

2 ARITMEETTINEN LUKUJONO

Aritmeettinen lukujono on tasavälinen lukujono. Lukujonon seuraava jäsen saadaan, kun edelliseen jäseneen lisätään aina sama luku.

Esimerkki 1

a) 2 5 8 11 14

b) 6 4 2 0 -2

Lukujono on aritmeettinen, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus on vakio. Kahden peräkkäisen jäsenen erotusta merkitään kirjaimella d .

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Esimerkki 2 Mikä on seuraava jäsen aritmeettisessä lukujonossa $\frac{1}{3}$, $\frac{11}{15}$, ... ?

Aritmeettisen lukujonon yleinen jäsen

a_1

$a_2 =$

$a_3 =$

$a_4 =$

$\vdots$

Yleinen jäsen (n:s jäsen):

$a_n =$

Esimerkki 3 Aritmeettinen lukujono alkaa $(a_n) = 4, 1, -2, \dots$

a) Mikä on yleisen jäsenen lauseke

b) Mikä on lukujonon 50. jäsen a_{50} ?

c) Onko luku -66 lukujonon jäsen?

Tehtäviä

1. Laske peräkkäisten jäsenten erotukset. Voiko lukujono olla aritmeettinen?

a) 6, 10, 14, 18, ...

b) 4, 8, 16, 32, ...

c) 30, 27, 24, 21, ...

2. Täydennä aritmeettisen lukujonon puuttuvat jäsenet. Mikä luku d lisätään edelliseen jäseneseen, jotta saadaan seuraava jäsen?

a) 5, 8, 11, ____, 17, ____, ... ja $d =$

b) ____, 18, 12, 6, ____ ... ja $d =$

c) 30, 27, 24, 21, ...

3. Yhdistä luonnehdinnat A – E erotuslukuihin I – V.

A Jonon jäsen saadaan lisäämällä edelliseen jäseneseen luku 5

B Jonon 1. jäsen on 3 ja 2. jäsen on 9.

C Jonon jäsen on kahta pienempi kuin edellinen jäsen.

D Jonon kaikki jäsenet ovat yhtä suuria.

E Jonon 5. jäsen on 8 ja 7. jäsen on 2

I $d = 5$

II $d = -2$

III $d = 6$

IV $d = -3$

V $d = 0$

4. Lukujono 2, 5, 8, 11, ... on aritmeettinen. Määritä lukujonon

- a) sadas jäsen a_{100}
- b) n . jäsen a_n .

5. Lukujono 2, 6, 10, ... on aritmeettinen

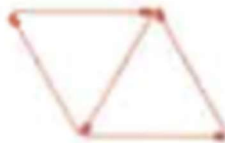
- a) Muodosta lukujonon yleisen jäsenen a_n lauseke.
- b) Laske lukujonon 260. jäsen.
- c) Onko luku 2 610 lukujonon jäsen?

6.

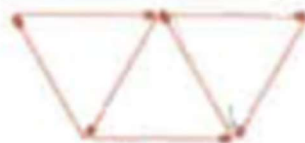
a) Piirrä tikuista muodostuvan kuviojonon kaksi seuraavaa kuviota.



kuvio 1



kuvio 2



kuvio 3

- b) Kuinka monta tikkua on n . kuviossa?
- c) Muodosta sopiva yhtälö ja selvitä, onko jossakin kuviossa 101 tikkua.

7. Voiko lukujono olla aritmeettinen?

- a) 27, 23, 19, 15, ...
- b) 2, 7, 12, 17, ...
- c) $-2\frac{1}{3}, -1\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$
- d) 120, 60, 30, 15, ...

8. Muodostavatko junien lähtöajat aritmeettisen lukujonon? Jos muodostavat, mikä on peräkkäisten jäsenten erotus?

- a) 6.07, 6.17, 6.27, 6.37, 6.47, 6.57, 7.07, ...
- b) 8.05, 8.20, 8.25, 8.40, 8.45, 9.00, 9.05, ...

9. Portaiden kolmas askelma on 51 cm lattiatason yläpuolella. Portaiden jokainen nousu on yhtä suuri.

- a) Kuinka korkealla on ensimmäinen askelma? Entä 10. askelma?
- b) Miksi lukujono, joka ilmaisee askelmien korkeuseron lattiatasoon verrattuna, on aritmeettinen?
- c) Muodosta lukujonon yleinen jäsen a_n

10. Pankkitilillä oli vuoden alussa 135 euroa. Tilille talletetaan joka viikko 25 euroa.

- a) Kirjoita pankkitilin saldo viiden ensimmäisen viikon lopussa lukujonona.
- b) Kirjoita pankkitilin saldo muodossa a_n , jossa n on viikon numero.
- c) Kuinka monen viikon kuluessa säästötavoite 1500 euroa täyttyy?

11.

- a) Mikä on aritmeettisen lukujonon n . jäsen a_n , kun $a_3 = 3$ ja $a_6 = -3$?
- b) Onko lukujonossa jäsentä -100 ?
- c) Onko lukujonossa jäsentä -201 ?

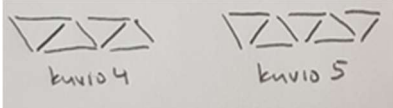
12.* Suomessa ja useissa Euroopan maissa on käytössä pariisilainen

kengännumerojärjestelmä, jossa kengännumeron pituusyksikkö on $\frac{2}{3}$ cm.

Kengännumeroa 30 vastaa sisäpituus 20 cm. Olkoon (a_n) lukujono, jonka jäsen on kengän sisäpituus ja jossa indeksi n on kengännumero

- a) Mikä on lukujonon ensimmäinen jäsen a_1 eli kengännumeron 1 sisäpituus?
- b) Kirjoita lukujonon sääntö a_n .
- c) Laske oman kenkäsi sisäpituus

Vastaukset

- 1. a) Voi olla b) Ei voi olla c) Voi olla
- 2. a) Puuttuvat jäsenet ovat 14 ja 20 ja $d = 3$
b) Puuttuvat jäsenet ovat 24 ja 0 ja $d = -6$
- 3. A – I, B – III, C – II, D – V, E – IV
- 4. a) $a_{100} = 299$ b) $a_n = 3n - 1$
- 5. a) $d = 4, a_n = 4n - 2$ b) $a_{260} = 1\,038$ c) On jäsen
- 6. a)  b) $a_n = 2n + 1$ c) On (kuvio 50)
- 7. a) Voi olla b) Voi olla c) Voi olla d) Ei voi
- 8. a) Kyllä, aikojen erotus on 10 min. b) Ei, erotus vaihtelee
- 9. a) 1. askelma 17 cm ja 10. askelma 170 cm c) $a_n = 17n$
- 10. a) 160, 185, 210, 235, 260 b) $a_n = 25n + 135$ c) 55 viikon.
- 11. a) $a_n = -2n + 9$ b) Ei ole c) On.
- 12. a) $\frac{2}{3}$ (cm) b) $a_n = \frac{2}{3}n$