

FY5 harjoituskoe syksy 2025

1.1 Auto etenee kaarteissa ympyräradalla kuvan mukaiseen suuntaan. Auton vauhti on vakio. Mikä vektoreista esittää parhaiten auton kiihtyvyyttä?

A

PERUSTELU

Tasaisessa ympyräliikkeessä kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä, joka suuntautuu kohti ympyräradan keskipistettä.

1.2 Moukarinheiton vauhdinottovaiheessa pyöritetään vajeriin kiinnitettyä kuulaa. Mikä voimakuvioista sopii parhaiten kuulalle kuvan tilanteessa? Kuulan voidaan olettaa olevan tasaisessa ympyräliikkeessä.

C

PERUSTELU

Tasaisessa ympyräliikkeessä kiihtyvyys on kohti radan keskipistettä eli kuvassa vasemmalle. Voimien vektorisumman suunta on Newtonin 2. lain mukaisesti sama kuin kiihtyvyyden. Tämä toteutuu vaihtoehdossa C. Kuulaan vaikuttavat voimat ovat paino alaspäin ja vajerin tukivoima vajerin suuntaan.

1.3 Tehosekoittimen ohjeessa mainitaan kierrostaajuuksi 23 000 RPM. Kuinka suuri on kierrosaika terän pyöriessä? Tehosekoittimen ohjeessa mainitaan kierrostaajuuksi 23 000 RPM. Kuinka suuri on kierrosaika terän pyöriessä?

2,6 ms

PERUSTELU

RPM tarkoittaa kierroksia minuutissa. Kierrosaika on sen käänteisluku.

$$T = \frac{1}{\frac{23000}{\text{min}}} = 0,000\,043... \text{ min} \approx 2,6 \text{ ms}$$

Oikea vastaus 1p., väärä vastaus 0p., ei vastausta 0p.

1.4 Miksi astronautin sanotaan olevan ISS-avaruusasemalla "painottomassa tilassa"?

Astronautilla ja asemalla on sama kiihtyvyys.

PERUSTELU

Sekä astronautti että asema ovat samanlaisessa tasaisessa ympyräliikkeessä Maan ympäri. Niiden kiihtyvyydet ovat siis yhtä suuret. Samasta kiihtyvyydestä johtuen astronautin ja aseman lattian tai seinien välillä ei ole pinnan tukivoimaa, minkä astronautti kokee painottomuuden tunteena.

Huom. Astronauttiin kohdistuva painovoima on suuremmasta korkeudesta johtuen vain vähän pienempi kuin Maan pinnalla.

1.5 Aalto etenee veden pinnalla nopeudella 6 cm/s. Oheinen kuvaaja mallintaa veden korkeutta eri kohdissa. Kuinka suuri on aallon aallonpituus?

3 cm

PERUSTELU

Aallonpituus on kahden peräkkäisen aaltohuipun välinen matka. Kuvaajasta nähdään peräkkäiset huiput esimerkiksi kohdissa 2,2 cm ja 5,2 cm. Näiden erotus on 3 cm.

1.6

Kaksi vierekkäistä värähtelijää (L1 ja L2) synnytti vesialtaaseen kuvan mukaisia aaltoja. Mitä aaltokuvioille tapahtuu jos värähtelijöiden välimatkaa toisistaan kasvatetaan?

Aallonpituus säilyy samana ja säteittäisiä "raitoja" syntyy enemmän.

PERUSTELU

Aallonpituus ei muutu, koska se riippuu taajuudesta ja aaltojen nopeudesta aaltoliikkeen perusyhtälön

$v = \lambda f$ mukaisesti. Näkyvät "raidat" ovat kohtia, joissa kahdesta lähteestä tulevat aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa keskenään ja interferoivat heikentävästi. Vaiheiden vastakkaisuus johtuu siitä, että toisesta lähteestä lähtenyt aalto on edennyt pidemmän matkan kuin ensimmäisestä lähtenyt ja ne ovat vastakkaisessa vaiheessa. Eli aaltojen vaihe-ero on puoli aallonpituutta. Kun lähteiden välimatka kasvaa,

lähteiden välille muodostuu useampia kohtia, joissa aaltojen vaihe-ero on puolen aallonpituuden suuruinen, ja siksi "raitoja" havaitaan enemmän.

1.7 Mikä seuraavista on ultraääntä?
Ääni, jonka taajuus on 25 kHz.

PERUSTELU

Ultraääni on ääntä, jonka taajuus on ylitse ihmisen kuulokynnyksen. Kuulokynnys on henkilöstä riippuen n. 20 kHz:n kohdalla.

1.8 Ääni etenee ilmasta veteen. Mitä tapahtuu äänen ominaisuuksille?
Taajuus säilyy samana ja aallonpituus kasvaa.

PERUSTELU

Äänen nopeus ilmassa on n. 340 m/s ja vedessä 1500 m/s. Taajuus on äänilähteelle ominainen suure, joten se ei muutu äänen edetessä eri väliaineeseen. Aallonpituus on aaltoliikkeen perusyhtälön $v = \lambda f$ mukaisesti suoraan verrannollinen nopeuteen, joten se kasvaa.

1.9 Kaksi seinällä olevaa kaiutinta lähettää täysin samanlaista ääntä vakiotajuudella. Äänen voimakkuuden huomataan hieman vaihtelevan eri kohdissa.

Millainen on äänen voimakkuus kuvan pisteessä A, joka on seinän suunnassa kaiuttimien puolella välissä?
Ääni kuuluu voimakkaampana pisteessä A kuin sen lähettyillä seinään suuntaisesti siirryttäessä.

PERUSTELU

Pisteeseen A on yhtä pitkä matka molemmista kaiuttimista. Siis siinä kohtaavat aallot ovat samassa vaiheessa keskenään ja interferoivat vahvistavasti keskenään. Siksi ääni on tässä pisteessä voimakkaampi kuin lähiympäristössä. Jos pisteestä A siirryttäisiin hieman sivulle seinän suunnassa, kohtaavien aaltojen kulkema matka olisi erilainen, mikä aiheuttaisi niille vaihe-eroa ja ne alkaisivat hieman heikentää toisiaan. Se kuultaisiin heikompana äänen voimakkuutena.

1.10 Boomwhacker on molemmista päistä avoin muoviputki. Boomwhacker tuottaa lyötessä ääntä ominaistajuudellaan.

Mitä voidaan sanoa kuvan perusteella violetin ja vihreän boomwhackerin äänistä?
Vihreän ääni on matalampi kuin violetin.

PERUSTELU

Molemmista päistä avoimeen putkeen muodostuu seisova aalto, siten että perusvärähtelyssä on kaksi kupua putken päissä ja yksi solmukohta putken keskellä. Siis aallonpituus on kaksi kertaa putken pituus. Äänialion nopeus molemmissa putkissa on sama. Aaltoliikkeen perusyhtälön $v = \lambda f$ mukaan taajuus on kääntäen verrannollinen aallonpituuteen. Siis taajuus eli äänen korkeus on pienempi pidemmässä vihreässä putkessa.

1.11 Tarzan heilauttaa itsensä liianilla rotkon yli kuvan mukaisesti. Missä heilahduksen vaiheessa liianin jännitysvoima on suurimmillaan eli sen katkeamisen riski on suurin? Tarzan on erittäin vahva ja lämpötila viidakossa on 32 °C.
C

PERUSTELU

Tarzanin vauhti on suurimmillaan liikkeen alimmassa asemassa, joten sillä hetkellä myös normaalikiikkyvyys $a_n = \frac{v^2}{r}$ on suurin. Newtonin toisen lain mukaan normaalikiikkyvyys aiheutuu liianin jännitysvoiman ja sille vastakkaissuuntaisen painon normaalikomponentin yhteisvaikutuksesta.

$$T - G_n = ma_n \Rightarrow T = ma_n + G_n$$

Myös painon jännitysvoimalle kohtisuora komponentti G_n on suurin ala-asemassa. Siis jännitysvoima on suurin asemassa C.

1.12 Jouseen on kiinnitetty roikkumaan punnus ja se värähtelee pystysuunnassa. Mitä tapahtuu värähtelyn taajuudelle, jos punnus vaihdetaan toiseen jonka massa on kaksinkertainen alkuperäiseen verrattuna?
Värähtelyn taajuus laskee, mutta eri suhteessa kuin muissa vastausvaihtoehdoissa.

PERUSTELU

Jousivärähtelijän jaksonaika noudattaa mallia $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Taajuus on siten $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

Taajuus on kääntäen verrannollinen punnuksen massan neliöjuureen. Kaksinkertainen massa aiheuttaa taajuuden muutoksen kertoimella $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7$. Taajuus siis laskee, mutta ei puoleen eikä neljäsosaan.

1.13 Newtonin keksimän yleisen gravitaatiolain mukaan Maan painovoimakentässä putoavaan omenaan vaikuttava painovoima noudattaa kaavaa $G = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$.

on suoraan verrannollinen omenan massaan.

PERUSTELU

Gravitaatiolain kaavasta nähdään, että painovoima on suoraan verrannollinen omenan massaan, jota merkitään kaavassa m_1 .

1.14 Tarkastellaan jousessa värähtelevää punnusta. Punnus tuetaan yhden jousen sijasta kahdella samanlaisella jousella. Miten muuttuu värähtelijän jaksonaika T ?

Jaksonaika pienenee.

PERUSTELU

Värähtelyn jaksonaika pienenee, koska kaksi joustia rinnakkain yhdessä vastaa jäykempää joustia, jonka jousivakio on 2-kertainen.

$$k_{\text{yht}} = k + k = 2k.$$

Värähtelyn jaksonaika lasketaan :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Kun jousivakio k korvataan 2-kertaisella arvolla, niin juurrettavassa jakaja kasvaa, ja jakolaskun tulos pienenee:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{T}{\sqrt{2}} \approx 0,7 \cdot T$$

1.15 Kuvassa on esitetty tilanne, jossa nuolen suuntaan etenevät veden pinta-aallot kohtaavat esteen, jossa on kaksi pientä rakoa. Yhtenäiset viivat ovat aallon harjoja, katkoviivan kohdalla pinta-aalto on vastakkaisessa vaiheessa.

Esteen jälkeen aaltorintamat etenevät reiistä rengasmaisesti eri suuntiin, ilmiön nimi on *diffrakto eli aaltojen taipuminen*.

PERUSTELU

Esteen reiät toimivat pistemäisinä aaltolähteinä, jolloin aallon etenemissuunta hajaantuu rakojen jälkeen. Ilmiö on diffrakto eli aaltojen taipuminen.

Esteen jälkeen pisteessä B havaitaan pinta-aaltojen

vahvistava interferenssi, koska aallot ovat samassa vaiheessa.

PERUSTELU

Pisteessä B aallot ovat samassa vaiheessa, eli tapahtuu vahvistava interferenssi *voimistuu, eli hajaantuu enemmän.*

Jos esteen rakojen leveyttä kavennetaan, niin aaltojen etenemissuunnan hajaantuminen kaksoisraossa

PERUSTELU

Rakojen kaventaminen voimistaa diffraktiota, eli taipuminen voimistuu.

1.16 Pisteessä P on lokki, jonka ääni tahtuu eri lämpötilassa olevien ilmakerrosten rajapinnassa. Punaisella merkityssä alueessa ääniaallon aallon pituus λ_1 on suurempi kuin vihreässä alueessa λ_2 . Lisäksi lämpötila on korkeampi ylempässä ilmakerroksessa. ($T_1 > T_2$). Äänen nopeus ilmassa on verrannollinen absoluuttisen lämpötilan (K) neliöjuureen $v \sim \sqrt{T}$.

Alueessa 2 ääniaallon etenemisnopeus v_2 on pienempi kuin alueessa 1, eli $v_2 < v_1$.

PERUSTELU

Kuvassa aallot tahtuvat rajapinnassa kohti normaalia, eli ääniaallon etenemisnopeus pienenee. Sama voidaan päätellä myös äänen nopeuden verrannollisuudesta lämpötilan neliöjuureen.

Kun ääniaalto etenee alueesta 1 alueeseen 2 rajapinnan läpi, niin

Ääniaalto ei voi kokonaisheljestua eri lämpötilassa olevien ilmakerrosten rajapinnasta millään tulokulmalla α_1 .

PERUSTELU

Kokonaisheljestuminen ei voi tapahtua, koska ääniaallon etenemisnopeus pienenee, ja ääniaalto tahtuu kohti normaalia.

1.17 Ratkaisu ja pisteytys

PERUSTELU

Harjan eri osia voidaan ajatella kahtena yhteenliitettynä kappaleena, joilla on omat painopisteensä. Tarkastellaan momenttien tasapainoa pisteen K suhteen.

$$M_1 = M_2$$

$$G_1 R_1 = G_2 R_2$$

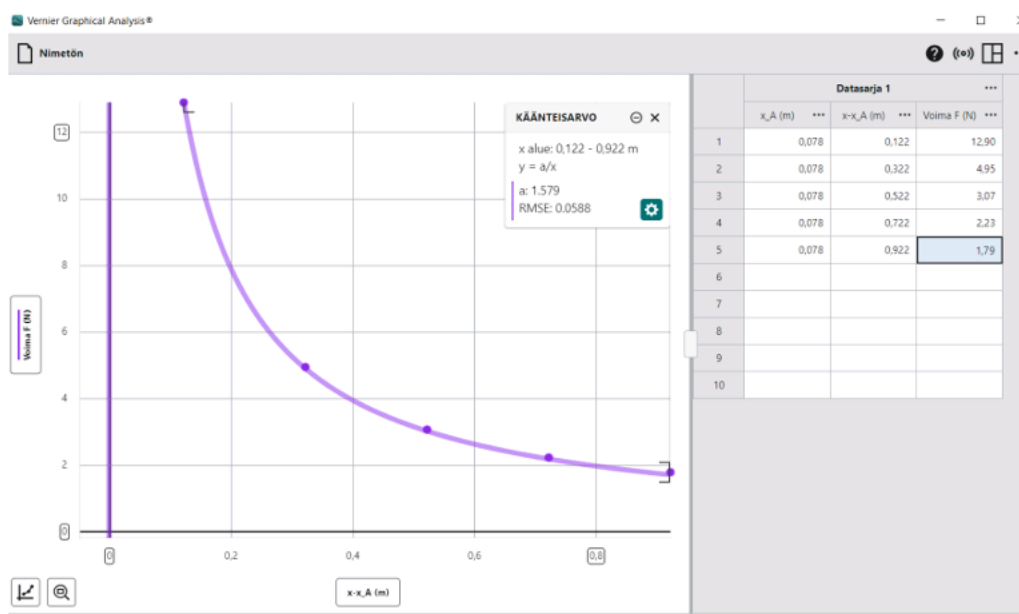
Koska osan 1 massakeskipisteen etäisyys R_1 momenttipisteestä K on suurempi kuin etäisyys R_2 , niin paino $G_1 < G_2$, koska painon ja etäisyyden tulo on vakio. Eli pienempi paino suuremmalla etäisyydellä aiheuttaa yhtä suuren momentin kuin suurempi paino pienemmällä etäisyydellä.

Tentävä 2

Taulukoidaan mittaustulokset ja lasketaan voiman vaikutussuoran etäisyys r kiertoakselista. Lasketaan tarvittaessa (Libre Office Calc) myös r :n käänteisarvot $1/r$. Kiertoakseli on viivaimen kohdassa 0,078 m. Voiman vaikutussuoran etäisyys kiertoakselista saadaan vähentämällä anturin ripustuskohdan lukemasta x kiertoakselin kohdan lukema x_A

x_A (m)	x (m)	r (m) = $(x - x_A)$ (m)	$1/r$ (1/m)	F (N)
0,078	0,20	0,122	8,19721	12,90
0,078	0,40	0,322	3,10559	4,95
0,078	0,60	0,522	1,91571	3,07
0,078	0,80	0,722	1,38504	2,23
0,078	1,00	0,922	1,08460	1,79

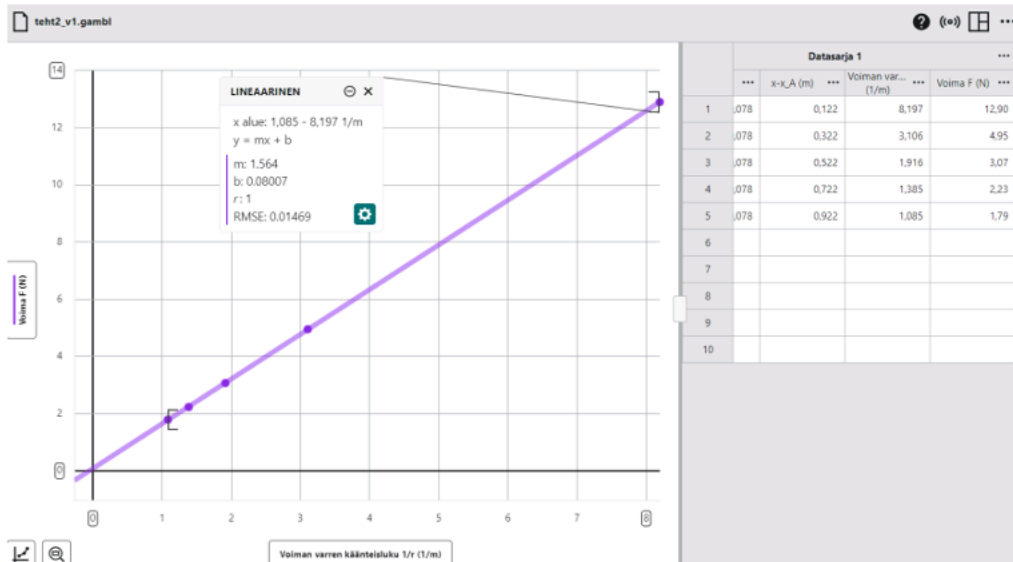
Graphical Analysis –ohjelmalla:



Koska voiman momentti on $M = Fr$, eli $F = \frac{M}{r}$, saadaan momentti suoraan sovituskerroimesta a . Näin ollen voiman momentti $M = 1,6 \text{ Nm}$.

Ilmaisversiossa ei saa lisättyä käänteiseen funktioon vakiotermiä. Sovitus näyttää, että momentti on $M \approx 1,6 \text{ Nm}$

Ongelman voi kiittää niin, että lisää sarakkeen $1/r$ vaakaa-akseliksi ja tekee lineaarisen sovituksen:



Nyt momentti on sovituksen mukaan $M \approx 1.564 \text{ Nm} \approx 1.6 \text{ Nm}$

GeoGebra

Taulukoidaan voiman ja voiman varren arvot.
 Niistä täytyy tehdä pistelista maalaamalla solut

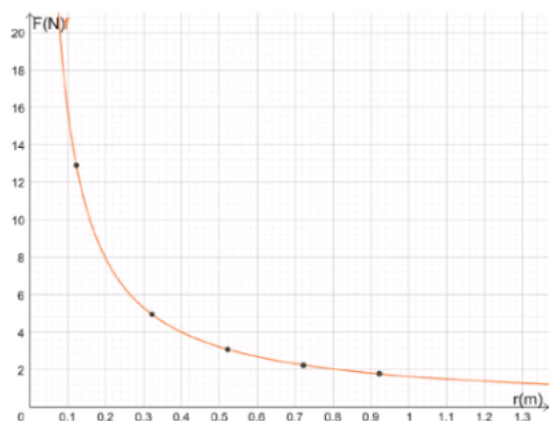
	A	B
1	r (m)	F (N)
2	0.12	12.9
3	0.32	4.95
4	0.52	3.07
5	0.72	2.23
6	0.92	1.79

ja valitsemalla $\{1,2\}$ -> "Luo pistelista." Listan nimeksi voi antaa esimerkiksi Mittapisteet. Tämän jälkeen pisteet ilmestyvät koordinaatistoon ja pistelista on myös käytettävissä algebratilassa.

GeoGebrailla voidaan tehdä käänteinen sovitus, joten mittadataa ei tarvitse välttämättä esittää $\frac{1}{r}$, F-koordinaatistossa. Tällainen sovitus täytyy tehdä algebratilassa käskyllä Sovita(Mittapisteet, a/x +b), jossa Mittapisteet on mittapisteet sisältävä lista, joka on tiedostossa valmiina. Huomaa, että vaaka-akseliin on komennossa viitattava kirjaimella x, vaikka se on kuvaajassa nimetty r-akseliksi. Vakiotermi b kannattaa sisällyttää sovitukseen, koska se voi paljastaa mittavirhettä.

$$f(x) = \text{Sovita}\left(\text{Mittapisteet}, \frac{a}{x} + b\right)$$

$$= \frac{1.56}{x} + 0.08$$



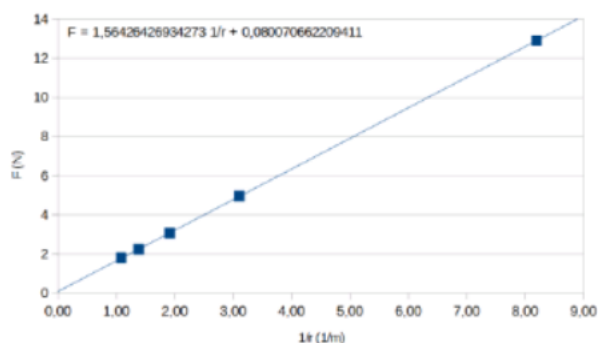
Koska voiman momentti on $M = Fr$, eli $F = \frac{M}{r}$, saadaan momentti suoraan sovituskerroimesta a . Näin ollen voiman momentti $M = 1,6 \text{ Nm}$.

LibreOffice Calc

Mitatut arvot on taulukoitu $\frac{1}{r}$, F -pareina, mutta LibreOffice Calcin trendiviivavaihtoehdoissa ei ole oikean muotoista sovituskaavaa. Näin ollen data täytyy linearisoida – eli esittää mittapisteet $\frac{1}{r}$, F -koordinaatistossa. Aluksi lasketaan $\frac{1}{r}$ -arvot.

	A	B	C
1	r (m)	1/r (1/m)	F (N)
2	0,122	8,20	12,9
3	0,322	3,11	4,95
4	0,522	1,92	3,07
5	0,722	1,39	2,23
6	0,922	1,08	1,79

Piirretään XY-kaavio, jonka vaaka-akseli saa $\frac{1}{r}$ -arvot ja pystyakseli F -arvot. Lisätään tähän lineaarinen trendiviiva.



Kulmakertoimesta nähdään, että voiman momentti $M = 1,6 \text{ Nm}$.

3. GPS-satelliitti (15 p.)

GPS-satelliittipaikannusjärjestelmään kuuluu 24 aktiivista GPS-satelliittia. Jokainen GPS-satelliitti kiertää Maapallon kaksi kertaa vuorokaudessa.

3.1 3 p.

Mikä on GPS-satelliitin kiertoaika sekunneissa?


3.2 (12 p.)

Millä korkeudella Maan pinnasta GPS-satelliitit kiertävät Maata?



3.1

pyörähdysaika

23 h 56 min 4,10 s

Taulukosta saadaan Maapallon pyörähdysajaksi 23 h 56 min 4,10 s.

$$23 \text{ h} + 56 \text{ min} + 4,10 \text{ s} = 86164,1 \text{ s.}$$

Koska GPS-satelliitti kiertää Maapallon kaksi kertaa vuorokaudessa, niin satelliitin kiertoaika on

$$T = \frac{1}{2} \cdot 86164,1 \text{ s}$$

$$= 43082,05 \text{ s}$$

$$= 43082 \text{ s.}$$

Pisteytys

Maapallon pyörähdysaika taulukosta 1 p.

laskettu puolet Maan pyörähdysajasta 1 p.

oikea tulos sekunteina 1 p.

3.2

Oletetaan, että satelliittiin vaikuttaa vain gravitaatiovoima ja että satelliitti kiertää Maata tasaisesti ympyrärataa pitkin.

Satelliittiin vaikuttava gravitaatiovoima on $F = \gamma \frac{mM}{r^2}$, jossa γ on gravitaatiovakio, m on satelliitin massa, M on Maan massa ja r on radan säde.

Newtonin II lain mukaan satelliitin liikeyhtälö on $\Sigma F = ma_n$, jossa a_n on satelliitin normaalikiikhtyvyys.

Rataehdosta saadaan $a_n = \frac{v^2}{r}$.

$$m \frac{v^2}{r} = \gamma \frac{mM}{r^2}$$

Yhtälöstä saadaan GPS-satelliitin ratanopeuden lausekkeeksi

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M}{r}}$$

Toisaalta GPS-satelliitin ratanopeus on $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$\sqrt{\gamma \frac{M}{r}} = \frac{2\pi r}{T}, \text{ josta saadaan GPS-satelliitin radan säde}$$

$$\gamma \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$4\pi^2 r^3 = T^2 \gamma M$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2 \gamma M}{4\pi^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(43082,05 \text{ s})^2 \cdot 6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,9723 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{4\pi^2}}$$

$$= 26\,561\,959,3428 \text{ m}$$

GPS-satelliitin korkeus Maan pinnasta on

$$r - R$$

$$= 26\,561\,959,3428 \text{ m} - 6356752 \text{ m}$$

$$= 20205207,3428 \text{ m} = 20\,200 \text{ km}$$

Tehtävä 4

4. Ultraäänen kulkua elimistössä (15 p.)

Lääketieteessä käytetään ultraääntä kehon sisäosien kuvantamiseen. Kuvantaminen perustuu ultraääniaaltojen käyttäytymiseen erilaisissa kudoksissa ja kahden eri kudoksen rajapinnoissa. Ultraäänen nopeus lihaksessa on 1590 m/s ja luussa 4080 m/s.

- a) Laske ultraäänen aallonpituus lihaksessa, kun sen taajuus on 9,5 Mhz. (5p)
- b) Millä tulokulmalla tapahtuu kokonaisheijastus lihaksen ja luun rajapinnassa? (5p)
- c) Perustele sanallisesti miksi ultraäänen taajuus ei muutu eri kudoksissa, vaikka sen nopeus muuttuu. (2p)
- d) Mitä tapahtuu, jos ultraääni tulee luun ja lihaksen rajapintaan kohtisuorasti eli tulokulma on 0° (taitekulma, taajuus, nopeus jne.)? (3p)

a) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan aaltoliikkeen etenemisnopeus, aallonpituus ja taajuus noudattavat kaavaa

$$v = f \cdot \lambda, \text{ joten}$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$v_{\text{lihas}} = 1590 \text{ m/s}$$

$$f = 9.5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$\lambda_{\text{lihas}} = \frac{v_{\text{lihas}}}{f} = \frac{1590 \cdot \text{m}}{9.5 \cdot 10^6 \cdot \text{Hz}} \rightarrow 1.67368421053 \text{E-4} \cdot \text{m}$$

$$\approx 0.17 \text{ mm}$$

V: Aallonpituus lihaksessa on noin 0,17 mm

b) Kokonaisheijastus voi tapahtua vain, kun aaltoliike siirtyy aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta aalto-opillisesti harvempaan aineeseen, jolloin aallon nopeus kasvaa. Nyt siis kokonaisheijastuminen voi tapahtua, kun ääniaalto etenee lihaksesta luuhun, koska luussa äänen nopeus on suurempi kuin lihaksessa.

Taantumislain mukaan

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$$

1 viittaa lihakseen ja 2 luuhun. Nyt rajatapauksessa taitekulma $\alpha_2 = 90^\circ$, merkitään ko. rajatulokulmaa $\alpha_2 = \alpha_r$

$$v_1 = v_{\text{lihas}} = 1590 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_{\text{luu}} = 4080 \text{ m/s}$$

$$\frac{\sin(\alpha_r)}{\sin(90^\circ)} = \frac{v_{\text{lihas}}}{v_{\text{luu}}} \quad \sin(90^\circ) = 1$$

$$\frac{\sin(\alpha_r)}{1} = \frac{v_{\text{lihas}}}{v_{\text{luu}}}$$

$$\sin(\alpha_r) = \frac{v_{\text{lihas}}}{v_{\text{luu}}} = \frac{1590 \text{ m/s}}{4080 \text{ m/s}}$$

$$\alpha_r = \sin^{-1}\left(\frac{\frac{1590 \cdot \text{m}}{\text{s}}}{\frac{4080 \cdot \text{m}}{\text{s}}}\right) \rightarrow \alpha_r = 22.9361997831$$

Kokonaisheijastuminen alkaa siis tapahtua, kun tulokulma on vähintään 23° .

c) Aaltoliikkeen taajuuden määrää aaltoliikkeen lähde. Taajuus ei muutu heijastumisessa eikä taittumisessa rajapinnan läpi (värähtely jatkuu saumattomasti molemmissa väliaineissa).

Aallonpituus ja etenemisnopeus muuttuvat, jos aaltoliike kulkee rajapinnan yli.

d) Jos tulokulma on 0° , taittumislaki pitää vaihtaa muotoon

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\alpha_1) \cdot v_2 = \sin(\alpha_2) \cdot v_1 \quad (\text{alkuperäinen taittumislain muoto})$$

ja kun $\alpha_1 = 0^\circ$, niin $\sin(\alpha_1) = 0 \Rightarrow \sin(\alpha_2) = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 0^\circ$ eli aalto taittuu myös 0 -kulmassa.

Taittumisessa aallonpituus ja etenemisnopeus kuitenkin muuttuvat. Taajuus ei muutu

tauttumisessa.

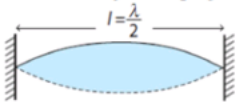
Tehtävä 5

5. Seisova aalto (15 p.)

Kuparilanka, pituus 0,50 m, on kiinnitetty pylväisiin. Lankaan synnytetään seisova aaltoliike.

- a) Muodostuuko kuparilangan päihin solmut vai kuvut? Miksi? (5 p.)
- b) Mikä on seisovan aallon aallonpituus, kun värähtelytaajuutena on langan perustaajuus f_0 ? Mitä värähtelyn perustaajuudella tarkoitetaan? (5 p.)
- c) Mikä on seisovan aallon aallonpituus, kun värähtelytaajuutena on $4f_0$? Piirrä tilannetta havainnollistava piirros. (5 p.)

- a) Koska kiinnityskohdissa lanka ei pääse vapaasti värähtelemään, kiinnityskohtiin muodostuu solmut.
- b) Perustaajuus vastaa yksinkertaisinta mahdollista seisovan aallon tilannetta. Silloin lankaan muodostuu yksi kupu ja molempiin päihin solmut.



Aallonpituus on kaksinkertainen värähtelevän kielen pituuteen verrattuna eli $\lambda = 2l$.
Aallonpituudeksi saadaan $\lambda = 2l = 2 \cdot 0,50 \text{ m} = 1,0 \text{ m}$.

- c) Värähtelytaajuus on perustaajuuteen verrattuna nelinkertainen eli $f = 4f_0$. Tällöin lankaan muodostuu 4 aallonpituuden puolikasta ja siksi 4 kupua ja 5 solmua.



Näin ollen aallonpituus on puolet langan pituudesta eli $\lambda = \frac{l}{2} = \frac{0,50 \text{ m}}{2} = 25 \text{ cm}$.

6. Äänitorvea kuuntelemassa (15 p.)

Musiikkia harrastava fysiikan opiskelija oli kävelyllä maantien reunalla. Hän kuuli auton lähestyvän mutkan takaa ja pysähtyi tien reunaan odottamaan. Huomattuaan opiskelijan, auton kuljettaja painaa säikähtäen äänitorvea. Opiskelija kuulee absoluuttisella sävelkorvallaan lähestyvän auton äänitorven taajuudeksi 480 Hz ja loittonevan auton äänitorven taajuudeksi 410 Hz. Minkälaisen arvion opiskelija saa auton nopeudeksi, kun hän arvioi äänennopeudeksi 340 m/s?

Olkoon havaitut taajuuudet

$$f_1 = 480 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 410 \text{ Hz}$$

$$v_x = \text{auton nopeus}$$

$$f_0 = \text{auton äänitorven taajuus}$$

$$v = \text{ääniaallon nopeus} = 340 \text{ m/s}$$

Kysymys on Dopplerin ilmiöstä, jolloin havaittu taajuus riippuu aaltoliikkeen lähteen (lahde) ja havaitsijan (hav) keskinäisestä liikkeestä.

$$f_{\text{hav}} = f_0 \cdot \frac{v \pm v_{\text{hav}}}{v \pm v_{\text{lahde}}}$$

Ensin auton lähestyessä

$$f_1 = f_0 \cdot \frac{v}{v - v_x}, \text{ jossa auton nopeus} = v_x \text{ ja torven taajuus} = f_0$$

Sitten auton etääntyessä

$$f_2 = f_0 \cdot \frac{v}{v + v_x}. \text{ Ratkaistaan } v_x \text{ yhtälöparista}$$

$$\text{solve} \left(\begin{cases} f_1 = f_0 \cdot \frac{v}{v - v_x} \\ f_2 = f_0 \cdot \frac{v}{v + v_x} \end{cases}, v_x, f_0 \right)$$

$$\rightarrow v_x = \frac{(f_1 - f_2) \cdot v}{f_1 + f_2} \text{ and } \left(2 - \frac{2 \cdot f_2}{f_1 + f_2} \right) \cdot v \neq 0 \text{ and } \frac{f_2 \cdot v}{f_1 + f_2} \neq 0 \text{ and } f_0 = \frac{2 \cdot f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}$$

$$v_x = \frac{(f_1 - f_2) \cdot v}{f_1 + f_2} = \frac{(480 \cdot \text{Hz} - 410 \cdot \text{Hz}) \cdot 340 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{480 \cdot \text{Hz} + 410 \cdot \text{Hz}} \rightarrow 26.7415730337 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$26.7415730337 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{kph} \rightarrow 96.2696629213 \cdot \text{kph}$$

V: Auton nopeus on noin 96 km/h

Tentävä 7

7. Työmaan melu 20 p.

Eräällä työmaa-alueella kuuluu päiväsaikaan valtaisa katuporan ääni, sekä vasaroinnin ja naulapyssyjen pauke.

7.1 6 p.

Mitä eri keinoja sinulla on suojautua melulta ja mihin näiden keinojen fysiikka pohjautuu seuraavissa tilanteissa

1. Olet ohikulkumatalla ja menossa läheiseen kauppakeskukseen.
2. Olet menossa työmaa-alueelle viemään työmaakoppiin kukkalähetystä
3. Olet työskentelemässä samaisella rakennusalueella naulapyssysi kanssa.

7.2 6 p.

Naulapyssyn äänen intensiteettitaso on 92 desibeliä. Eräässä tilassa on yhteensä 4 naulapyssyä. Määritä näiden tuottama intensiteettitaso.

7.3 8 p.

Kuinka kauaksi sinun tulisi mennä työmaasta, jotta et kuulisi näitä neljää naulapyssyä enää ollenkaan, kun vielä metrin päässä naulapyssystä mitattiin mainittu 92 desibelin intensiteettitaso? Miksi todellisuudessa etäisyys ei ole näin pitkä?

7.1

Melulta voidaan suojautua eri tilanteissa esimerkiksi seuraavasti

1. Kierrän työmaan mahdollisimman kaukaa, jolloin melu on vaimeampaa. Äänen voimakkuutta kuvaava intensiteetti pienenee kääntäen verrannollisesti etäisyyden neliöön

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Asetan käteni korvieni suojaksi, jolloin käteni toimivat melua vaimentavana eristeenä melun lähteen ja korvieni välillä. Paineaallon on kuljettava nyt käsieni läpi saavuttaakseen korvani.

Asetan mukanani olevat kuulokkeet korviini kuulosuojaimiksi. Hyvin istuvat ja jämäkät kuulokkeet toimivat melua vaimentavana eristeenä melun lähteen ja korvieni välillä. Paineaallon tulisi kulkea nyt kuulokemateriaalin läpi saavuttaakseen korvani.

7.2

Lasketaan ensin yhden naulapyssyn muodostama intensiteetti

Äänen intensiteettitaso kaavasta $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$ dB

Saadaan intensiteetiksi

$$\begin{aligned} I &= 10^{\frac{L}{10}} \cdot I_0 \\ L &= 92 \text{ dB} \\ I_0 &= 1 \frac{\text{pW}}{\text{m}^2} = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \\ I &= 10^{\frac{92 \text{ dB}}{10}} \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,0015848 \dots \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

eljän naulapyssyn yhteisintensiteetti on $4I$ ja näiden luoma intensiteettitaso on

$$L_4 = 10 \cdot \lg \frac{4I}{I_0} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{4 \cdot 0,0015848 \dots \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} \text{ dB} = 98,0205 \dots \text{ dB} \approx 98 \text{ dB}$$

7.3

Naulapyssyn intensiteettitaso metrin päässä on 92 desibeliä. Tällöin intensiteetti on

$$I_1 = 10^{\frac{92}{10}} \frac{\text{dB}}{\text{dB}} \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,0015848 \dots \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Intensiteetti on kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön. Heikoin ääni, jonka ihminen voi vielä juuri ja juuri kuulla, eli ihmisen kuulokynnys, on voimakkuudeltaan $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Olkoon etäisyys, josta vielä juuri ja juuri naulapyssyn ääni kuuluu r_2 ja etäisyys metrin päässä naulapyssystä r_1 .

Tällöin

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$\text{ja } r_2 = \sqrt{r_1^2 \cdot \frac{I_1}{I_0}} = \sqrt{(1 \text{ m})^2 \cdot \frac{0,0015848 \dots \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}} = 39810,71705 \dots \text{ m} \approx 40 \text{ km.}$$

Jotta naulapyssyn ääni ei enää kuuluisi, täytyy etäisyyden naulapyssystä olla suurempi, kuin 40 km.

Todellisuudessa etäisyys on pienempi, ääntä absorboituu ilmaan. Kasvillisuus ja rakennukset vaimentavat ääntä.

8. Punnuksen värähtely ja mittausohjelma 20 p.

Punnus saatettiin värähtelemään jousen varassa. Liikettä tutkittiin paikka-anturilla. Mittaustulokset ovat Aineistossa.

[Lataa \(Punnuksen värähtely.gambl\)](#)

[Lataa \(Punnuksen värähtely.cmb\)](#)

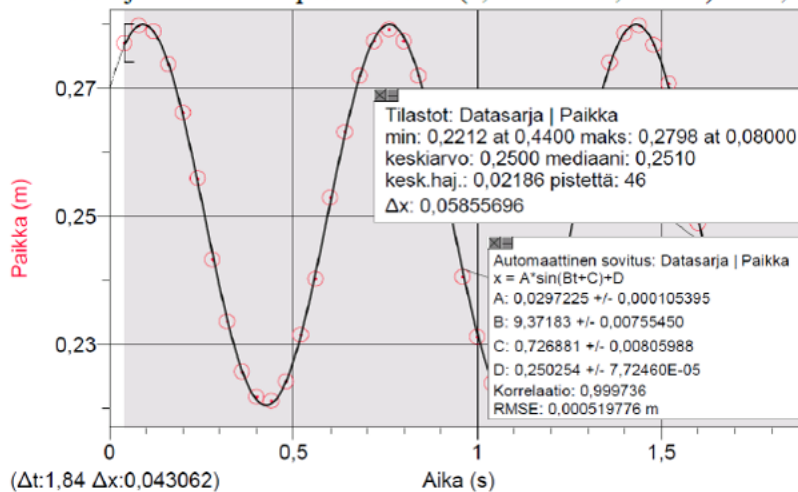
[Lataa \(Punnuksen värähtely.xlsx\)](#)

a) Määritä i) värähtelyn amplitudi, jaksonaika ja taajuus ii) suurin ja pienin vauhti. (10 p.)

b) Mikä on punnuksen suurin kiihtyvyys, ja missä punnus on suurimman kiihtyvyyden aikaan? (6 p.)

c) Missä punnuksen kiihtyvyys on nolla? (4 p.)

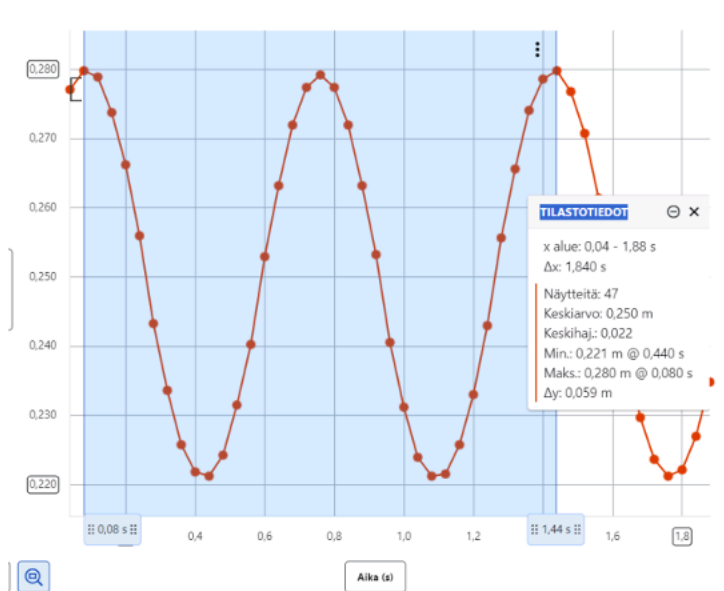
a) i) Paikan kuvaajan mukaan amplitudi on $A = (0,2798 \text{ m} - 0,2212 \text{ m})/2 \approx 2,9 \text{ cm}$.



Jaksonaika on $T = 0,66 \text{ s}$.

Värähtelyn taajuus on $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,66 \text{ s}} = 1,5 \text{ Hz}$.

Jaksonajan voi lukea interpoloimalla esim. huippujen väliajan: 2 värähdystä,

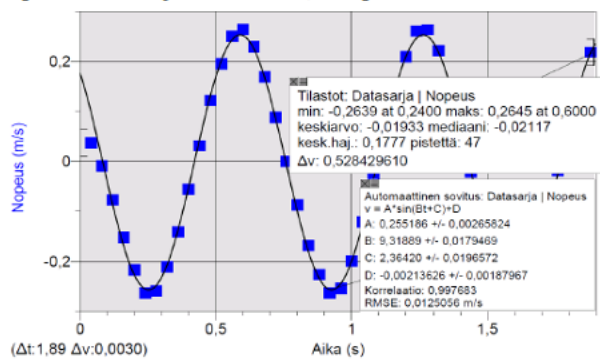


$$\Delta t = 1.44 \cdot \text{s} - 0.08 \cdot \text{s} \rightarrow 1.36 \cdot \text{s}$$

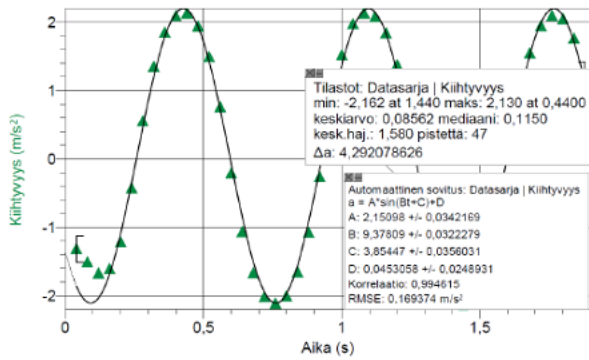
$$\Rightarrow T = \frac{1.36 \cdot \text{s}}{2} \rightarrow 0.68 \cdot \text{s} \text{ (poikkeaa hieman eo. malliratk.)}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.68 \cdot \text{s}} \rightarrow 1.47058823529 \cdot \text{Hz} \approx 1.5 \text{ Hz}$$

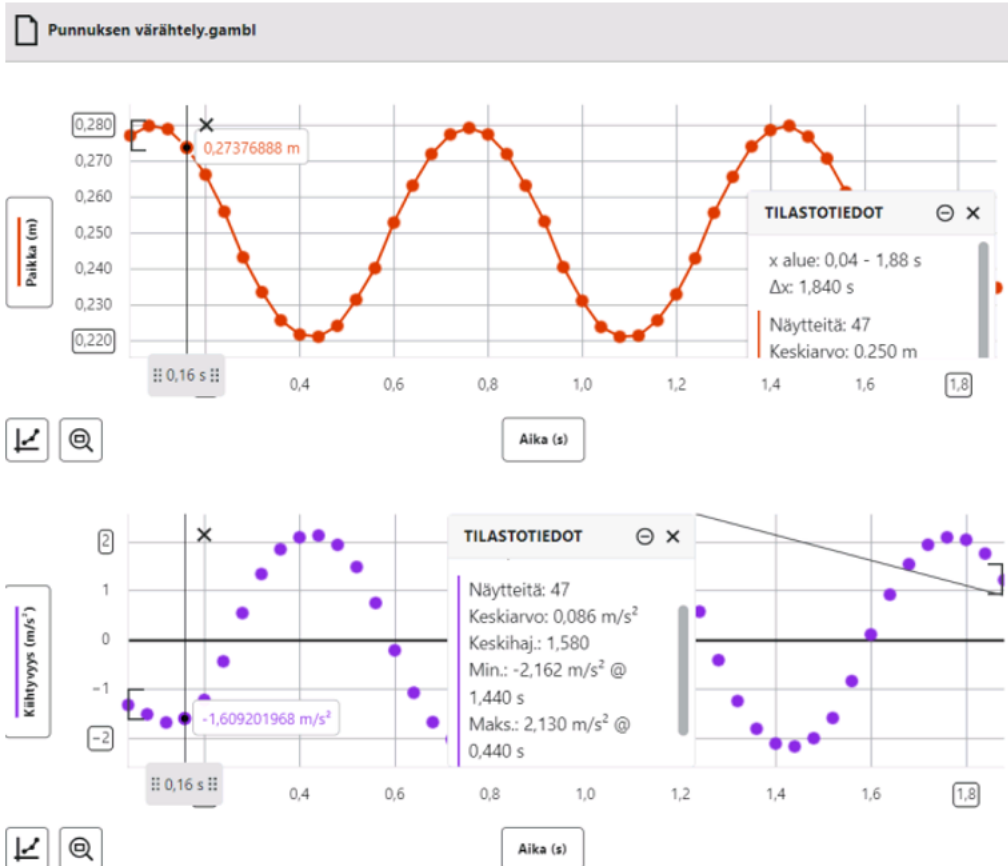
ii) Nopeuden kuvaajasta todetaan, että punnuksen suurin vauhti on 0,26 m/s ja pienin 0,0 m/s.



- b) Kiihtyvyyden kuvaajan perusteella punnuksen suurin kiihtyvyys on $2,1 \text{ m/s}^2$, suunta kohti tasapainoasemaa. Punnus on suurimman kiihtyvyyden aikaan värähtelyn ääriasennossa.



- c) Punnuksen kiihtyvyys on $0,0 \text{ m/s}^2$, kun punnus on tasapainoasemansa kohdalla.

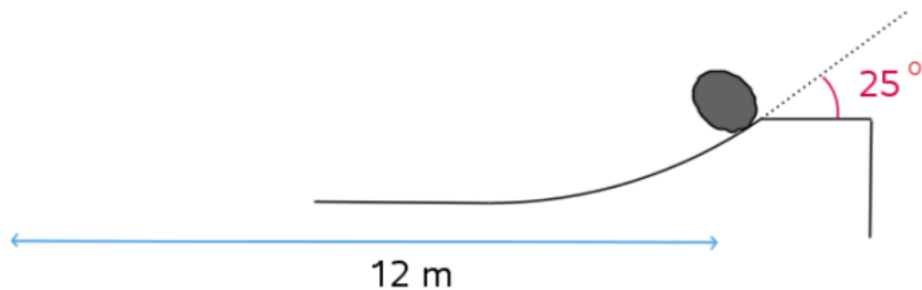


Kiihtyvyyden max on $\approx 2,2 \text{ m/s}^2$, suunta kohti tasapainoasemaa.

Tehtävä 9

9. Lumikouru (20 p.)

Pulkkamäen kaarteeseen on rakennettu lumikouru. Kourun poikkileikkaus on esitetty kuvassa. Harmaa ellipsi esittää laskijaa, joka etenee kohti katsojaa. Kourun yläreunan kaltevuuskulma on 55 astetta. Kouru muodostaa ympyränkaaren, jonka kaarevuussäde on 12 metriä.

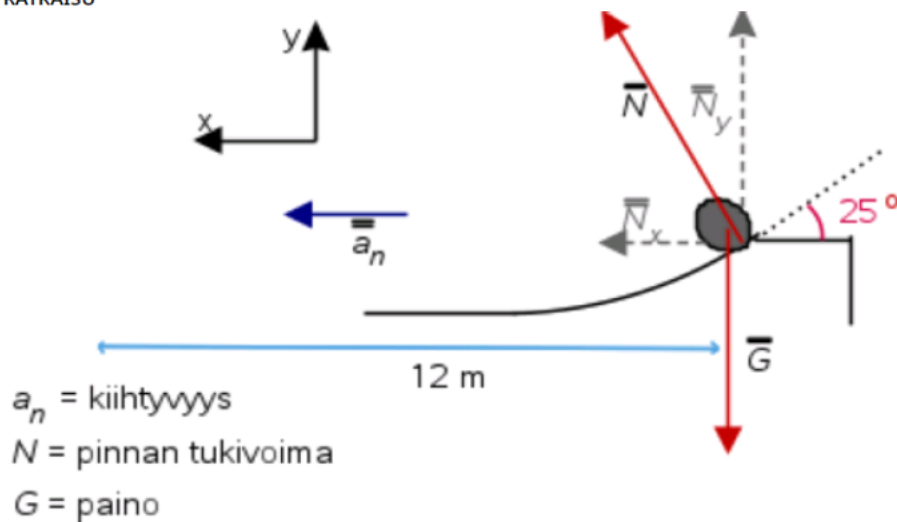


9.1 Esitä laskijan voimakuvio. Nimeä voimat. Merkitse kuvioon myös laskijan kiihtyvyyttä ilmaiseva vektori. Liukukitka kourun ja laskijan välillä oletetaan mitättömäksi. 8 p.

9.2 Laske suurin nopeus, jolla kourussa voidaan laskea. (12 p.)

9.1

RATKAISU



9.2

Laskija on tasaissa ympyräliikkeessä. Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö on

$$\vec{N} + \vec{G} = m \vec{a}_n.$$

Kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä x-suunnassa. y-suunnassa kiihtyvyys on nolla. Pinnan tukivoima voidaan jakaa komponentteihin, jotka ovat

$$N_x = N \sin 25^\circ$$

$$N_y = N \cos 25^\circ$$

Liikeyhtälöt skalaarimuodossa ovat seuraavat.

$$\begin{cases} N_x = m a_n \\ N_y - G = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N \sin 25^\circ = m \frac{v^2}{r} \\ N \cos 25^\circ - mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N \sin 25^\circ = m \frac{v^2}{r} \\ N \cos 25^\circ = mg \end{cases}$$

Yhtälöpari voidaan ratkaista jakamalla yhtälöt puolittain. Sovelletaan samalla lausetta, että $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$.

$$\tan 25^\circ = \frac{v^2}{gr}$$

Kysytty nopeus on siis

$$v = \sqrt{gr \tan 25^\circ} = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m} \cdot \tan 25^\circ} = 7.409030 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$