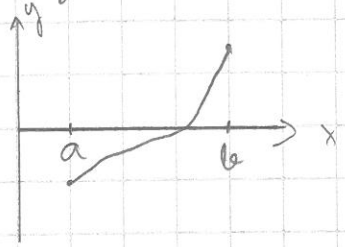
10. Derivaaton sovelluksia

Bolzanon lause



$\left\{\begin{array}{l} f(a) \text{ ja } f(b) \text{ erimerkkiset} \\ f \text{ on jatkuva välillä } [a,b] \end{array}\right.$
$\Rightarrow f$:llä on ainakin 1 0-kohta välillä $]a,b[$

Esim. Montako ratkaisua on yhtälöllä $x^3 + 2x = 1$?

Ratk. $x^3 + 2x = 1 \iff \underbrace{x^3 + 2x - 1}_{=f(x)} = 0$, f on jatk. ja derivoituva $\mathbb{R}$:ssä

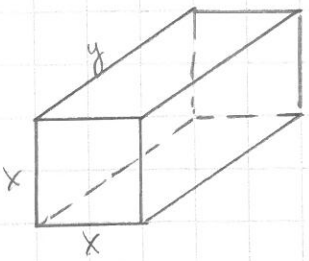
$f'(x) = 3\underbrace{x^2}_{\geq 0} + 2 > 0$ aina

$\Rightarrow f$ on aidosti kasvava $\Rightarrow f$:llä on korkeintaan 1 0-kohta (1)

$\left.\begin{array}{l} f(0) = -1 < 0 \\ f(1) = 2 > 0 \\ f \text{ jatkuva} \end{array}\right\} \Rightarrow f$:llä on ainakin 1 0-kohta (2)

(1) ja (2) $\Rightarrow f$:llä on täsmälleen 1 0-kohta
$\Rightarrow$ yhtälöllä — " — 1 ratk. eli juuri

10.4



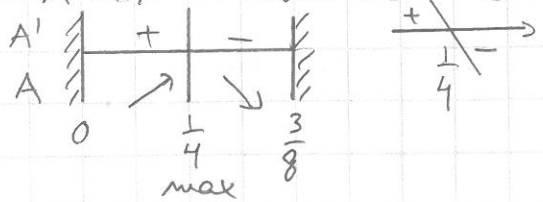
rautalankaa: $8x + 4y = 3$ ← kuten aina soliid. niin kaikki kaava kannattaa kirjoittaa kirjaimilla
$\iff 4y = 3 - 8x \quad |:4$
$\iff y = \frac{3}{4} - 2x$

rajoitukset: $x = 0$
$y = \frac{3}{4} - 2x = 0 \iff x = \frac{3}{8}$

Varjostimen kuten aina:
$A(x) = 2x^2 + 4xy = 2x^2 + 4x\left(\frac{3}{4} - 2x\right)$
$= 2x^2 + 3x - 8x^2 = -6x^2 + 3x$

A on jatk. ja derivoituva välillä $[0, \frac{3}{8}]$

$A'(x) = -12x + 3 = 0 \iff x = \frac{1}{4}$



$y = \frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

Vast. Kaikki särmät ovat $\frac{1}{4}$ m = 25 cm (eli kuutio)