

Newtonin menetelmä

- Newtonin menetelmällä saadaan funktion nollakohdan likimääräinen ratkaisu.
- Menetelmällä on rajoituksia:
 - Funktion on oltava derivoituva
 - Funktion derivaatta nollakohdassa ei saa olla nolla
 - Ratkaisun löytyminen riippuu alkuarvauksesta x_0
- Perustuu funktiolle piirretyn tangentin nollakohdan ratkaisemiseen (katso video!).
- Kaava on maolissa.

Newtonin menetelmä

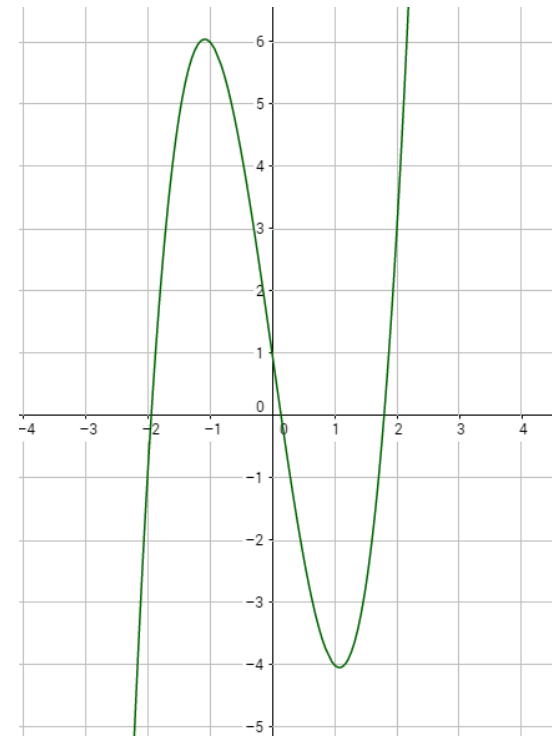
- Lähdetään alkuarvauksesta x_0 . Jonon seuraavat arvot saadaan kaavalla

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

- Jono suppenee yleensä hyvin nopeasti kohti yhtälön $f(x) = 0$ ratkaisua.

Esimerkki

- Ratkaise Newtonin menetelmällä yhtälö $2x^3 - 7x + 1 = 0$ kuuden desimaalin tarkkuudella. Selvitä ratkaisujen määrä ja sopivat alkuarvaukset graafisesti.
- Kuvaajan perusteella yhtälöllä on 3 ratkaisua. Alkuarvaukset voisivat olla $-2, 0$ ja 2 .



$$f'(x) = 6x^2 - 7$$

Alkuarvaus: $x_0 = -2$

$$\begin{aligned}x_1 &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -2 - \frac{f(-2)}{f'(-2)} \\ &= -1,941176471\end{aligned}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= -1,941176471 - \frac{f(-1,941176471)}{f'(-1,941176471)} \\ &= -1,938542387\end{aligned}$$

$$x_3 = -1,938537291$$

$$x_4 = -1,938537291$$

Ensimmäinen nollakohta $x \approx -1,938537$

Alkuarvaus $x_0 = 0$

$$x_1 = 0,1428571429$$

$$x_2 = 0,1437049597$$

$$x_3 = 0,1437050495$$

$$x_4 = 0,1437050495$$

Toinen nollakohta $x \approx 0,143705$

Alkuarvaus $x_0 = 2$

$$x_1 = 1,823529412$$

$$x_2 = 1,795524194$$

$$x_3 = 1,79483256$$

$$x_4 = 1,794832142$$

$$x_5 = 1,794832142$$

Kolmas nollakohta $x \approx 1,794832$