

2.1

- a) Laaditaan lauseen $A \wedge \neg B$ totuustaulu.

A	B	$\neg B$	$A \wedge \neg B$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0

Kuvan tapauksessa lause A on tosi ja B epätosi, joten lause $A \wedge \neg B$ on tosi.

- b) Laaditaan lauseen $\neg A \vee B$ totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

Kuvan tapauksessa lause A on tosi ja B epätosi, joten lause $\neg A \vee B$ on epätosi.

Vastaus

a) tosi

b) epätosi

2.2

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
1	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

b) Lauseiden totuustaulut ovat samat.

c) $\neg A \wedge \neg B$: ”Mortti on syytön ja Vertti on syytön.”

$\neg(A \vee B)$: ”Ei pidä paikkaansa, että Mortti tai Vertti on syyllinen.”

Vastaus

b) Lauseiden totuustaulut ovat samat.

c) $\neg A \wedge \neg B$: ”Mortti on syytön ja Vertti on syytön.”

$\neg(A \vee B)$: ”Ei pidä paikkaansa, että Mortti tai Vertti on syyllinen.”

2.3

Olkoon

A : ”Jemina rakastaa Vernerää” ja

B : ”Jemina rakastaa Tuomasta”.

- a) Lause ”jos Jemina rakastaa Vernerää tai Tuomasta, niin Jemina rakastaa heitä molempia” voidaan kirjoittaa muotoon

”jos Jemina rakastaa Vernerää tai Jemina rakastaa Tuomasta, niin Jemina rakastaa Vernerää ja Jemina rakastaa Tuomasta”.

Lauseen formalisointi on $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$.

Laaditaan lauseen totuustaulu.

A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$	$(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
0	0	0	0	1

Lause on tosi, kun lauseet A ja B ovat molemmat tosia tai molemmat epätosia. Eli lause on tosi, jos Jemina rakastaa molempia tai Jemina ei rakasta kumpaakaan.

- b) Lause ”Jemina rakastaa Vernerii ja Tuomasta, jos ja vain jos Jemina ei rakasta kumpaakaan” voidaan kirjoittaa muotoon

”Jemina rakastaa Vernerii ja Jemina rakastaa Tuomasta, jos ja vain jos Jemina ei rakasta Vernerii ja Jemina ei rakasta Tuomasta.”

Lauseen formalisointi on $(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$.

Laaditaan lauseen totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$\neg A \wedge \neg B$	$(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0

Lause on tosi, kun joko lause A on tosi tai lause B on tosi, mutta eivät molemmat yhtä aikaa. Eli lause on tosi, jos Jemina rakastaa vain joko Vernerii tai Tuomasta.

Vastaus

- a) $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$

Lause on tosi, jos Jemina rakastaa molempia tai jos Jemina ei rakasta kumpaakaan.

- b) $(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Lause on tosi, jos Jemina rakastaa vain joko Vernerii tai Tuomasta.

2.4

a) Laaditaan lauseen $A \vee (B \Rightarrow A)$ totuustaulu.

A	B	$(B \Rightarrow A)$	$A \vee (B \Rightarrow A)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1

Laaditaan lauseen $(A \vee B) \Rightarrow A$ totuustaulu.

A	B	$A \vee B$	$(A \vee B) \Rightarrow A$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
0	0	0	1

Lauseiden totuustaulut ovat samat.

b) $A \vee (B \Rightarrow A)$:

”Pidän sushista tai, jos pidän pitsasta, niin pidän sushista.”

$(A \vee B) \Rightarrow A$:

”Jos pidän sushista tai pizzasta, niin pidän sushista.”

Vastaus

a) Lauseiden totuusarvot ovat samat.

b) $A \vee (B \Rightarrow A)$:

”Pidän sushista, tai jos pidän pitsasta, niin pidän sushista.”

$(A \vee B) \Rightarrow A$:

”Jos pidän sushista tai pizzasta, niin pidän sushista.”

2.5

Viesti $L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$ oli luotettavalta taholta eli voidaan olettaa, että se on totta.

Laaditaan lauseen $L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$ totuustaulu.

L	O	$\neg L$	$\neg L \Leftrightarrow O$	$L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0

Lause on tosi vain, kun lause L on tosi ja lause O epätosi.
Täten syyllinen on lehtori Lehikoinen.

Vastaus

Syyllinen on lehtori Lehikoinen.

2.6

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

Lause on tosi, kun A on tosi tai B ja C molemmat tosia.

Vastaus

Lause on tosi, kun A on tosi tai B ja C molemmat tosia.

2.7

Olkoon

A : "Jukka on syytön",

B : "Paavo on syytön" ja

C : "Mika on syytön".

Formalisoidaan lauseet.

"Jos Jukka on syytön tai Paavo on syyllinen, niin Mika on syyllinen."

$$(A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$$

"Jos Jukka on syytön, niin Mika on syytön."

$$A \Rightarrow C$$

"Jukka ja Mika eivät rötöstele yhdessä" eli ainakin toinen heistä on syytön.

$$A \vee C$$

Laaditaan lauseiden totuustaulut.

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$A \vee \neg B$	$(A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$	$A \Rightarrow C$	$A \vee C$
1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	0

Koska lausunnot olivat täysin luotettavilta todistajilta ja rehtori tiesi viimeisen lauseen pitävän paikkansa, pitää kaikkien lauseiden olla tosia.

Näin käy vain, kun A on epätosi, B tosi ja C tosi. Siis Jukka on syyllinen, Paavo on syytön ja Mika on syytön.

Vastaus

Syyllinen on Jukka.

2.8

Olkoon A : "Aino on ritari" ja B : "Björn on ritari".

Formalisoidaan Ainon väite "molemmat ovat kelmejä" eli "Aino on kelmi ja Björn on kelmi": $\neg A \wedge \neg B$.

Laaditaan lauseen totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Koska ritarit puhuvat aina totta ja kelmit valehtelevat, lauseella A ja Ainon väitteellä tulee olla sama totuusarvo. Täten vain rivi, jossa A on epätosi ja B tosi on hyväksyttävä.

Aino on siis kelmi ja Björn ritari.

Vastaus

Aino on kelmi ja Björn ritari.

2.9

Olkoon A : "Auvo on ritari" ja B : "Bobi on ritari".

Formalisoidaan lauseet.

Bobi: "Olemme molemmat kelmejä tai molemmat ritareita."

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)$$

Auvo: "Toinen meistä on kelmi ja toinen ritari."

$$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$$

Laaditaan lauseiden totuustaulut.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$	$A \wedge B$	$A \wedge \neg B$	$\neg A \wedge B$	$(\neg A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)$	$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0

Koska ritarit puhuvat aina totta ja kelmit valehtelevat aina, lauseella A ja Auvon väitteellä täytyy olla sama totuusarvo. Samoin lauseella B ja Bobin väitteellä täytyy olla sama totuusarvo.

Vain rivi, jossa A on tosi ja B epätosi on hyväksyttävä.

Siis Auvo on ritari ja Bobi kelmi.

Vastaus

Auvo on ritari ja Bobi kelmi.

2.10

Laaditaan lauseen $(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$ eli poissulkevan disjunktion $A \underline{\vee} B$ totuustaulu.

A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$
1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0

Vastaus

A	B	$A \underline{\vee} B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

2.11

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

b) Lauseiden totuustaulut ovat samat.

c) $\neg A \vee \neg B$:

”Mortti on syytön tai Vertti on syytön.”

$\neg(A \wedge B)$:

”Ei pidä paikkaansa, että Mortti ja Vertti molemmat ovat syyllisiä.”

Vastaus

b) Lauseiden totuustaulut ovat samat.

c) $\neg A \vee \neg B$:

”Mortti on syytön tai Vertti on syytön.”

$\neg(A \wedge B)$:

”Ei pidä paikkaansa, että Mortti ja Vertti molemmat ovat syyllisiä.”

2.12

a) Laaditaan totuustaulut.

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Totuustaulut ovat samat.

b) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$: ”Jos pidän sushista, niin pidän pitsasta, ja jos pidän pitsasta, niin pidän sushista.”

$A \Leftrightarrow B$: ”Pidän sushista, jos ja vain jos pidän pitsasta.”

Vastaus

a) Totuustaulut ovat samat.

b) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$:

”Jos pidän sushista, niin pidän pitsasta, ja jos pidän pitsasta, niin pidän sushista.”

$A \Leftrightarrow B$: ”Pidän sushista, jos ja vain jos pidän pitsasta.”

2.13

Olkoon

A : ”lähden Tampereelle”,

B : ”menen elokuviin” ja

C : ”käyn taidemuseossa”

- a) Formalisoidaan lause: ”Vuokko lähtee Tampereelle ja käy siellä elokuvissa tai taidemuseossa”.

$$A \wedge (B \vee C)$$

Laaditaan totuustaulu.

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	rivinumero
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	2
1	0	1	1	1	3
1	0	0	0	0	4
0	1	1	1	0	5
0	1	0	1	0	6
0	0	1	1	0	7
0	0	0	0	0	8

- b) Formalisoidaan lause: ”Vuokko lähtee Tampereelle ja menee elokuviin, tai Vuokko käy taidemuseossa”.

$$(A \wedge B) \vee C$$

Laaditaan totuustaulu.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee C$	rivinumero
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	2
1	0	1	0	1	3
1	0	0	0	0	4
0	1	1	0	1	5
0	1	0	0	0	6
0	0	1	0	1	7
0	0	0	0	0	8

- c) Totuustaulut poikkeavat riveillä 5 ja 7 eli tapauksissa, joissa Vuokko ei mennyt Tampereelle, mutta kävi taidemuseossa.

Vastaus

a) $A \wedge (B \vee C)$

b) $(A \wedge B) \vee C$

- c) Totuustaulut poikkeavat tapauksissa, joissa Vuokko ei mennyt Tampereelle, mutta kävi taidemuseossa.

2.14

Olkoon A : ”matkustetaan junalla” ja B : ”ostetaan eväitä”.

a) Formalisoidaan lauseet.

Markus: ”Jos matkustetaan junalla, niin ostetaan eväitä.”; $A \Rightarrow B$

Iitu: ”Jos matkustetaan junalla, niin ei osteta evästä.”; $A \Rightarrow \neg B$

Koska molempien vaatimusten pitää toteutua, tutkitaan totuustaulun avulla, milloin kumpikin lause on yhtä aikaa tosi.

A	B	$\neg B$	$A \Rightarrow B$	$A \Rightarrow \neg B$
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1

Lauseet ovat tosia silloin, kun lause A on epätosi. Eli toiveet voidaan toteuttaa, jos ei matkusteta junalla. Tällöin eväitä voidaan ostaa tai olla ostamatta.

b) Formalisoidaan lause.

Heidi: ”Jos matkustetaan junalla, niin ostetaan eväitä ja jos ei matkusteta junalla, niin ostetaan eväitä.”; $(A \Rightarrow B) \wedge (\neg A \Rightarrow B)$

Koska kaikkien vaatimusten pitää toteutua, tutkitaan totuustaulun avulla, milloin kaikki kolme lausetta ovat yhtä aikaa tosia.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \Rightarrow B$	$A \Rightarrow \neg B$	$\neg A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge (\neg A \Rightarrow B)$
1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0

Heidinkin toive on mahdollista toteuttaa. Tällöin ei mennä junalla ja ostetaan eväitä.

Vastaus

- a) Toiveet voidaan toteuttaa, jos ei matkusteta junalla. Tällöin eväitä voidaan ostaa tai olla ostamatta.
- b) Myös Heidin toive voidaan toteuttaa. Tällöin ei matkusteta junalla ja ostetaan eväitä.

2.15

Laaditaan lauseen $(P \wedge \neg M) \vee J$ totuustaulu.

P	M	J	$\neg M$	$P \wedge \neg M$	$(P \wedge \neg M) \vee J$
1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	0	0	1	0	0

Koska tehtävänannossa todettiin, että viesti on epätosi, keskitytään epätosiin riveihin.

Näillä riveillä Jukka on syytön.

Lisäksi Mika ja Paavo voivat molemmat olla syyttömiä tai syyllisiä, tai Mika yksinään syyllinen ja Paavo syytön.

Rehtori voi siis päätellä ainoastaan sen, että Jukka on syytön.

Vastaus Jukka on syytön.

2.16

Olkoon

A : ”Ari on ritari”,

B : ”Brädi on ritari” ja

C : ”Credo on ritari”.

Formalisoidaan lauseet.

Ari: ”Olemme kaikki kelmejä.”; $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$

Brädi: ”Vain yksi meistä on ritari”;

$(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$

Laaditaan totuustaulu, jonka avulla tutkitaan lauseita $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$ ja

$(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$. Merkitään

jälkimmäistä lausetta kirjaimella L , jotta se on helpompi mahdollistaa totuustauluun.

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg C$	$\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$	$A \wedge \neg B \wedge \neg C$	$\neg A \wedge B \wedge \neg C$	$\neg A \wedge \neg B \wedge C$	L
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0

Kelmit valehtelevat aina, ja ritarit puhuvat aina totta.

Lauseella A ja Arin väittämällä tulee olla sama totuusarvo.

(Rivit 5, 6 ja 7.)

Lauseella B ja Brädin väittämällä tulee olla sama totuusarvo.

(Rivit 3, 6 ja 8.)

Täten ainoastaan rivi 6 hyväksytään.

Joten Ari on kelmi, Brädi on ritari ja Credo on kelmi.

Vastaus

Ari on kelmi, Brädi on ritari ja Credo on kelmi.

2.17

Olkoon

A : ”Aaro on ritari”,

B : ”Birgitta on ritari” ja

C : ”Cecilia on ritari”.

Formalisoidaan Aaron väitteet.

”Birgitta ja Cecilia ovat ritareita.”: $B \wedge C$

”Birgitta on kelmi.”: $\neg B$

Laaditaan totuustaulu.

A	B	C	$B \wedge C$	$\neg B$
1	1	1	1	0
1	1	0	0	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	0	1

Koska kelmit valehtelevat aina ja ritarit puhuvat aina totta, täytyy lauseella A ja Aaron väitteillä olla sama totuusarvo.

Tällöin Cecilia on kelmi.

Vastaus

Cecilia on kelmi.

2.18

Olkoon

D : ”Daniel on ritari”,

E : ”Emil on ritari” ja

F : ”Fanni on ritari”.

Formalisoidaan lauseet.

Daniel: ”Minä olen ritari ja Fanni on kelmi.”; $D \wedge \neg F$

Emil: ”Daniel on kelmi.”; $\neg D$

Fanni: ”Daniel on kelmi tai Emil on kelmi.”; $\neg D \vee \neg E$

Laaditaan totuustaulu.

D	E	F	$\neg D$	$\neg E$	$\neg F$	$D \wedge \neg F$	$\neg D \vee \neg F$	Daniel	Emil	Fanni
1	1	1	0	0	0	0	0	ei käy	ei käy	ei käy
1	1	0	0	0	1	1	0	käy	ei käy	käy
1	0	1	0	1	0	0	1	ei käy	käy	käy
1	0	0	0	1	1	1	1	käy	käy	ei käy
0	1	1	1	0	0	0	1	käy	käy	käy
0	1	0	1	0	1	0	1	käy	käy	ei käy
0	0	1	1	1	0	0	1	käy	ei käy	käy
0	0	0	1	1	1	0	1	käy	ei käy	ei käy

Koska ritarit puhuvat aina totta ja kelmit valehtelevat aina, tulee lauseella D olla sama totuusarvo kuin Danielin väitteellä. Vastaavasti lauseella E ja Emilin väitteellä sekä lauseella F ja Fannin väitteellä.

Näin käy ainoastaan, kun Daniel on kelmi, Emil ritari ja Fanni ritari.

Vastaus

Daniel on kelmi, Emil on ritari ja Fanni on ritareita.

2.19

Olkoon

A : ”Tauno on syytön” ja

B : ”Pietari on syytön”.

Formalisoidaan Taunon väite.

”Tauno on syyllinen tai Pietari on syyllinen.” $\neg A \vee \neg B$

Laaditaan totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1

Koska syylliset valehtelevat aina, pitää tapauksissa, jossa lause A on epätosi, Taunon väitteen olla epätosi. Siis rivit 3 ja 4 eivät käy.

Kun tiedetään, että ainakin toinen veljeksistä on syyllinen, rivi 1 ei käy.

Siis ainoastaan rivi 2 käy, joten Tauno on syytön ja Pietari syyllinen.

Vastaus

Tauno on syytön ja Pietari syyllinen.

2.20

Olkoon

A : ”Tauno on syytön” ja B : ”Pietari on syytön”.

a) Formalisoidaan Taunon väite.

”Tauno on syytön tai Pietari on syyllinen.”: $A \vee \neg B$

Laaditaan totuustaulu.

A	B	$\neg B$	$A \vee \neg B$
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1

Koska syylliset valehtelevat aina, pitää tapauksissa, jossa lause A on epätosi, Taunon väitteen olla epätosi. Siis rivi 4 ei käy.

Kun tiedetään, että ainakin toinen veljeksistä on syyllinen, rivi 1 ei käy.

Siis ainoastaan rivit 2 ja 3 käyvät. Näin ollen joko Tauno tai Pietari yksinään oli syyllinen.

b) Formalisoidaan Taunon väite.

”Tauno on syytön tai Pietari on syytön.”: $A \vee B$

Laaditaan totuustaulu.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Koska syylliset valehtelevat aina, pitää tapauksissa, jossa lause A on epätosi, Taunon väitteen olla epätosi. Siis rivi 3 ei käy.

Kun tiedetään, että ainakin toinen veljeksistä on syyllinen, rivi 1 ei käy.

Siis ainoastaan rivit 2 ja 4 käyvät. Näin ollen ainakin Pietari on syyllinen ja ehkä myös Tauno.

Vastaus

a) Joko Tauno tai Pietari yksinään on syyllinen.

b) Ainakin Pietari on syyllinen ja ehkä myös Tauno on syyllinen.

2.21

A : ”monikulmio on nelikulmio”,

B : ”monikulmio on neliö” ja

C : ”monikulmion kulmien summa on 360° ”

Formalisoidaan lauseet

- a) ”Riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio on neliö” eli ” B on riittävä ehto A :lle”.

$$B \Rightarrow A$$

- b) ”Välttämätön ehto sille, että monikulmio on neliö, on että monikulmio on nelikulmio” eli ” A on välttämätön ehto B :lle”.

$$B \Rightarrow A$$

- c) ”Välttämätön ja riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio kulmien summa on 360° ” eli ” C on välttämätön ja riittävä ehto A :lle”.

$$C \Leftrightarrow A$$

Vastaus

a) $B \Rightarrow A$

b) $B \Rightarrow A$.

c) $C \Leftrightarrow A$

2.22

a) Yhtälö $x + 1 = 0$ on tosi täsmälleen silloin, kun yhtälö $x = -1$ on tosi. Täten ekvivalenssi on tosi.

b) Yhtälö $x = 2 = x^2$ on tosi, kun $x = -1$ tai $x = 2$.

Yhtälö $\sqrt{x+2} = x$ on tosi vain, kun $x = 2$.

Koska toinen yhtälöistä voi olla tosi, toisen ollessa epätosi, ekvivalenssi ei ole tosi.

Implikaatio $\sqrt{x+2} = x \Rightarrow x+2 = x^2$ on tosi, koska ensimmäisen yhtälön ollessa tosi, myös toinen yhtälö on tosi.

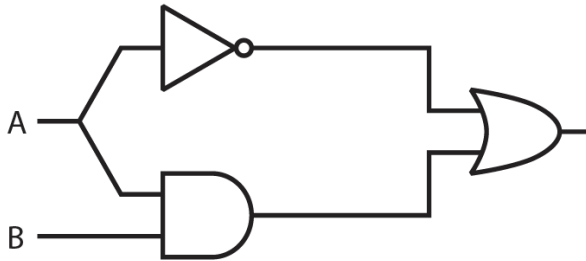
Vastaus

a) on tosi

b) ei ole tosi, implikaatio $\sqrt{x+2} = x \Rightarrow x+2 = x^2$ on tosi

2.23

a) Looginen piiri:



Yhdistetty lause: ei A TAI (A JA B)

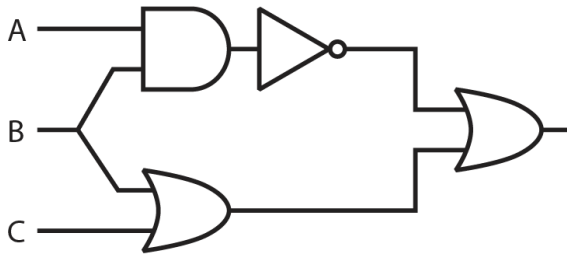
Formalisoitu muoto: $\neg A \vee (A \wedge B)$

Selvitetään lauseen totuusarvo.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$\neg A \vee (A \wedge B)$
1	0	0	0	0

Piirin tuloste on 0.

b) Looginen piiri:



Yhdistetty lause: ei $(A$ JA $B)$ TAI $(B$ TAI $C)$

Formalisoitu muoto: $\neg(A \wedge B) \vee (B \vee C)$

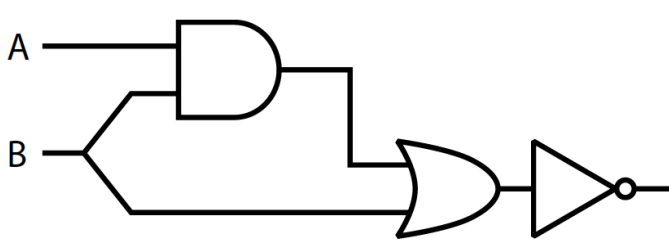
Selvitetään lauseen totuusarvo.

A	B	C	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$B \vee C$	$\neg(A \wedge B) \vee (B \vee C)$
1	0	1	0	1	1	1

Piirin tuloste on 1.

c) Formalisoitu lause: $\neg((A \wedge B) \vee B)$

Looginen piiri:



Selvitetään lauseen totuusarvo.

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee B$	$\neg((A \wedge B) \vee B)$
1	0	0	0	1

Piirin tuloste on 1.

Vastaus

a) $\neg A \vee (A \wedge B)$, tuloste on 0

b) $\neg(A \wedge B) \vee (B \vee C)$, tuloste on 1

c) tuloste on 1