

S23

4. Pythagoraan kolmikot 12 p.

Positiiviset kokonaisluvut a , b ja c muodostavat *Pythagoraan kolmikon*, jos $a^2 + b^2 = c^2$.

Näitä kolmikoita voidaan muodostaa seuraavasti. Olkoot m ja n positiivisia kokonaislukuja, joille $m > n$. Tällöin luvut $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ ja $c = m^2 + n^2$ muodostavat Pythagoraan kolmikon.

1. Muodosta yllä esitetyllä tavalla jokin Pythagoraan kolmikko. (3 p.)
2. Anna esimerkki kolmesta positiivisesta kokonaisluvusta, jotka eivät muodosta Pythagoraan kolmikkoa. (3 p.)
3. Määritä luvut m ja n silloin, kun Pythagoraan kolmikkona ovat luvut $a = 15$, $b = 8$ ja $c = 17$. (3 p.)
4. Perustele, että jos a , b ja c on muodostettu lukujen m ja n avulla kuten tehtävän alkutekstissä, niin $a^2 + b^2 = c^2$. (3 p.)

K23

4. Tasakylkinen kolmio 12 p.

Kolmion ABC sivut AB ja AC ovat 6 senttimetriä pitkiä, ja niiden välinen kulma on α . Piste D sijaitsee sivulla AB niin, että jana CD on kohtisuorassa sivua AB vastaan.

1. Määritä janan CD pituus, kun $\alpha = 30^\circ$. (4 p.)
2. Määritä sellainen α , että kolmion BCD pinta-ala on puolet kolmion ABC pinta-alasta. (4 p.)
3. Määritä janan CD pituus, jos kolmion BCD pinta-ala on kolmasosa kolmion ABC pinta-alasta. (4 p.)

K22

3. Sisään ja ympäri piirretyt ympyrät 12 p.

1. Neliön sisään piirretään mahdollisimman suuri ympyrä. Ympyrän säde on 6,0 cm. Määritä neliön kaikkien kärkien kautta kulkevan ympyrän säde 0,1 cm:n tarkkuudella. (6 p.)
2. Tasasivuisen kolmion sisään piirretään mahdollisimman suuri ympyrä. Ympyrän säde on 6,0 cm. Määritä kolmion kaikkien kärkien kautta kulkevan ympyrän säde 0,1 cm:n tarkkuudella. (6 p.)

K23

5. Erikoiset mittayksiköt 12 p.

Tämä tästä -ajankohtaishuumoriohjelman jaksossa 119 kerrottiin, että Helsingin alle mahtuu huoltotunneleihin ja muihin tiloihin 500 eduskuntataloa. Eduskuntatalon tilavuus puolestaan kuvailtiin seuraavasti: "Tavallinen kylpyamme, jollainen voi olla kotona tai hotellihuoneessa, on tilavuudeltaan noin 300 litraa – Jos sinulla on 120 000 tällaista kylpyammetta, niin ne täyttävät neljäsosan eduskuntatalosta."

1. Mikä on eduskuntatalon tilavuus kuutiometreinä? (6 p.)
2. Usein kuulee verrattavan pinta-aloja jalkapallokenttien kokoon. Jalkapallokenttä on suorakulmio, jonka sivujen pituudet ovat 105 metriä ja 68 metriä. Oletetaan, että huoltotunnelit ja muut tilat ovat suorakulmaisia särmiöitä. Jos huoltotunnelien ja muiden Helsingin alla olevien tilojen korkeus on keskimäärin 4,0 metriä, niin mikä on niiden pohjien yhteenlaskettu pinta-ala jalkapallokenttinä mitattuna? (6 p.)

K21

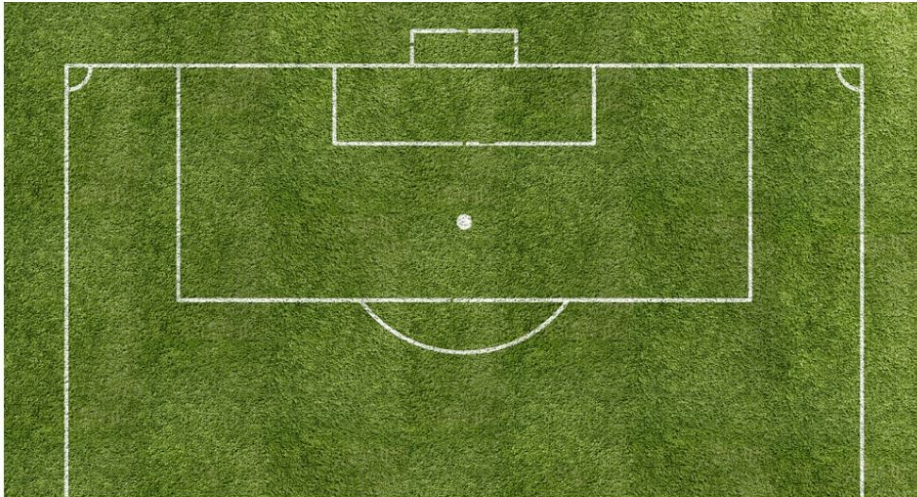
2. Jalkapallomatematiikkaa 12 p.

Aineisto

2.A Kuva: Jalkapallokenttä ylhäältä päin

Jalkapallokentän maalin leveys on 7,32 metriä. Kohtisuoraan 11,0 metrin päässä maaliviivan keskipisteestä sijaitsee rangaistuspotkupiste (aineisto 2.A). Kuinka suuressa kulmassa maali näkyy rangaistuspotkupisteeltä katsottuna? Kulma mitataan kentän pintaa pitkin. Anna vastaus asteen tarkkuudella.

2.A Kuva: Jalkapallokenttä ylhäältä päin



Lähde: Valioliiga-sivusto. <https://www.valioliiga.com>. Viitattu: 13.3.2020.

S21

2. Pituuksia ja pinta-aloja 12 p.

Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Tehtävässä ei voi käyttää kuvakaappauksia eikä kaavaeditoria. Kunkin vastauksen maksimipituus on 10 merkkiä. Vastaukset arvostellaan tietokoneavusteisesti ja ohjeiden noudattamatta jättäminen voi johtaa pistevähennyksiin. Jokaisesta kohdasta voi saada 3 pistettä.

- 2.1 Suorakulmion lävistäjän pituus on 5,0 cm ja lyhyemmän sivun pituus 2,0 cm. Määritä suorakulmion pidemmän sivun pituus millimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: mm

- 2.2 Suorakulmion yhden sivun pituus on 5,0 cm, ja se muodostaa 35° kulman suorakulmion lävistäjän kanssa. Laske suorakulmion piiri millimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: mm

- 2.3 Vinoneliö (eli neljäkäs) on suunnikas, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä. Vinoneliön lävistäjät leikkaavat toisensa kohtisuoraan ja niiden pituudet ovat 2,0 cm ja 5,0 cm. Määritä vinoneliön pinta-ala yhden neliösenttimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: cm^2

- 2.4 Ympyräsektorin säde on 3,00 cm ja keskuskulma $26,0^\circ$. Määritä sektorin pinta-ala $0,01 \text{ cm}^2$:n tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: cm^2

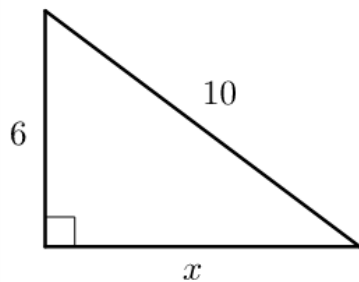
S19

2. Kuusi kolmiota

Alla on esitetty kuusi kolmiota, joista on annettu joitakin tietoja. Tarkoituksena on ratkaista sivu x tai kulma θ .

Valitse kunkin kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään sivun x pituus tai kulman θ suuruus asteen tarkkuudella. Älä perustele tämän tehtävän vastauksia. Tässä tehtävässä ei voi käyttää kaavaeditoria. Kunkin vastauksen maksimipituus on 10 merkkiä.

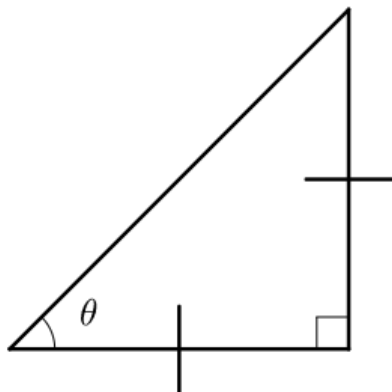
2.1. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään sivun x pituus. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.2. Kohdan 2.1. kolmiossa pätee sivun pituudelle $x =$ ____ yksikköä. (1 p.)

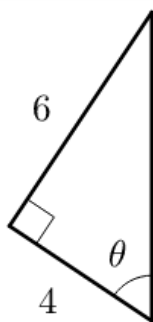
2.3. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään kulman θ suuruus. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.4. Kohdan 2.3. kolmiossa pätee kulman suuruudelle $\theta =$ ____°. (1 p.)

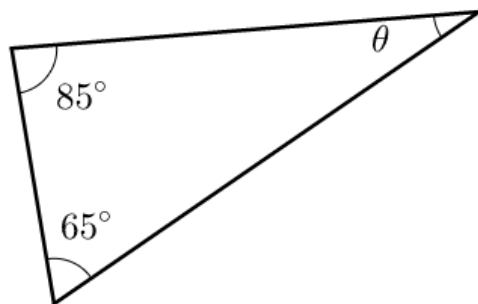
2.5. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään kulman θ suuruus asteen tarkkuudella. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.6. Kohdan 2.5. kolmiossa pätee kulman suuruudelle $\theta \approx$ ____°. (1 p.)

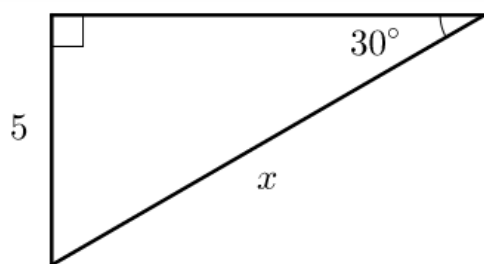
2.7. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään kulman θ suuruus. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.8. Kohdan 2.7. kolmiossa pätee kulman suuruudelle $\theta =$ ____°. (1 p.)

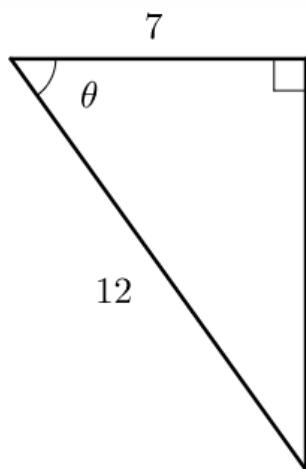
2.9. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään sivun x pituus. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.10. Kohdan 2.9. kolmiossa pätee sivun pituudelle $x =$ ____ yksikköä. (1 p.)

2.11. Valitse kolmion osalta tilanteeseen parhaiten soveltuva kaava ja kirjoita vastauskenttään kulman θ suuruus asteen tarkkuudella. (1 p.)



- ☐ $a^2 + b^2 = c^2$
- ☐ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- ☐ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ☐ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

2.12. Kohdan 2.11. kolmiossa pätee kulman suuruudelle $\theta \approx$ ____°. (1 p.)

12. Suureiden suhteet (12 p.)

- 12.1. Tasapaksusta marmeladilevystä leikataan herkkupaloja isolla ja pienellä ympyränmuotoisella muotilla. Ison muotin halkaisija on kaksi kertaa niin suuri kuin pienen. Namuska on tottunut syömään kolme isoa marmeladipalaa. Kuinka monta pientä palaa hänen pitäisi syödä saadakseen yhtä paljon marmeladia? (4 p.)
- 12.2. Lassi Lounastaja on tottunut syömään lounaallaan kaksi isoa perunaa. Eräänä päivänä tarjolla on pieniä perunoita, joiden halkaisija on vain 60 prosenttia ison perunan halkaisijasta. Kaikki perunat ovat yhdenmuotoisia. Kuinka monta pikkuperunaa Lassin pitäisi syödä saadakseen saman verran perunaa? (6 p.)
- 12.3. Erään musiikkikappaleen esittämiseen kuluu 40-henkiseltä kuorolta 7 minuuttia ja 40 sekuntia. Eräessä esityksessä kolme kuoron jäsentä on flunssan takia poissa. Kuinka kauan tämän kappaleen esittämiseen kuluu 37-henkiseltä kuorolta? (2 p.)