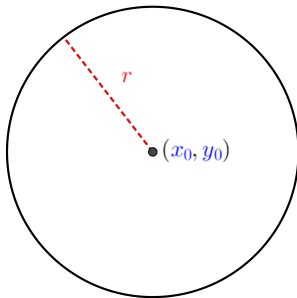


Ympyrän yhtälö



Ympyrän yhtälö keskipistemuodossa:

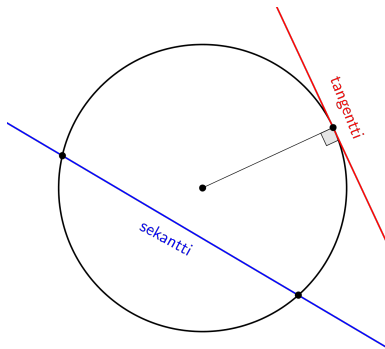
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

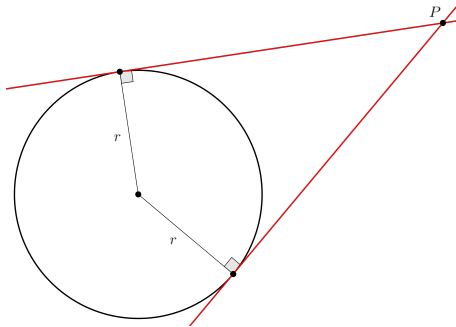
jossa r on ympyrän säde ja (x_0, y_0) keskipiste.

Tangentti ja sekantti

Ympyrän **tangentti** eli **sivuaja** on suora, jolla on yksi yhteinen piste ympyrän kanssa. Sivuaamispisteeseen piirretty ympyrän säde on kohtisuorassa tangenttia vastaan.

Ympyrän **sekantti** eli **leikkaaja** leikkaa ympyrän kahdessa pisteessä.





Tarkastellaan ympyrää ja sen ulkopuolelle piirrettyä pistettä P . Pisteen P kautta voidaan ympyrälle piirtää **kaksi tangenttia**.

Kumpikin näistä tangenteista on **säteen etäisyydellä ympyrän keskipisteestä**.

Käntäen on voimassa: Jos suora on säteen etäisyydellä ympyrän keskipisteestä, suora on ympyrän tangenti.

Esimerkki. Ympyrälle $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ piirretään tangentti pisteen $(4, 7)$ kautta. Määritä tangentin yhtälö.

Ratkaisu. Kirjoitetaan aluksi yhtälö keskipistemuotoon:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 6y = 15$$

$$x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 + y^2 - 2 \cdot 3 \cdot y + 3^2 = 15 + 1^2 + 3^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

Tutkitaan, onko piste $(4, 7)$ ympyrällä:

$$(4 - 1)^2 + (7 - 3)^2 = 25 \Leftrightarrow 25 = 25 \quad \text{tosi}$$

Siis piste $(4, 7)$ on ympyrällä $\Rightarrow$ tangentteja on yksi.

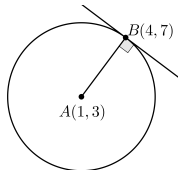
Esimerkki. Ympyrälle $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ piirretään tangentti pisteen $(4, 7)$ kautta. Määritä tangentin yhtälö.

Ratkaisu.

$$Y: (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$$k_{AB} = \frac{7 - 3}{4 - 1} = \frac{4}{3}$$

$$k_t \cdot k_{AB} = -1 \quad \Rightarrow \quad k_t = -\frac{3}{4}$$



Tangentin yhtälö:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 4) \Leftrightarrow y - 7 = -\frac{3}{4}x + 3 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + 10$$