

1) Ratkaise yhtälö $|2x - 1| - 3\left|2 - \frac{x}{2}\right| + x = 1$ i) laskemalla ii) CAS-laskimella iii) graafisesti.

2) Ratkaise epäyhtälö $|3x - 1| < \left|\frac{1}{2}x + 2\right|$ i) GeoGebralla graafisesti ii) CAS-laskimella iii) laskemalla välivaiheittain.

3) Perustele, mikä vaihtoehtoista a-e on oikein i) laskemalla ii) graafisesti. Jos $|x| < \frac{1}{2}$, niin $\left|\frac{x}{x-1}\right|$ on aina

- a) välillä $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ b) pienempi kuin 1 c) välillä $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ d) välillä $\left]\frac{1}{3}, 1\right[$ e) ei välttämättä mikään edellisistä.

4) Osoita laskemalla, että yhtälö $(2a + 1)x + ay - 3a = 0$ esittää suoraparvea. Osoita i) laskemalla ii) graafisesti GeoGebralla, että parven suorilla on yhteinen piste. Mikä tämä piste on?

5) Osoita laskemalla, että yhtälö $4x^2 + 4y^2 + 16ax - 4ay + a^2 = 0$ esittää ympyrää kaikilla vakion $a \neq 0$ arvoilla. Minkä käyrän parven ympyröiden keskipisteet piirtävät?

Tarkista saamasi vastaukset i) graafisesti GeoGebraa käyttäen ii) CAS-laskimella.

6) Ympyrä, ellipsi, paraabeli ja hyperbeli ovat karttioleikkauksia. Karttioleikkaus saadaan, kun asetetaan kärjet vastakkain kahta loputonta, suoraa ympyräkartiopintaa ja leikataan pinta tasolla. Tarkastellaan karttioleikkauksista paraabelin yleistä muotoa.

Paraabelin johtosuora voi olla mikä tahansa suora, eli xy-tason paraabelin akseli voi olla myös muu kuin x- tai y-akselin suuntainen suora. Olkoon paraabelin johtosuora $y = x + 1$ ja polttopiste $(3, 2)$.

- a) Piirrä paraabeli johtosuoran ja polttopisteen perusteella.
- b) Johda paraabelin yhtälö ja vertaa sitä Geogebbran antamaan vastaukseen.
- c) Yleistä kohdan b vastaus ja määritä paraabelin yleinen yhtälö.
- d) Määritä graafisesti kohdan a paraabelin akseli ja huippu.

7) Sijoitetaan vesijohtojärjestelmä xy-koordinaatistoon, jonka pituusyksikkönä on metri. Vesijohto kulkee pisteestä $(1, -2)$ vektorin $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ suuntaan yhteensä 5 metriä. Sen jälkeen vesijohto täytyy liittää yhdysputken avulla runkoputkeen, joka kulkee pisteen $(-1, 5)$ kautta vektorin $6\mathbf{i} - \mathbf{j}$ suuntaan. Kuinka pitkä yhdysputken on vähintään oltava, jotta se riittäisi yhdistämään vesijohdon runkoputkeen? Ratkaise tehtävä i) graafisesti GeoGebralla ii) välivaiheittain laskemalla iii) CAS-laskimella.

