimustehtävä (GG)

Huom! kellonaika esim. 11.15 on tunteina 11,25!

Esim1.

SkyWheel Helsinki on Suomen suurin maailmanpyörä. Sen halkaisija on noin 40 metriä ja lähtötaso sijaitsee pyörän alimmassa kohdassa. Yksi kierros kestää noin 11 minuuttia. Funktio $f(t) = a \sin(bt + c) + d$ ilmaisee matkustajan lähtötasosta mitatun korkeuden metreinä t minuutin kuluttua lähtöhetkestä.

a) Määritä funktion f lauseke kahden desimaalin tarkkuudella.

b) Arvioi metrin tarkkuudella matkustajan korkeus lähtötasoon verrattuna 4 minuutin kohdalla.

Ratk.

a) Maailmanpyörän halkaisija 40 metriä, joten amplitudi: $a = \frac{40}{2} = 20$.

Alin kohta 0 m ja ylin kohta 40 m, joten vakio $d = \frac{40}{2} = 20$.

Perusjakso on 11, joten $\frac{2\pi}{b} = 11 \quad || \cdot b \quad || : 11$

$$b = \frac{2\pi}{11}$$

$$\approx 0,57$$

Tunnettu piste funktiolla on lähtöhetki (0,0), joten määritetään tämän avulla vakio c . Ratkaisu voidaan rajata sinifunktion perusjakson mittaiselle välille, joten $0 \leq c \leq 2\pi$

$$f(0) = 0$$

$$20 \sin\left(\frac{2\pi}{11} \cdot 0 + c\right) + 20 = 0$$

$$20 \sin(c) = -20 \quad || : 20$$

$$\sin(c) = -1$$

$$c = \frac{3\pi}{2}$$

$$\approx 4,71$$

$$f(t) = 20 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + \frac{3\pi}{2}\right) + 20$$

v: $f(t) = 20,00 \sin(0,57t + 4,71) + 20,00$

b) Lasketaan funktion f arvo ajanhetkellä $t = 4 \text{ min}$

$$f(4) = 20,00 \sin(0,57 \cdot 4 + 4,71) + 20,00 = 32,988... \approx 33 \text{ m}$$

V: Matkustajan korkeus 4 minuutin kohdalla on n. 33 metria