

Vastaukset

1.

- a) on
- b) ei
- c) on
- d) on
- e) on

2.

- a) 0,7
- b) 2,4
- c) 3,1
- d) 100

3.

- a) 2,79
- b) 0,13
- c) 800,00
- d) 45,12

4.

- a) 5000 g
- b) 0,5 mm
- c) 10,8 kg
- d) 191 cm

5.

- a) 0,22
- b) 13000
- c) 150
- d) 14000

6.

- a) viisi
- b) yksi
- c) yksi
- d) viisi

7.

-

8.

- a) 0,25
- b) 0,75
- c) 0,4
- d) 0,6

9.

- a) 0,65

b) 1,375

10.

- a) 20
- b) 180
- c) 0,87
- d) 5

11.

- a) 50,30 €
- b) 2,50 €
- c) 32,25 €
- d) 5,55 €

12.

- a) $\frac{3}{25}$
- b) $\frac{3}{5}$
- c) $\frac{9}{20}$
- d) $\frac{11}{50}$

13.

- a) $\frac{101}{500}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $\frac{21}{25}$
- d) $\frac{7}{40}$

14.

- a) $\frac{149}{200}$
- b) $\frac{7}{125}$
- c) $\frac{3}{20}$
- d) $\frac{23}{500}$

15.

- a) $\frac{4}{5}$

- b) $\frac{8}{25}$
- c) $\frac{11}{20}$
- d) $\frac{49}{50}$

16.

- a) 0,167
- b) 0,091
- c) 0,063
- d) 0,025

17.

kokonaisosa, desimaaliosan

18.

- a) 4,014014...
- b) 0,0512512...
- c) 2,055...
- d) 0,57434434...

19.

- a) $5,\overline{25}$
- b) $0,\overline{0315}$
- c) $5,\overline{0163}$
- d) $7,\overline{0514}$

20.

- a) $0,\overline{2}$
- b) $0,\overline{45}$
- c) $0,\overline{5}$
- d) $0,\overline{51}$

21.

- a) 0,46
- b) 1,75

22.

- a) $\frac{14}{55}$
- b) $\frac{2}{36}$
- c) $\frac{78}{66}$

d) $\frac{58}{12}$

23.

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{15}$

c) $\frac{3}{11}$

d) $\frac{6}{11}$

24.

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{101}{333}$

d) $\frac{5}{33}$

25.

$\frac{172}{33}$

26.

11 %

27.

a) ei

b) on

c) ei

d) on

e) on

28.

a) 0

b) 1

c) 2

d) 1

e) 0

29.

a) 3

b) 5

c) 9

d) 4

30.

-

31.

15, 25, 30, 60, 85, 100

32.

- a) 1008
- b) 51
- c) 110

33.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

34.

- a) 6
- b) 105
- c) 198

35.

9, 36, 102, 822, 300, 4002

36.

- a) 15
- b) 7
- c) 9
- d) 3

37.

- a) $2 \cdot 132$
- b) $4 \cdot 66$
- c) $12 \cdot 22$
- d) $44 \cdot 6$

38.

- a) 1, 2, 3, 4, 6, 12
- b) 1, 3, 7, 21
- c) 1, 2, 4, 8, 16, 32
- d) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

39.

- a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$
- b) $2 \cdot 3 \cdot 5^2$

40.

- a) Yhdistetty luku voidaan jakaa tekijöihin, alkulukua ei.
- b) Alkuluvulla on kaksi tekijää ja luvulla yksi on ainoastaan yksi tekijä.

41.

- a) on
- b) ei
- c) ei
- d) on
- e) ei

42.

79, 101, 151, 241

43.

-

44.

- a) 1, 2, 7, 14
- b) 1, 2, 4, 7, 14, 28
- c) 1, 7, 49
- d) 1, 2, 5, 10, 25, 50

45.

-

46.

- a) 6 ja 15
- b) 3
- c) 30

47.

alkutekijät ovat $2^2 \cdot 5^2$, $3 \cdot 5 \cdot 11$

- a) 5
- b) 3300

48.

alkutekijät ovat $2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ja $2^3 \cdot 5 \cdot 13$

- a) 10
- b) 70200

49.

- a) kyllä
- b) ei
- c) ei
- d) kyllä

50.

Kyseessä on päättymätön jaksollinen desimaaliluku. Jaksoton päättymätön desimaaliluku ei voi olla murtolukumuodossa.

51.

- a) 576 ja 168
- b) 24

c) 4032

52.

- a) 840
- b) 12

53.

Lukujen $12 = 2^2 \cdot 3$ ja $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ pienin yhteinen jaettava on $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. Bussit lähtevät samaan aikaan 60 min lähdön jälkeen eli 8.00.

54.

kyllä

55.

- a) $x^2 + x - 7$
- b) $a^2 - 5b^2 - 5$
- c) $-2u^4 + a^3 + 4u^2 - 3u$
- d) $b^3 + 5b + 7$

56.

-

57.

- a) 4
- b) 2
- c) 17
- d) -8

58.

- a) $2b^4, -5b^2, 7b, 3$
- b) 4, 2, 1, 0
- c) 4

59.

- a) $20x^2$
- b) $-4xy$
- c) $8a^2b$

60.

- a) 5
- b) 11

61.

- a) $8a + 8b$
- b) $-2a + 2b$
- c) $-15a - 20b$
- d) $12a - 10b$

62.

- a) $3a$
- b) $5b - 2$
- c) $9c - 5$
- d) $d + 3$

63.

- a) $-10a + 11$
- b) $a^2 - 8a - 7$
- c) $9a^2 + a - 1$

64.

- a) $3a^2 + ab - 4b^2$
- b) $2a^2 + 10ab + 8b^2$
- c) $-a^2 - 2a + 15$
- d) $7a + ab + 2b + 14$

65.

- a) $x^2 + 4x - 12$
- b) $2x^2 - x - 1$
- c) $-x^2 + 4x + 21$
- d) $x^2 + x - 2$

66.

- a) $5x + 1$
- b) $-x - 3$
- c) $6x^2 + x - 2$

67.

- a) $x^2 + 2x$
- b) $2x^2 - 3x - 2$
- c) $2x^2 - 2$
- d) $6x^2 - 7x + 2$

68.

- a) $a = 3$
- b) $a = 0$

69.

- a) 0
- b) $a^2 - 2a + 5$

70.

12

71.

- a) $a^2 + 2ab + b^2$
- b) $x^2 + 6x + 9$

c) $y^2 - 10y + 25$

72.

$$2x^4 - 14x^2 + 14x - 4$$

73.

a) $2x \cdot 2x \cdot 2x = 8x^3$

b) $x \cdot (x + 2) \cdot (5x + 1) = 5x^3 + 11x^2 + 2x$

c) $y \cdot (3y + 4) \cdot (x + 1) = 3xy^2 + 3y^2 + 4xy + 4y$

74.

a) $(-3ab^2 - 5ab^2)^3 = (-8ab^2)^3 = -512a^3b^6$

b) $(-3ab^2)^3 - (5ab^2)^3 = -27a^3b^6 - 125a^3b^6 = -152a^3b^6$

75.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)(x - 4) - (x^2 - 5x + 4)(x - 2) \\ &= (x^3 - 4x^2 - 3x^2 + 12x + 2x - 8) - (x^3 - 2x^2 - 5x^2 + 10x + 4x - 8) \\ &= (x^3 - 7x^2 + 14x - 8) - (x^3 - 7x^2 + 14x - 8) \\ &= x^3 - 7x^2 + 14x - 8 - x^3 + 7x^2 - 14x + 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Funktio on vakiofunktio 0, joten sen kaikki arvot ovat nolliä.

Vastaus: $f(x) = 0$ ja arvot kohdissa 0, 2 ja 4 ovat nolliä.

76.

a) 2

b) a

c) $4a^2$

d) $10a^5$

77.

a) 4

b) -3

c) 5

d) -6

78.

$$3a + 15 = 3(a + 5)$$

79.

a) x

b) 2

c) y

d) 3

80.

a) $2(x + y)$

- b) $3(a + 2b)$
- c) $2(3x - 4y)$
- d) $2(2a - 1)$

81.

- a) 5
- b) -4
- c) x
- d) xy

82.

- a) $5(2x + y)$
- b) $-4(2x + y)$
- c) $x(2x + y)$
- d) $xy(2x + y)$

83.

- a) $a(a + 1)$
- b) $2a(a + 1)$
- c) $-3a(a - 1)$

84.

- a) $5(x + 2)$
- b) $5(x - 3)$
- c) $3(2x + 5)$
- d) $7(2 - x)$

85.

- a) $2(4y - 5)$
- b) $-3(y - 3)$
- c) $-11(y + 2)$
- d) $3(5y^2 + 8)$

86.

- a) $3(2x + 3y)$
- b) $5(x - y)$
- c) $4(2a - 3)$
- d) $5(a - 2b)$

87.

$$ac + bc = c(a + b)$$

88.

- a) $x(2 + y)$
- b) $a(b - a)$
- c) $2b(2a + 1)$
- d) $2x(2x - 1)$

89.

- a) $3x(x-5)$
- b) $2x(2x-3)$
- c) $-3y(y+3)$
- d) $4y(2-3y)$

90.

- a) $a(bc+1)$
- b) $z(xy-ab)$
- c) $cd(ab-1)$
- d) $x(x+1)$

91.

- a) $a(1-a)$
- b) $t(t-4)$
- c) $d(3d^2-2)$
- d) $2m(3m-2n)$

92.

$$3 + 3x + y + xy = (1 + x)(3 + y)$$

93.

$$ac + bc + ad + bd = (a + b)(c + d)$$

94.

- a) $y - z$
- b) $x - y$

95.

- a) $(x+5)(y+6)$
- b) $(x-4)(y+6)$
- c) $(y-5)(x-3)$
- d) $13(x+y)$

96.

- a) $(x+y)(a+b)$
- b) $(a-b)(x-y)$
- c) $(x+a)(x+b)$
- d) $(x+a)(x-b)$

97.

- a) $x^2 + 7x + 10$
- b) $x^2 - 8x + 12$
- c) $x^2 + 2x - 8$

98.

- a) $(x+3)(x+4)$
- b) $(x-6)(x-2)$
- c) $(x-2)(x+6)$
- d) $(x+5)(x-2)$

99.

- a) $x+5$
- b) $x-7$
- c) $x+4$
- d) $x+2$

100.

- a) $(x+2)(x+5)$
- b) $(x-2)(x-3)$
- c) $(x+1)(x+2)$
- d) $(x-4)(x+3)$

101.

a, b, c

102.

-

103.

- a) ylöspäin
- b) alaspäin
- c) ylöspäin
- d) alaspäin

104.

- a) 12
- a) 12
- b) 75
- c) 108

105.

- a) 4
- b) 6
- c) 6
- d) 10

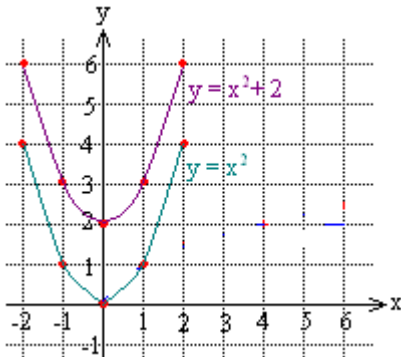
106.

- a) kaksi
- b) nolla
- c) yksi
- d) kaksi

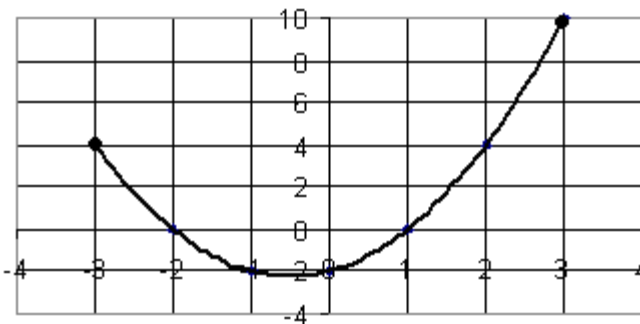
107.

Funktio on sääntö, joka liittää jokaiseen muuttujan x arvoon täsmälleen yhden funktion arvon $f(x)$.

108.



109.



110.

- a) $(0, 0)$
- b) $(0, 0)$
- c) $(0, 0)$
- d) $(0, 0)$

111.

- a) ylöspäin, funktion suurinta arvoa ei voi määrittää, pienin arvo on 0
- b) alaspäin, funktion pienintä arvoa ei voi määrittää, suurin arvo on 0
- c) ylöspäin, funktion suurinta arvoa ei voi määrittää, pienin arvo on 0
- d) alaspäin, funktion pienintä arvoa ei voi määrittää, suurin arvo on 0

112.

- a) suurinta arvoa ei voi määrittää, pienin arvo on -3
- b) suurin arvo on 3, pienintä arvoa ei voi määrittää

113.

ei

114.

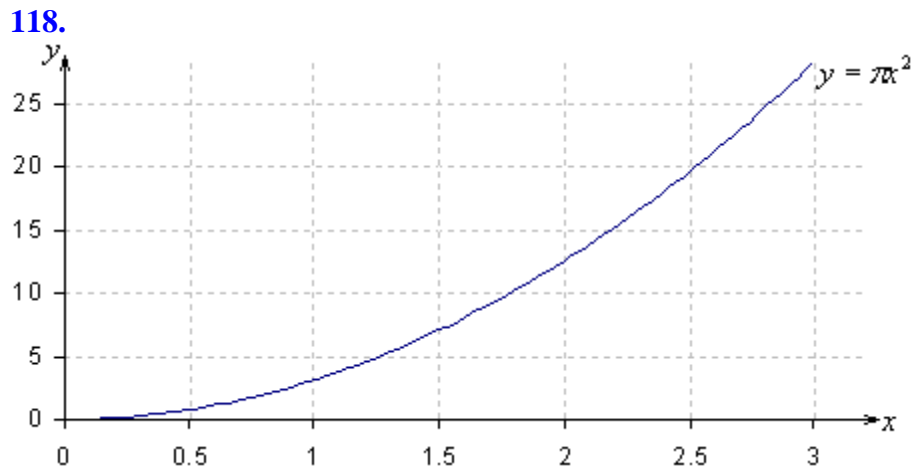
-

115.

- a) C
- b) A
- c) D
- d) B

116.
(3, -2)

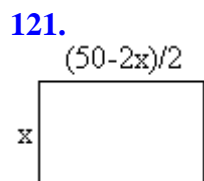
117.
0, 1 tai 2



Kyseessä on ympyrän pinta-alan yhtälö.

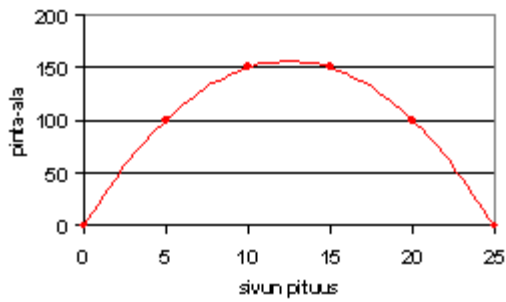
- 119.**
- a) F
 - b) D
 - c) A

120.
 $x = 0$ ja $y = 0$ tai $x = 1$ ja $y = 1$



Yhtälö suorakulmion alalle on $y = \frac{50-2x}{2} \cdot x = 25x - x^2$.

Lasketaan muutamia x :n ja y :n arvoja ja piirretään pisteiden avulla kuvaaja.



Kuvaajasta nähdään millä x :n arvolla saavutetaan suurin y :n arvo. Tämä saavutetaan kun $x = 12,5$ m, jolloin toisenkin sivun pituudeksi tulee sama.

Vastaus: Suurin pinta-ala on neliön muotoisella aitauksella, jonka sivun pituus on 12,5 m.

122.

- a) ei
- b) ei
- c) ei
- d) on

123.

- a) $x = \pm 2$
- b) $x = \pm 4$
- c) $x = \pm 1$
- d) $x = \pm 3$

124.

- a) $x = \pm 5$
- b) $x = \pm 6$
- c) $x = \pm 9$
- d) $x = \pm 10$

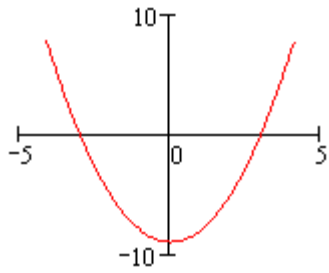
125.

- a) $x = \pm\sqrt{3}$
- b) $x = \pm\sqrt{6}$
- c) ei ratkaisua
- d) $x = \pm\sqrt{7}$

126.

- a) $x = \pm 3$
- b) $x = \pm 2$
- c) $x = \pm 3$
- d) $x = \pm 20$

127.



128.

- a) (0, 1)
- b) (0, 8)
- c) (0, -14)
- d) (0, -100)

129.

- a) 5,0 m
- b) 4,0 cm
- c) 7,0 mm

130.

-

131.

-

132.

- a) $x = 0$
- b) $x = \pm 1$
- c) $x = \pm 2$
- d) $x = \pm 7$

133.

- a) $x = \pm 10$
- b) $x = \pm 5$
- c) $x = \pm 4$

134.

- a) $y = -7$
- b) $y = 4$
- c) $y = -\frac{1}{2}$
- d) $y = 6$

135.

- a) $x = \pm\sqrt{7}$
- b) ei nollakohtia
- c) $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

d) ei nollakohtia

136.

-

137.

$$r = \pm \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

138.

$$x^2 = 15, x = \sqrt{15}$$

139.

2,5 cm

140.

58 cm

141.

a) $x = \pm 2$

b) $x = \pm \sqrt{12}$

c) $x = \pm 3$

142.

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

143.

2,76 cm

144.

$$-x^2 - 1 = -37, x = \pm 6$$

145.

a) $x = \pm \sqrt{|a|}$

b) $x = \pm \frac{\sqrt{|a|}}{2}$

146.

-

147.

a) on

b) ei

c) on

148.

- a) ei
- b) on
- c) on

149.

$$a = 0 \text{ tai } b = 0$$

150.

- a) $x = 0$ tai $x = 2$
- b) $x = 0$ tai $x = -3$
- c) $x = 1$ tai $x = 5$
- d) $x = 0$ tai $x = 2$

151.

- a) $x = 0$ tai $x = -1$
- b) $x = 0$ tai $x = 1$
- c) $x = 0$ tai $x = -1$
- d) $x = 0$ tai $x = 5$

152.

- a) $x = 0$ tai $x = 1$
- b) $x = 0$ tai $x = 1$
- c) $x = 0$ tai $x = 1$
- d) $x = 0$ tai $x = 1$

153.

- a) $x = 0$ tai $x = -1$
- b) $x = 0$ tai $x = \frac{1}{2}$
- c) $x = 0$ tai $x = -\frac{1}{3}$
- d) $x = 0$ tai $x = -\frac{1}{5}$

154.

- a) $x = 0$ tai $x = -2$
- b) $x = 0$ tai $x = 1$

155.

$$x = -\frac{3}{2}$$

156.

- a) $x = 0$ tai $x = 1$
- b) $x = 0$ tai $x = -1$
- c) $x = 0$ tai $x = -2$

157.

$$x^2 + 4x = 0, \quad x = 0 \text{ tai } x = -4$$

158.

$$x = 0 \text{ tai } x = -2$$

159.

a) $x = 0$ tai $x = \frac{1}{2}$

b) $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

c) $x = \frac{1}{2}$

160.

-

161.

a) $x \neq 0$ ja $x \neq 4$

b) määritelty kaikilla x :n arvoilla

162.

a) $x = 0, x = -3, x = 2$

b) $x = 0, x = 3, x = 1$

c) $x = -6, x = 9$

d) $x = 0, x = 4, x = 1$

163.

$$x^2 - 7x = 0, \quad x = 0 \text{ tai } x = 7$$

164.

$$(3x-1)(2x+1) = (6x+3)(3x-1)$$

$$(3x-1)(2x+1) - (6x+3)(3x-1) = 0$$

$$(3x-1)(2x+1-6x-3) = 0$$

$$(3x-1)(-4x-2) = 0$$

$$3x-1=0 \text{ tai } -4x-2=0$$

$$\text{Vastaus: } x = -\frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{1}{3}$$

165.

a) $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $t = 0 \text{ s}$ tai $t = 1,6 \text{ s}$

166.

a) $x = 0$ tai $x = 1$ tai $x = -1$

b) $x = 0$ tai $x = 2$ tai $x = -2$

167.

a) $x = 0$ tai $x = 100$

b) $x = 10$ tai $x = -10$

c) $x = 0$

168.

a) $x = 1$ tai $x = -2$

b) $x = 1 \pm \sqrt{3}$

169.

a) $x = \frac{1}{9}$

b) $x = \frac{1}{3}$ tai $x = \frac{1}{4}$

170.

Olkoon jäsenten lukumäärä x , saadaan yhtälö

$$\frac{192}{x} = \frac{192}{x+2} + 8 \mid \cdot x(x+2)$$

$$192(x+2) = 192x + 8x(x+2) \quad \text{oltava } x \neq 0, x \neq -2$$

$$8x^2 + 16x - 384 = 0$$

$x = 6$ tai $x = -8$, joista ainoastaan positiivinen ratkaisu kelpaa lukumääräksi.

Vastaus: Jäseniä on 6.

171.

a) $2\frac{2}{3}$

b) $2\frac{2}{5}$

c) $16\frac{2}{3}$

d) $4\frac{2}{3}$

172.

a) $\frac{31}{35}$

b) $2\frac{7}{15}$

c) $1\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{6}$

173.

a) $1\frac{3}{5}$

- b) $\frac{4}{9}$
- c) $\frac{4}{5}$
- d) $\frac{1}{7}$

174.

- a) $-\frac{3}{10}$
- b) $\frac{7}{10}$
- c) $\frac{1}{10}$
- d) $\frac{2}{5}$

175.

- a) $16\frac{4}{7}$
- b) $10\frac{7}{12}$
- c) $5\frac{1}{4}$
- d) $5\frac{7}{20}$

176.

- a) $\frac{7}{a}$
- b) $\frac{b-a}{ab}$
- c) $\frac{3a+2b}{6}$
- d) $\frac{1}{2b}$

177.

- a) on
- b) ei
- c) on
- d) ei

178.

- a) $\frac{11x}{30}$
- b) $\frac{x}{15}$
- c) $\frac{3y+4x}{xy}$
- d) $\frac{bx-ay}{by}$

179.

- a) $\frac{9}{4}$
- b) $-\frac{1}{2}$
- c) $\frac{21}{5}$
- d) $\frac{1}{2}$

180.

- a) $x \neq 0$
- b) $x \neq -1$
- c) $x \neq 0$
- d) $x \neq 3$

181.

- a) $\frac{ab}{12}$
- b) $\frac{a^2}{15}$
- c) $\frac{ab}{18}$
- d) $\frac{24}{x}$

182.

- a) $\frac{a}{6} + \frac{2a}{3} = \frac{5a}{6}$
- b) $\frac{a}{6} - \frac{2a}{3} = -\frac{a}{2}$
- c) $\frac{a}{6} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^2}{9}$
- d) $\frac{a}{6} : \frac{2a}{3} = \frac{1}{4}$

183.

a) $\frac{x^2}{6}$

b) $\frac{4}{5y}$

c) $\frac{8x}{5y}$

d) $\frac{x}{27}$

184.

a) $a + \frac{1}{a} = \frac{a^2 + 1}{a}$

b) $a - \frac{1}{a} = \frac{a^2 - 1}{a}$

c) $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

d) $a : \frac{1}{a} = a^2$

185.

a) $x \neq 5$

b) $x \neq 1$

c) $x \neq 1$

d) $x \neq 4$

186.

a) 500 g

b) 250 g

c) 1 g

187.

a) $\frac{3}{2}$

b) 1

c) $\frac{5}{16}$

d) $\frac{9}{16}$

188.

a) $\frac{3}{32}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{16}$

d) $\frac{3}{8}$

189.

a) $\frac{a-1}{a+2}$

b) $\frac{6a+4}{a-1}$

190.

Positiiviset murtoluvut, joiden summa on 10 ovat $\frac{1}{9}, \frac{2}{8}, \frac{3}{7}, \frac{4}{6}, \frac{5}{5}, \frac{6}{4}, \frac{7}{3}, \frac{8}{2}$ sekä $\frac{9}{1}$. Näistä kaikki

muut voidaan supistaa, paitsi $\frac{1}{9}, \frac{3}{7}$ ja $\frac{7}{3}$.

191.

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{23}{31}$

192.

$$\frac{x}{y} = -\frac{3}{5}$$

193.

$$y) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{y+x}{xy} = \frac{x+y}{xy} = \frac{52}{13} = 4$$

194.

a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) -1

d) -5

195.

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

d) -1

196.

- a) $2a$
- b) $2b$
- c) $3c$
- d) $4d$

197.

-

198.

- a) 8
- b) 9
- c) 5
- d) 2

199.

$$\frac{11x}{18y}$$

200.

- a) x^{-1}
- b) x^{-4}
- c) x^{-2}
- d) x^{-8}

201.

- a) x
- b) x^2
- c) $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
- d) $x^{-1} = \frac{1}{x}$

202.

- a) $5x$
- b) 2
- c) $4x$
- d) $-\frac{3}{2}$

203.

- a) $8x$
- b) 3
- c) $\frac{3}{y}$
- d) $2b^3$

204.

a) $-\frac{5}{2}$

b) $\frac{x}{y}$

c) -3

d) $4x$

205.

a) x

b) $\frac{1}{y^2}$

c) n^6

d) k^2

206.

a) $4x^4$

b) $2x^3$

c) $15x^3$

207.

a) $2x$

b) $\frac{3}{y^2}$

c) $\frac{6}{t}$

d) $\frac{2m}{3}$

208.

a) x^7

b) y^3

c) n^2

d) $\frac{1}{k}$

209.

a) $4a$

b) $70b$

c) $5c^2$

210.

a) $10b$

b) $2ab$

c) ei ratkaisua

211.

a) $4a^2b^3$

b) $\frac{u^5v^7}{2}$

c) $\frac{3}{m} = 3m^{-1}$

212.

$9x^2$

213.

a) $3x^2$

b) $-3y$

c) $10x^2$

214.

$8a$

215.

a) $3a$

b) 5

c) $2c$

216.

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2x^3}{3y^2}$

c) $\frac{y^2}{2}$

d) $\frac{8x^2}{3z}$

217.

a) $9b^3$

b) $\frac{a^4b}{4c}$

218.

$8a^2b$

219.

a) $2x - 1$

b) $-x + 6$

c) $-4x - 2$

220.

- a) $\frac{4}{5}$
- b) 2
- c) 1

221.

- a) 6 cm + 1 mm
- b) 1 km – 5 m
- c) 2 kg + 10 g

222.

- a) $x + 2$
- b) $2x - 3$
- c) $4x + 5y$
- d) $3y - 2$

223.

- a) $2x + 1$
- b) $4x + 5$

224.

- a) $a + b$
- b) $2a + 1$
- c) $4x + 2y$

225.

- a) $2x - 1$
- b) $5a - 4$
- c) $2a + 6$

226.

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{3x - 2}{x}$
- c) 3
- d) $a - b$

227.

- a) $\frac{4}{3}$
- b) $\frac{3}{4}$
- c) 2
- d) 2

228.

- a) ei sievene
- b) 1
- c) -1

229.

- a) $a - 1$
- b) $\frac{3}{4}$
- c) ei sievene

230.

- a) $5a$
- b) a
- c) ei ratkaisua

231.

termejä $-3a$ ei voi supistaa

232.

- a) $4a - 1$
- b) $a - 1$
- c) 4

233.

-

234.

- a) $8a^2 + 14$
- b) $2a^3 - 2a$
- c) $-8a^3 + 40a^2 - 8$

235.

- a) 2
- b) $-\frac{1}{3}$
- c) ei sievene

236.

- a) $\frac{5}{(a+b)^3}$
- b) $\frac{1}{2(a-b)^2}$

237.

- a) $\frac{2b^5}{7a^3c^2}$
- b) $\frac{6b}{5ac}$

238.

a) $\frac{2x + 3y + z}{xyz}$

b) $\frac{2xy - 4xz + 5yz}{x^2 y^2 z^2}$

239.

$$1 - 4xy + 5x^2y + 2x^3y^2$$

240.

$$30a^2b^3 - 9ab + 3a$$

241.

$$\frac{9a}{b}, 18$$

242.

$$\frac{a^2b^2 - a^4b^6}{ab - a^2b^3} = \frac{a^2b^2(1 - a^2b^4)}{ab(1 - ab^2)} = \frac{ab(1 - ab^2)(1 + ab^2)}{(1 - ab^2)} = ab(1 + ab^2)$$

Lasketaan sitten lausekkeen arvo:

$$ab(1 + ab^2) = 10^{10} \cdot 10^{-10} (1 + 10^{10} \cdot (10^{-10})^2) = 1 \cdot (1 + 10^{-10}) = 1 + 10^{-10}$$

243.

Yhtälössä kaksi lauseketta on merkitty yhtä suuriksi.

244.

- a) on
- b) on
- c) ei
- d) ei

245.

b, c ja d

246.

- a) kaikki reaalityyppiset
- b) $x \neq 0$
- c) $x \neq -1$
- d) $x \neq 0$

247.

- a) $x = 12$
- b) $y = -16$
- c) $z = 27$

- d) $x = -32$
- e) ei ratkaisua

248.

- a) $x = 12$
- b) $x = 4$
- c) $x = 15$
- d) $x = 3$

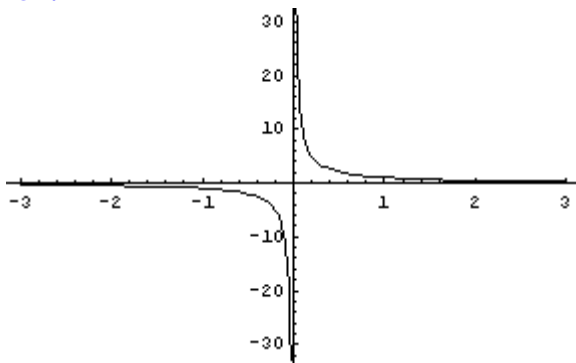
249.

b ja d

250.

- a) $x = 5$
- b) $x = 6$
- c) $x = 10$

251.



252.

- a) $x = \frac{5}{3}$
- b) $x = 0$
- c) $x = \frac{1}{6}$
- d) $x = 3$

253.

- a) ratkaisuksi kelpaavat kaikki muut luvut paitsi $x = -1$
- b) ei ratkaisua

254.

$x = 3$

255.

- a) $x = -6$
- b) $x = \frac{1}{2}$

256.

a) $x = 1$

b) $x = 5$

257.

$$x = 1\frac{8}{7}$$

258.

-

259.

ei ratkaisua

260.

$$x = 20$$

261.

$$F = \frac{9C + 160}{5}$$

262.

$$\frac{x-1}{x}, \text{ ei nollakohtia}$$

263.

a) $v_2 = a(t_2 - t_1) + v_1$

b) $t_1 = \frac{v_2 - v_1 - at_2}{-a}$

264.

$$24$$

265.

$$x = -14$$

266.

$$x = 2\frac{2}{5}$$

267.

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{2}, x = 6$$

268.

Sijoitetaan yhtälöön muuttujien arvot.

a)

$$\frac{2x-3}{-5} = 3 \quad | \cdot (-5)$$

$$2x-3 = -15$$

$$2x = -12 \quad | : 2$$

$$x = -6$$

b)

$$\frac{x+2}{4x+5} = 3$$

$$\frac{x+2}{4x+5} = \frac{3}{1}$$

$$x+2 = 3(4x+5)$$

$$x+2 = 12x+15$$

$$-11x = 13$$

$$x = -\frac{13}{11} = -1\frac{2}{11}$$

Vastaus: a) $x = -6$ ja b) $x = -1\frac{2}{11}$

269.

$$b = \frac{af}{a-f}$$

270.

$$a = 80$$

271.

$$2|3|4 = \frac{2-3}{3-4} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$6|x|4 = 2$$

$$\frac{6-x}{x-4} = 2 \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$6-x = 2(x-4)$$

$$6-x = 2x-8$$

$$-x-2x = -8-6$$

$$-3x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-3}$$

$$x = 4\frac{2}{3}$$

Vastaus: $2|3|4 = 1$ ja $x = 4\frac{2}{3}$

272.

$$x = \frac{3}{2}$$

273.

$$T_1 = \frac{T_2 P_0}{P_0 - P_1}$$

274.

$$m = 710$$

275.

kyllä

276.

suorat n ja k

277.

a)

a	b
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

b)

a	b
1	3
2	6
5	15
6	18
10	30

c)

a	b
2	2,5
4	5
8	10
12	15
20	25

278.

a)

a	b
40	2
20	4
10	8
5	16

b)

a	b
----------	----------

1	12
12	1
3	4
4	3

c)

<i>a</i>	<i>b</i>
8	32
16	16
4	64
32	8

279.

350 m

280.

suoraan verrannollisia

281.

3 h

282.

a) £6

b) £60

283.

8 päivässä

284.

a) 2,40 €

b) 4,75 €

c) 13,30 €

d) 38 €

285.

30 ml

286.

6

287.

1,1 km

288.

14,75 €

289.

212 €

290.

a) D

b) C

291.

-

292.

- a) suoraan verrannollisuus
- b) kääntäen verrannollisuus

293.

b ja c

294.

720 litraa

295.

- a) suoraan
- b) suoraan
- c) kääntäen

296.

- a) suoraan
- b) ei mitenkään

297.

18 %

298.

-

299.

-

300.

- a) suoraan verrannollinen
- b) suoraan verrannollinen
- c) kääntäen verrannollinen
- d) suoraan verrannollinen neliöön
- e) kääntäen verrannollinen neliöön
- f) suoraan verrannollinen kuutioon

301.

- a) suoraan
- b) suoraan
- c) kääntäen

302.

kääntäen verrannollisia

303.

- a) 7 litraa
- b) 22 litraa

304.

-

305.

59 km/h

306.

- a) positiivinen
- b) negatiivinen

307.

- a) $(3x)^2 = 9x^2$
- b) $(xy)^3 = x^3y^3$
- c) $(-2a)^3 = -8a^3$
- d) $(-3b)^2 = 9b^2$

308.

- a) 9
- b) -9
- c) -27
- d) 27

309.

- a) m^2
- b) m^3
- c) -10^4
- d) $(-100)^3$

310.

- a) 49
- b) 1000000
- c) 6
- d) 3

311.

- a) 42217
- b) 600460
- c) 5007001
- d) 1,019
- e) 0,3006
- f) 0,00123

312.

- a) 24
- b) 18

- c) 22
- d) 29

313.

- a) $5,21 \cdot 10^{10}$
- b) $3 \cdot 10^{-8}$
- c) -10^8
- d) $-9 \cdot 10^{-9}$

314.

- a) 1
- b) 2
- c) 5
- d) 10
- e) ei voi laskea
- f) 9

315.

- a) $2x \cdot 2x \cdot 2x \cdot 2x$
- b) $2 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$
- c) $-2x \cdot (-2x) \cdot (-2x) \cdot (-2x)$
- d) $-2 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

316.

- a) $4,23 \cdot 10^4$
- b) $5,4 \cdot 10^7$
- c) $1,2 \cdot 10^{-1}$
- d) $2,5 \cdot 10^{-5}$

317.

Jos halutaan käyttää kerrannaisyksiköiden etuliitteitä.

318.

- a) b^9
- b) ab^3c^7
- c) b^3
- d) bc

319.

- a) $\sqrt{8}$
- b) $\sqrt[3]{7}$
- c) $\sqrt{2+x}$
- d) $2 + \sqrt{x}$
- e) $4\sqrt[3]{x}$
- f) $\sqrt[3]{4x}$

320.

- a) $5^{\frac{1}{2}}$
- b) $5^{\frac{1}{3}}$
- c) $5^{\frac{1}{4}}$
- d) $-5^{-\frac{1}{2}}$

321.

- a) 5
- b) 7
- c) 6
- d) 8

322.

- a) 3^4
- d) 5^2
- e) 8^7
- f) 1

323.

- a) x^3
- b) x^4
- c) $\frac{1}{x^2}$
- d) x^4

324.

- a) 10^3
- b) 10^9
- c) 10^6
- d) 10^{12}
- e) 10^{-1}
- f) 10^{-12}
- g) 10^{-2}
- h) 10^{-3}

325.

- a) 5^{-1}
- b) 8^{-1}
- c) a^{-1}
- d) b^{-2}

326.

3^{10}

327.

Likiarvo on $5,5 \cdot 10^{174}$ ja luvussa on 175 numeroa.

328.

- a) 78125
- b) 1953125
- c) 625
- d) 9765625

329.

- a) 3
- b) 4
- c) 2 tai -2
- d) 5

330.

- a) 20000
- b) 5000
- c) 5000
- d) -200000

331.

- a) $2\sqrt{2}$
- b) $3\sqrt{2}$
- c) $5\sqrt{2}$
- d) $4\sqrt{5}$

332.

- a) 6
- b) 6
- c) $5\sqrt{2}$
- d) 4

333.

- a) $\sqrt{72}$
- b) $\sqrt{20}$
- c) $\sqrt{64}$
- d) $\sqrt{125}$

334.

- a) $x \geq 4$
- b) $x \geq -\frac{1}{2}$
- c) $x \geq -3$
- d) kaikilla x :n arvoilla

335.

- a) $-\frac{1}{16}$
- b) -10000
- c) $-0,00001$
- d) $-\frac{1}{3}$

336.

- a) $a^{-\frac{1}{2}}$
- b) $a^{-\frac{3}{2}}$
- c) $a^{\frac{3}{2}}$
- d) $a^{\frac{5}{2}}$

337.

Kaavassa $A = \pi r^2$ on r ympyrän säde. Ympyrän halkaisija on tällöin $2r$, jolloin saadaan

$$\left(\frac{8}{9} \cdot \text{halkaisija}\right)^2 = \left(\frac{8}{9} \cdot 2r\right)^2 = \left(\frac{16}{9} r\right)^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 r^2.$$

Kaavassa lukua π vastaa $\left(\frac{16}{9}\right)^2 \approx 3,160$.

338.

- a) 0,14
- b) 0,023
- c) 1,5
- d) 0,39

339.

- a) 5,3
- b) 0,083
- c) 0,0023
- d) 0,16

340.

- a) 300 ‰
- b) 9 ‰
- c) 1200 ‰
- d) 0,7 ‰

341.

- a) 60 %
- b) 7,5 %
- c) 92,3 %

342.

- a) 4 ‰
- b) 0,625 ‰

c) 26,3 ‰

343.

- a) 10
- b) 5
- c) 3
- d) 150

344.

- a) 0,1
- b) 1,2
- c) 5,0
- d) 10

345.

1,0 kg

346.

- a) 41,25 €
- b) 9,40 €
- c) 27,90 €

347.

1,3 ‰

348.

6 g

349.

-

350.

12,5 kg

351.

-

352.

- a) 12
- b) 24,6
- c) 200
- d) 492

353.

9 ‰

354.

15 g

355.

- a) 23
- b) 14
- c) 240
- d) 176
- e) 22,5

356.

11,3 g

357.

52 %

358.

10 %

359.

259

360.

4,3 kg

361.

9 %

362.

800 g

363.

Kultaa on yhteensä $0,7 \cdot 300 \text{ g} + 0,6 \cdot 500 \text{ g} = 510 \text{ g}$ ja seosta on yhteensä

$300 \text{ g} + 500 \text{ g} = 800 \text{ g}$. Kullan osuus on $\frac{510 \text{ g}}{800 \text{ g}} = 0,6375 \approx 63,8\%$.

364.

Ihmisessä olevan nesteen määrä $0,70 \cdot 55 \text{ kg} = 38,5 \text{ kg}$.

Alkoholin osuus $\frac{0,060 \text{ kg}}{38,5 \text{ kg}} = 0,001558... \approx 0,16\%$.

365.

neljä kerrosta

366.

Yhdellä puhelulla saadaan keskimäärin rahaa $3 \cdot 0,65 \text{ €} = 1,95 \text{ €}$, josta kilpailun järjestäjä saa $0,75 \cdot 1,95 \text{ €} = 1,4625 \text{ €}$.

Palkintokustannukset tulevat katetuksi, kun soittoja on

$$\frac{26700 \text{ €}}{1,4625 \text{ €}} \approx 18256$$

Soittoja tarvitaan noin 18300 kappaletta.

Vastaus: 18300 kappaletta

367.

Alkuperäisessä suolavedessä on suolaa $\frac{6}{100} \cdot 930 \text{ kg} = 55,8 \text{ kg}$.

Merkitään lisättävää vesimäärää x :llä. Suolapitoisuus uudessa suolavedessä on 3,5 % ja suolan määrä säilyy samana, joten

$$\frac{3,5}{100} \cdot (930 \text{ kg} + x) = 55,8 \text{ kg}$$

$$930 \text{ kg} + x = \frac{55,8 \text{ kg} \cdot 100}{3,5}$$

$$x = \frac{55,8 \text{ kg} \cdot 100}{3,5} - 930 \text{ kg}$$

$$x = 664 \text{ kg} \approx 660 \text{ kg}$$

Vastaus: Vettä on lisättävä 660 kg.

368.

perusajankohtaan

369.

100

370.

Kuluttajahintaindeksin laskentaperusteet uusitaan viiden vuoden välein.

371.

a) 37,5 %

b) 0,6 %

372.

70 %

373.

a) 10 prosenttiyksikköä

b) 50 %

374.

a) 25 %

b) 20 %

375.

a) 4305 €

b) ei yhtään

c) 7655 €

376.

570

377.

856

378.

19 %

379.

suklaalevyn hinta

380.

22 %

381.

a) 9 prosenttiyksikköä

b) 27 %

382.

5,1 m

383.

Jos miesten lukumäärä on x , niin naisten lukumäärä on $1,25x$. Saadaan yhtälö $x + 1,25x = 207$, josta saadaan ratkaisuksi $x = 92$. Miehiä on siis 92 ja naisia 115.

384.

a) $0,85x$

b) $0,55x$

c) $1,125x$

d) $1,60x$

385.

a) $\frac{1}{100} \cdot a$

b) $\frac{p}{100} \cdot a$

386.

a) $\frac{a}{b} \cdot 100\%$

b) $\frac{a-b}{b} \cdot 100\%$

c) $\frac{a-b}{a} \cdot 100\%$

387.

a) $a + \frac{p}{100} \cdot a$

b) $a - \frac{p}{100} \cdot a$

388.

- a) 25 %
- b) 113 %
- c) 96,2 %
- d) 16,5 %

389.

- a) 14,8 %
- b) 75,9 %
- c) 23 %
- d) 107 %

390.

- a) laskee 8,3 %
- b) nousee 13 %

391.

pienenevät 4 %

392.

17 %

393.

40 %

394.

357 €

395.

11,1 %

396.

Olkoon tuotteen hinta a . Jos tuotteen hinta yhdellä korotuksella tulee n -kertaiseksi, niin kolmen korotuksen jälkeen se on n^3 -kertainen.

$$n^3 \cdot a = 2a$$

$$n^3 = 2$$

$$n = \sqrt[3]{2} \approx 1,26$$

Vastaus: $p = 26$

397.

Olkoon rypäleiden paino y ja rusinoiden paino x . Rypäleissä on vettä $0,82y$ ja muita aineita $0,18y$, jotka säilyy kuivatuksessa.

$$0,76y = 0,18x$$

$$y = \frac{0,18x}{0,76} = 0,237x$$

Haihtuneen veden määrä on $x - y = 0,763x$, joka on rypäleiden vesimäärästä

$$\frac{0,7632x}{0,82x} = 0,93 = 93 \%$$

Vastaus: 93 %

398.

Jos edellisvuoden matkustajamäärä on a , on nykyinen matkustajamäärä $0,77a$. Seuraavan vuoden matkustajamäärän pitäisi olla taas a , jolloin matkustajamäärän pitää kasvaa $0,23a$. Kasvu prosentteina tämän vuoden matkustajamäärästä on silloin

$$\frac{0,23a}{0,77a} = \frac{0,23}{0,77} \approx 0,2987.$$

Vastaus: 30 %

399.

- a) $x^2 - 16$
- b) $x^2 - 8x + 16$
- c) $x^2 + 8x + 16$

400.

- a) $x^2 - 2x + 1$
- b) $9x^2 + 18x + 9$
- c) $x^2 - 8x + 16$
- d) $25x^2 + 20x + 4$

401.

- a) $x^2 + 2x + 1$
- b) $x^2 - 8x + 16$
- c) $x^2 - 12x + 36$
- d) $x^2 - 4x + 2$

402.

- a) $25x^2 - 10x + 1$
- b) $x^2 + 2x + 4$
- c) $4x^2 - 16x + 16$
- d) $x^2 + 2xy + y^2$

403.

- a) $x^2 + 12x + 36$
- b) $4x^2 + 4x + 1$
- c) $x^2 - 10x + 25$
- d) $9x^2 - 12x + 4$

404.

- a) $(x + 2)$
- b) $(x - 5)$
- c) $(2x + 3)$
- d) $(3x - 1)$

405.

$$(a+3)(a+3) = (a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

406.

a) $x^2 + \frac{2x}{y} + \frac{1}{y^2}$

b) $x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}$

c) $\frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$

d) $\frac{1}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{9x^2}{16}$

407.

a) $4xy$

b) $-4xy$

408.

$2xy$

409.

a) $x^2 - 4$

b) $x^2 - 1$

c) $x^2 - 64$

d) $x^2 - y^2$

410.

ei

411.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

412.

a) $(3x-7)(3x+7)$

b) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

c) $(x^2-x)(x^2+x)$

d) $(2x-6)(2x+6)$

413.

a) $x = \pm 5$

b) $x = \pm 3$

c) $x = 0$ tai $x = 5$

d) $x = 0$ tai $x = -3$

414.

a) $(x-3)(x+3)$

- b) $(2x-10)(2x+10)$
 c) $(4x-1)(4x+1)$
 d) $(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$

415.

- a) $x = 5$ tai $x = -5$
 b) $x = 3$ tai $x = -3$
 c) $x = 4$ tai $x = -4$
 d) $x = 10$ tai $x = -10$

416.

- a) $\frac{1}{a-b}$
 b) $x-2$

417.

- a) $a^2 - 4$
 b) $9a^2 - 1$
 c) $4a^2 - \sqrt{2}$
 d) $49a^2 - 64$

418.

$40x$

419.

- a) $(a+b+c)(a+b-c)$
 b) $(b+c)(2a-b-c)$

420.

-

421.

$$(x^{-2} - y^{-2}) : (y - x) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) : (y - x) = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} : (y - x) = \frac{(y - x)(y + x)}{x^2 y^2} : (y - x)$$

$$= \frac{y + x}{x^2 y^2}$$

Sijoitetaan sitten x :n ja y :n paikalle annetut arvot:

$$\frac{y + x}{x^2 y^2} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}}{\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}$$

422.

Koska vektorimerkinnästä ei voida päätellä vektorin suuntaa.

423.

kyllä

424.

a) \vec{AB}

b) \vec{DC}

a) \vec{EF}

b) \vec{GH}

425.

a) B

b) C

c) F

d) H

426.

c ja d

427.

a) skalaarisuure

b) vektorisuure

c) skalaarisuure

d) skalaarisuure

e) vektorisuure

428.

a) $-\vec{a}$

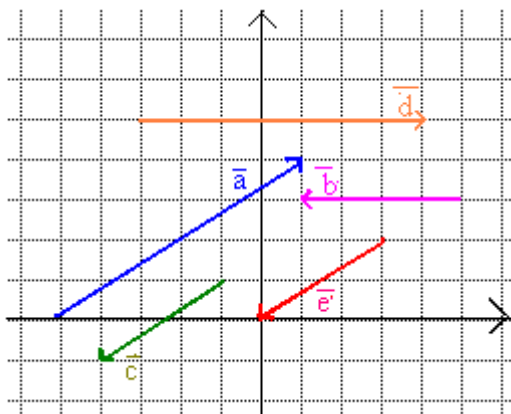
b) \vec{a}

c) $-\vec{AB}$ tai \vec{BA}

d) \vec{AB}

e) $-\vec{CD}$ tai \vec{DC}

429.



430.

- a) \bar{c} ja \bar{e}
- b) \bar{d}
- c) \bar{b} ja \bar{d}
- d) \bar{e}
- e) \bar{c} ja \bar{e}

431.

- a) $\sqrt{52}$
- b) 4
- c) $\sqrt{13}$
- d) 7
- e) $\sqrt{13}$

432.

- a) \bar{a}
- b) $-\bar{a}$
- c) $-(-\bar{a})$

433.

- a) kyllä
- b) ei
- c) kyllä
- d) ei

434.

\bar{a} : n pituus on 4

\bar{b} : n pituus on $\sqrt{18}$

\bar{c} : n pituus on $\sqrt{13}$

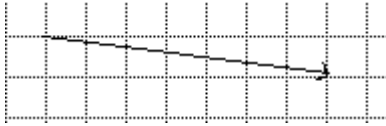
435.

- a) $3\bar{b}$
- b) $\bar{a} + 3\bar{b}$
- c) $5\bar{a} + 8\bar{b}$

436.

- a) $-\bar{a} + 5\bar{b}$
- b) $6\bar{a} - 6\bar{b}$
- c) $-2\bar{a} + 4\bar{b}$

437.



438.

-

439.

9,8

440.

310 km/h, suunta on 15 astetta pohjoisesta itään

441.

a) 67 s

b) 200 s

442.

27 min

443.

lisäämällä vastavektori

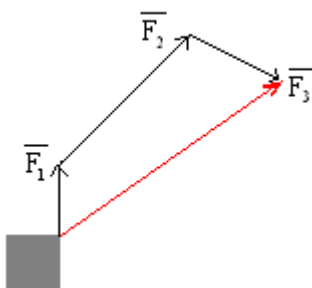
444.

Nopeuden suunta valitaan positiiviseksi ja hidastuvan auton kiihtyvyys on nopeuden suunnalle vastakkainen.

445.

Ne ovat vastakkaisuuntaisia.

446.

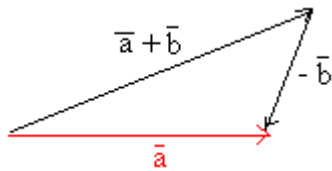


447.

-

448.

$$\vec{a} + \vec{b} - \vec{b} = \vec{a}$$



449.

13

450.

- a) 0,8
- b) 0,22...
- c) 5,33...
- d) 10,833...

451.

- a) $\frac{3}{20}$
- b) $\frac{4}{5}$
- c) $5\frac{3}{25}$
- d) $7\frac{11}{20}$

452.

- a) $\frac{8}{9}$
- b) $\frac{56}{88}$

453.

6000 €

454.

alkutekijät ovat 2^8 ja $2^3 \cdot 3^3$

- a) 6912
- b) 8

455.

a) alkutekijät $45 = 5 \cdot 3^2$ ja $54 = 2 \cdot 3^3$

b) Suurin yhteinen tekijä saadaan muodostamalla lukujen yhteisten alkutekijöiden tulo. Tässä tapauksessa yhteisiä tekijöitä on ainoastaan yksi, joka on luku $3^2 = 9$, joten se on suurin yhteinen tekijä.

c) Pienin yhteinen jaettava saadaan muodostamalla lukujen kaikkien alkutekijöiden tulo. $2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 270$.

456.

- a) kaksi
- b) kolme
- c) yksi

457.

- a) $16a^2 - 11b$
- b) $8a^2 - 4b + 9$
- c) $17a^2 - 10b + 5$

458.

- a) a^2
- b) $2b^3$
- c) $24c^2$
- d) $4d + c^2$

459.

- a) $a^2 + 3a + 2$
- b) $-b^2 - 2b + 15$
- c) $c^2 - 4c - 12$

460.

- a) $-3b$
- b) $5a^3b^3$

461.

Jos jokaisessa polynomin termissä on sama tekijä, se voidaan erottaa yhteiseksi tekijäksi käyttämällä osittelulakia $ab + ac = a(b + c)$.

462.

- a) $2(a + 2)$
- b) $a(a + 1)$
- c) $y(x + 3)$
- d) $4(2x^2 + y)$

463.

- a) $y(a + b)$
- b) $4y(2x + 1)$
- c) $x(x + 4)$
- d) $x(4x^2 - 5 + x)$

464.

- a) $(0, 0)$
- b) $(0, -1)$
- c) $(0, 4)$
- d) $(0, -9)$

465.

- a) $x = 0$
- b) $x = -1$ tai $x = 1$
- c) ei leikkauspisteitä
- d) $x = -3$ tai $x = 3$

466.

-

467.

- a) ylöspäin
- b) alaspäin
- c) alaspäin
- d) ylöspäin

468.

b ja c

469.

- a) $x = \pm 7$
- b) $x = \pm 10$
- c) ei ratkaisua

470.

$x = 0$ tai $x = 5$

471.

- a) $x = 0$ tai $x = 1$
- b) $x = 0$ tai $x = \frac{1}{2}$
- c) $x = 0$ tai $x = -\frac{1}{2}$

472.

Kerroin a vaikuttaa paraabelin kaarevuuteen, kertoimella b on selvästi yhteys kuvaajan toiseen nollakohtaan ja c ilmaisee kohdan, jossa kuvaaja leikkaa y-akselin.

473.

$x = 0$ tai $x = \frac{1}{2}$

474.

$x^2 - 6x = 0$, $x = 0$ tai $x = 6$

475.

- a) 1
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{1}{15}$

476.

a) $\frac{5}{a}$

b) $\frac{3}{b}$

c) $\frac{3-b}{b}$

d) $\frac{1}{2a}$

477.

a) $3\frac{3}{4}$

b) $\frac{8}{21}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $8\frac{8}{9}$

478.

a) on

b) ei

c) ei

d) ei

479.

a) $x = 0$

b) $x = 6$

c) $x = -\frac{5}{2}$

d) ei nollakohtia

480.

a) 4

b) $\frac{a-1}{a+1}$

481.

$a = -12$

482.

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{8} = \sqrt{10} - 3 \quad | \cdot 24$$

$$4x - 3x = 24(\sqrt{10} - 3)$$

$$x = 24(\sqrt{10} - 3) \approx 3,895$$

483.

- a) ei
- b) kyllä, kääntäen verrannollisuus
- c) kyllä, suoraan verrannollisuus
- d) ei

484.

500 m

485.

71,90 €

486.

43 m

487.

- a) suoraan verrannollisuus
- e) kääntäen verrannollisuus

488.

- a) $5a$
- b) $\frac{4}{a}$
- c) $2a^3$
- d) $\frac{a^6}{3b}$

489.

Jos henkilö on syntynyt ennen huhtikuun puoliväliä, vuonna 2014, muutoin vuonna 2015.

490.

- a) 46 €
- b) 23,60 €
- c) 174,10 €

491.

29 %

492.

- a) 3,2 kg
- b) 0,8 kg

493.

10 litraa liuosta sisältää pakkasnestettä määrän $\frac{27}{100} \cdot 101 = 2,71$.

Merkitään uuden liuoksen pitoisuutta x :llä. Haihtumisen jälkeen liuosta on 9 l, jolloin saadaan yhtälö

$$\frac{x}{100} \cdot 91 = 2,71$$

$$x = \frac{2,71 \cdot 100}{91} = 30$$

Vastaus: 30 %:sta

494.

48 %

495.

15 %

496.

1,7 prosenttiyksikköä

497.

20 %

498.

23 %

499.

Olkoon lainan määrä $100a$. Kun vuotuinen korko on 11 %, on koron määrä $11a$ ja koron 12,5 % mukainen koron määrä on $12,5a$. Koron nousu prosentteina on tällöin

$$\frac{12,5a - 11a}{11a} \approx 13,6 \%$$

Vastaus: 13,6 %

500.

noin 15

501.

Olkoon matkan hinta $100a$. Lennon osuus on tällöin $50a$ ja siitä polttoainekustannuksia on

$$15a, \text{ joka on } \frac{15a}{100a} = 1,5 \%$$

Vastaus: 1,5 %

502.

Merkitään 40 % liuoksen määrää a :lla. Liuoksessa on tällöin desinfiointiainetta $0,40a$.

Merkitään 5 % liuoksen määrää x :llä.

Desinfiointiaineen määrä säilyy laimennettaessa, joten

$$0,05x = 0,40a$$

$$x = \frac{0,40a}{0,05} = \frac{0,40}{0,05} a = 8a$$

Vettä on lisättävä $8a - a = 7a$. siis sekoitussuhde on 1:7.

10 litraan tarvitaan kahdeksasosa eli 1,25 l liuosta ja 7/8 eli 8,75 l vettä.

Vastaus: Sekoitussuhde on 1 osa liuosta ja 7 osaa vettä. Sankoon tarvitaan liuosta 1,25 l ja vettä 8,75 l.

503.

Kuukausikorko on $p = \frac{8,59\%}{12} \approx 0,7158\%$.

Syyskuussa korkoihin meni $1308 - 1000 = 308$ (mk).

Merkitään pääomaa syyskuun alussa x :llä.

Korko 308 mk on kuukausikoron verran x :stä, jolloin saadaan yhtälö

$$0,007158 \cdot x = 308$$

$$x = \frac{308}{0,007158} \approx 43030 \text{ (mk)}$$

Koska lainaa lyhennetään 1000 km kuukaudessa, on lyhennyksiä (syyskuun lyhennys mukaan lukien) jäljellä 44. Laina on maksettu 43 kuukauden (= 3 vuotta ja 7 kuukautta) kuluttua eli vuoden 2001 huhtikuussa.

Vastaus: vuoden 2001 huhtikuussa (Edellä jää viimeiseksi eräksi vain noin 30 mk + korot. käytännössä laina maksettaneen loppuun jo edellisessä kuussa.)

Taulukko-osio

Reaalilukujen laskulait

$$a + b = b + a, ab = ba$$

vaihdantalaki

$$a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$$

liitântälaki

$$a(b + c) = ab + ac$$

osittelulaki

$$a + (-a) = 0$$

luvun a vas-

taluku $-a$

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

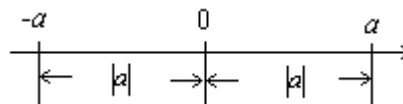
luvun a käänteisluku $\frac{1}{a}$

$$(a \neq 0)$$

$$|a|$$

itseisarvo

Graafinen tulkinta: $|a|$ = luvun a vastinpisteiden etäisyys nolasta



Murtolukujen laskutoimitukset

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}, \text{ missä } k \neq 0$$

laventaminen (\rightarrow) ja supistaminen (\leftarrow)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

yhteenlasku (lavennus samannimisiksi)

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

vähennyslasku (lavennus samannimisiksi)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

kertolasku

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

jakolasku

Potenssi

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

n tekijää, a = kantaluku, n = eksponentti

$$a^0 = 1$$

$a \neq 0$, 0^0 ei ole määritelty

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$a \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-p} = \left(\frac{b}{a}\right)^p \quad a \neq 0$$

Laskusääntöjä

$$a^m a^n = a^{m+n} \quad \text{samankantaisten potenssien tulo}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{samankantaisten potenssien osamäärä}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad \text{tulon potenssi}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{osamäärän potenssi}$$

$$(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m \quad \text{potenssin potenssi}$$

Polynomin jakaminen tekijöihin

$$ab + ac = a(b + c)$$

yhteinen tekijä

$$ac + ad + bc + bd = a(c + d) + b(c + d) = (a + b)(c + d) \quad \text{ryhmittely}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

muistikaavat

Neliöjuuri

Jos $\sqrt{a} = b$, niin $b^2 = a$ ja $b \geq 0$ (pätee myös toisinpäin).

Laskusääntöjä

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

Lukujonot

Aritmeettinen lukujono

$$d = a_2 - a_1$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

erotusluku

yleinen termi

Geometrinen lukujono

$$q = \frac{a_2}{a_1}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

suhdeluku

yleinen termi

Toisen asteen yhtälö

Normaalimuoto

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Ratkaisukaava: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Paraabelin aukamissuunta ja muoto:

- . Jos $a > 0$, paraabeli aukeaa ylöspäin.
- a. Jos $a < 0$, paraabeli aukeaa alaspäin.
- b. Jos $|a|$ on pieni, paraabeli on leveä.
- c. Jos $|a|$ on suuri, paraabeli on kapea.

Vaillinaiset toisen asteen yhtälöt

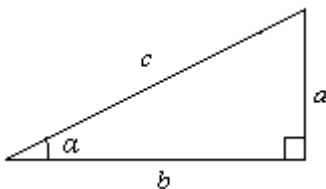
Yhtälön $ax^2 + c = 0$ ratkaisujen määrä riippuu vakiosta c :

- $c < 0$: kaksi ratkaisua, ratkaisut toistensa vastalukuja
- $c = 0$: ainoa ratkaisu $x = 0$
- $c > 0$: ei ratkaisua

Yhtälön $ax^2 + bx = 0$ ratkaisut:

- aina kaksi ratkaisua, toinen on aina $x = 0$
-

Suorakulmaisen kolmion trigonometria



$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (Pythagoraan lause)}$$

$$A = \frac{1}{2}ab$$

Trigonometriset funktiot

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Suora

Pisteiden (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) kautta kulkevan suoran kulmakerroin:

$$k = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora on

- nouseva, jos $k > 0$
- laskeva, jos $k < 0$
- x -akselin suuntainen, jos $k = 0$
- y -akselin suuntainen, jos k :ta ei voida määrittää.

Tarkastellaan suoria s_1 ja s_2 , joiden kulmakertoimet ovat k_1 ja k_2 .

- Suorat ovat yhdensuuntaiset eli $s_1 \parallel s_2$, jos $k_1 = k_2$ tai suorat ovat y -akselin suuntaiset.
- Suorat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan eli $s_1 \perp s_2$, jos $k_1 \cdot k_2 = -1$ tai toinen suora on x -akselin ja toinen y -akselin suuntainen.

Suoran yhtälön yleinen muoto:

$$ax + by + c = 0$$

Suoran yhtälön ratkaistu muoto:

$y = kx + b$, missä k on kulmakerroin ja b vakiotermin (suoran ja y -akselin leikkauspisteen y -koordinaatti).

x - akselin suuntaisen suoran yhtälö:

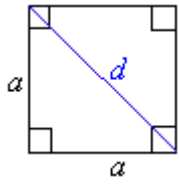
$y = t$, missä t on suoran ja y -akselin leikkauspisteen y -koordinaatti

y -akselin suuntaisen suoran yhtälö:

$x = u$, missä u on suoran ja x -akselin leikkauspisteen x -koordinaatti

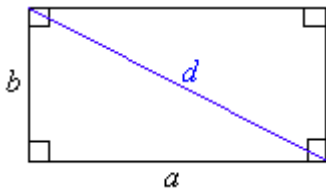
Tasokuviota

Neliö



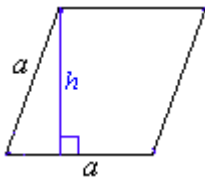
$$A = a^2$$
$$d = \sqrt{2}a$$

Suorakulmio



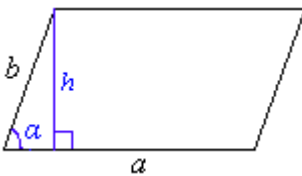
$$A = ab$$
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Neljäkäs



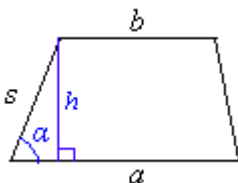
$$A = ah$$

Suunnikas



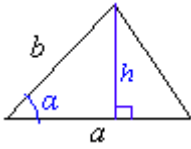
$$A = ah = ab \sin \alpha$$

Puolisuunnikas



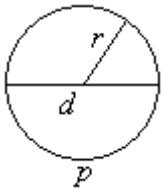
$$A = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(a+b)s \sin \alpha$$

Kolmio



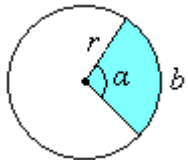
$$A = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$$

Ympyrä



$$A = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$$
$$p = 2\pi r = \pi d$$

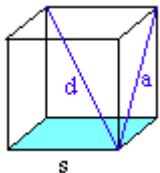
Sektorit



$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi r \text{ (kaaren pituus)}$$
$$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2 = \frac{br}{2}$$

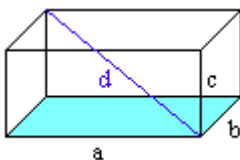
Avaruuskappaleita

Kuutio



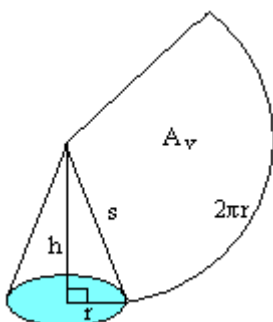
$$a = s\sqrt{2}, d = s\sqrt{3}$$
$$A = 6s^2$$
$$V = s^3$$

Suorakulmainen särmiö



$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
$$A = 2(ab + ac + bc)$$
$$V = abc$$

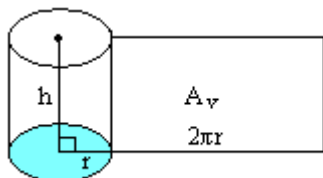
Suora ympyräkartioiden



$$A_v = \pi r s$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Suora ympyrälieriö

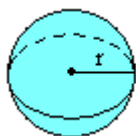


$$A_v = 2\pi r h$$

$$A_{kok} = A_v + 2\pi r^2 = 2\pi r(r + h)$$

$$V = \pi r^2 h$$

Pallo



$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

π :n likiarvo 500 ensimmäisen desimaalin tarkkuudella

3,	14159	26535	89793	23846	26433	83279	50288	41971	69399	37510
	58209	74944	59230	78164	06286	20899	86280	34825	34211	70679
	82148	08651	32823	06647	09384	46095	50582	23172	53594	08128
	48111	74502	84102	70193	85211	05559	64462	29489	54930	38196
	44288	10975	66593	34461	28475	64823	37867	83165	27120	19091
	45648	56692	34603	48610	45432	66482	13393	60726	02491	41273
	72456	70066	06315	58817	48815	20920	96282	92540	91715	36436
	78925	90360	01133	05305	48820	46652	13841	46951	94151	16094
	33057	27036	57595	91953	09218	61173	81932	61179	31051	18548
	07446	23799	62749	56735	188857	52724	89122	79381	83011	94912

Tilastomatematiikka

Keskilukuja

keskiarvo
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

painotettu keskiarvo
$$\bar{x} = \frac{q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots + q_n x_n}{q_1 + q_2 + \dots + q_n}$$
, missä q_1, q_2, \dots, q_n ovat painokertoimia

Moodi eli tyyppiarvo tarkoittaa yleisintä, useimmin esiintyvää muuttujan arvoa.

Mediaani tarkoittaa keskimmäistä arvoa (tai kahden keskimmäisen arvon keskiarvoa), kun aineisto on järjestetty suuruusjärjestykseen.

Hajontalukuja

Keskihajonta ilmoittaa, kuinka kaukana muuttujan arvot ovat keskimäärin keskiarvosta.

Vaihteluväli kertoo millä välillä havainnot vaihtelevat.

Vaihteluvälin pituus on muuttujan suurimman ja pienimmän arvon erotus.

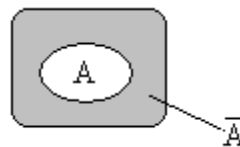
Todennäköisyyslaskenta

Klassinen todennäköisyys

$$P(A) = \frac{\text{suotuisten tapausten lukumäärä}}{\text{kaikkien tapausten lukumäärä}}$$

Vastatapahtuman todennäköisyys

$$P(\bar{A}) = P(A \text{ ei tapahdu}) = 1 - P(A)$$

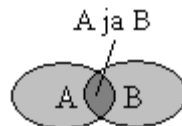


Yhteenlaskusääntö

Kun A ja B erillisiä tapauksia $P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B)$



Kun A ja B eivät ole erillisiä $P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ ja } B)$



Kertolaskusääntö

Kun A ja B ovat riippumattomia $P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B)$

Kun A ja B ovat riippuvia (yleinen kertosääntö)
 $P(\text{ensin } A \text{ ja sitten } B) = P(A) \cdot P(B, \text{ kun } A \text{ on tapahtunut})$

SI-järjestelmä

Kerrannaisyksiköiden etuliitteet					
Nimi	Tunnus	Kerroin	Nimi	Tunnus	Kerroin
eksa	E	10^{18}	desi	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	senti	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^9	mikro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	piko	p	10^{-12}
hehto	h	10^2	femto	f	10^{-15}
deka	da	10^1	atto	a	10^{-18}

Lisäyksiköitä			
Suure	Yksikkö	Tunnus	Vastaavuus
aika	minuutti	min	1 min = 60 s
	tunti	h	1 h = 60 min
	vuorokausi	d	1 d = 24 h
	vuosi	a	1 a \approx 365 d
tasokulma	aste	$^\circ$	1 $^\circ$ = 60'
	minuutti	'	1' = 60''
	sekunti	''	
tilavuus	litra	l	1 l = 1 dm ³
massa	tonni	t	1 t = 1000 kg
	atomimassayksikkö	u	1 u = 1,6605402 \cdot 10 ⁻²⁷ kg
pituus	tähtitieteellinen yksikkö	AU	1 AU = 0,1495979 \cdot 10 ¹² m
	parsek	pc	1 pc = 30,85678 \cdot 10 ¹⁵ m

Muuntokertoimia	
Pituus	1'' = 1 in = 1 tuuma = 25,40 mm
	1' = 1 ft = 1 jalka = 0,3048 m
	1 yd = 1 jaardi = 0,9144 m
	1 mi = 1 maili = 1,609344 km
	1 mpk = 1 M = 1 meripeninkulma = 1852 m
	1 vv = 1 valovuosi = 9,46055 \cdot 10 ¹⁵ m
	1 AU = tähtitieteellinen yksikkö = 149,5979 \cdot 10 ⁹ m
Massa	1 ka = 1 karaatti = 0,2 g
	1 u = 1,6605402 \cdot 10 ⁻²⁷ kg
	1 lb = 1 naula = 0,4536 kg
	1 oz = 1 unssi = 28,35 g
Tasokulma	1 $^\circ$ = 2 π /360 rad

Pinta-ala	1 b = 1 barn = 10^{-28} m^2
	1 acre = 1 eekkeri = $4,0469 \cdot 10^3 \text{ m}^2$
Tilavuus	1 l = $1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$
	1 bbl = 1 barreli = $0,1589873 \text{ m}^3$
	1 gal = 1 gallona (UK) = 4,546092 l
	1 gal = 1 gallona (US) = 3,785412 l
Nopeus	1 solmu = 1 mpk/h = 1,852 km/h = 0,5144 m/s

Luonnonvakioita		
Nimi	Tunnus	Lukuarvo ja yksikkö
putoamiskiihtyvyys	g	$9,80665 \text{ m/s}^2$
valon nopeus	c	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
elektronin massa	m_e	$9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
protonin massa	m_p	$1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
neutronin massa	m_n	$1,6749286 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$