

2. ENSIMMÄISEN ASTEEN YHTÄLÖ

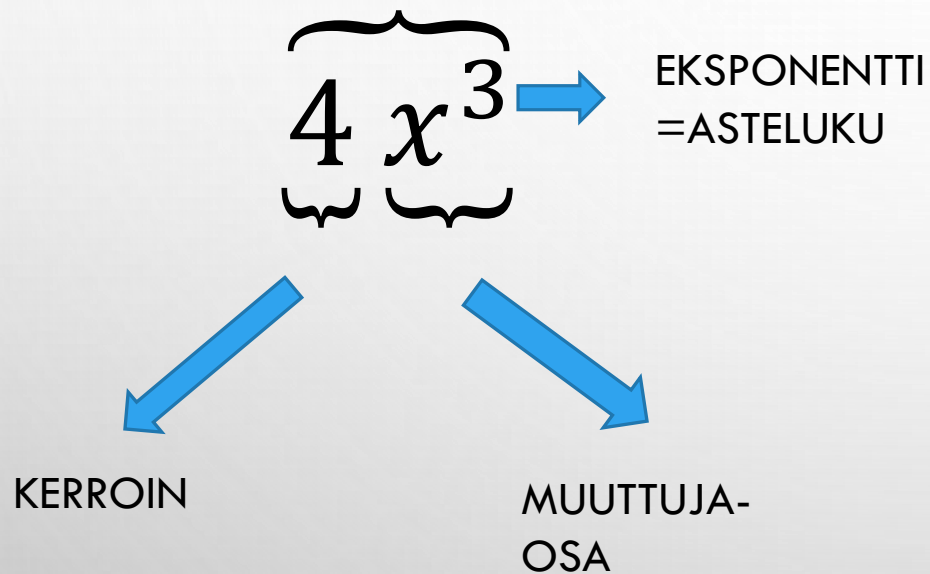
2.1 POLYNOMILASKENNAN KERTAUS

2.2 YHTÄLÖN RATKAISEMINEN

2.3 YHTÄLÖPARI

2.1 POLYNOMILASKENNAN KERTAUS

TERMI



Polynomi on termi tai termien

summa:

$$-4x^5 + 7x^3 - 4x + 6$$

Termi on vakiotermi, jos siinä ei ole muuttujaa. Esim. 7

POLYNOMIEN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU:

Esim: Olkoon polynomit $P(x)=3x+2$ ja $Q(x)=2x+5$. Laske summa $P(x)+Q(x)$ ja erotus $P(x)-Q(x)$.

$$a) P(x) + Q(x) = (3x + 2) + (2x + 5) = 3x + 2 + 2x + 5 = 5x + 7$$

$$b) P(x) - Q(x) = (3x + 2) - (2x + 5) = 3x + 2 - 2x - 5 = x - 3$$

POLYNOMIEN KERTOLASKU:

Esim: Sievennä

$$\text{a) } -2x^3 \cdot 4x = -2 \cdot 4 \cdot x^3 \cdot x = -8x^4$$

$$\text{b) } 3x(5x^2 - 4) = 3x \cdot 5x^2 + 3x \cdot (-4) = 15x^3 - 12x$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2x + 2)(3x + 1) &= 2x \cdot 3x + 2x \cdot 1 + 2 \cdot 3x + 2 \cdot 1 = 6x^2 + 2x + 6x + 2 \\ &= 6x^2 + 8x + 2 \end{aligned}$$

POLYNOMIEN JAKOLASKU:

Esim: Sievennä

$$\text{a) } \frac{16x^5}{4x^2} = \frac{16}{4} \cdot \frac{x^5}{x^2} = 4x^{5-2} = 4x^3$$

$$\text{b) } \frac{6x^5 + 8x^2 - 3x}{2x} = \frac{6x^5}{2x} + \frac{8x^2}{2x} - \frac{3x}{2x} = 3x^4 + 4x - \frac{3}{2}$$

2.2 YHTÄLÖN RATKAISEMINEN

- Yhtälössä kaksi lauseketta on merkitty yhtä suuriksi. Esim.

$$4x + 3 = 11$$

- Ensimmäisen asteen yhtälössä korkeimman asteen termin asteluku on yksi. Eli muuttujassa ei ole eksponenttia.
- Sellaista muuttujan arvoa, jolla yhtälö on tosi sanotaan yhtälön ratkaisuksi eli yhtälön juureksi. Esim. $x = 2$ on yhtälön $4x + 3 = 11$ juuri, koska

$$4 \cdot 2 + 3 = 11$$

$$11 = 11$$

- Yhtälö voidaan ratkaista joko kokeilemalla, graafisesti (piirtämällä) tai algebrallisesti (laskemalla). Yhtälö ratkaistaan aina algebrallisesti, jos tehtävässä ei muuta sanota.

ENSIMMÄISEN ASTEEN YHTÄLÖN RATKAISUN VAIHEET

1. Avataan sulkeet ja poistetaan nimittäjät.
2. Järjestetään muuttujaa sisältävät termit ja vakiotermit eri puolille yhtälöä.
3. Jos yhtälössä on murtolukukertoimia, molemmat puolet kannattaa kertoa luvulla, jolla nimittäjät häviävät.
4. Yhdistetään samanmuotoiset termit.
5. Jaetaan molemmat puolet muuttujan kertoimella.

Esim. Ratkaise yhtälöt

$$a) 4x - 3 = 2x \quad || +3$$

$$4x = 2x + 3 \quad || -2x$$

$$2x = 3 \quad || :2$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$b) 2x - 3(1 - 2x) = 5$$

$$2x - 3 + 6x = 5$$

$$8x - 3 = 5 \quad || +3$$

$$8x = 8 \quad || :8$$

$$x = 1$$

c)

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5 \quad || \cdot 6$$

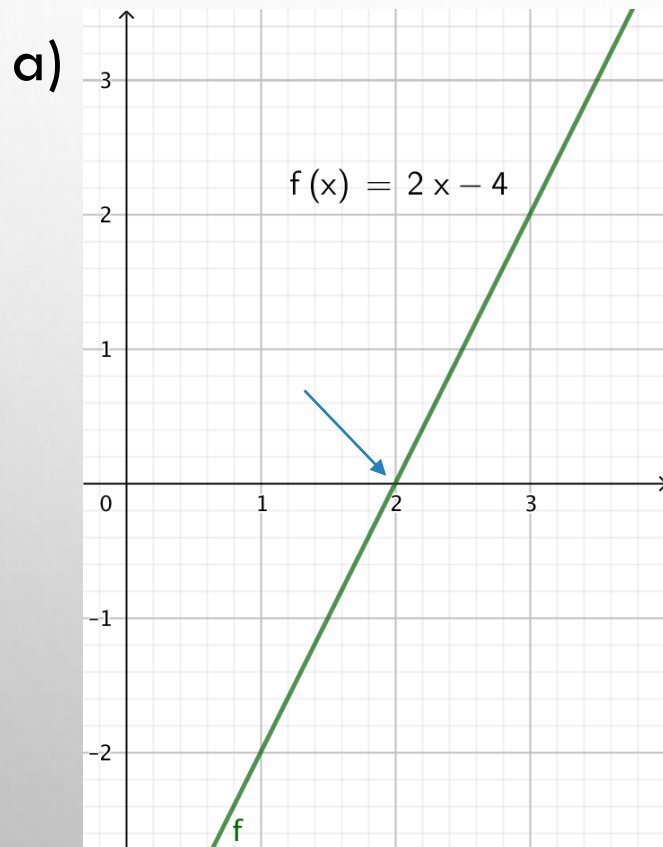
$$6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{x}{3} = 30$$

$$3x + 2x = 30$$

$$5x = 30 \quad || :5$$

$$x = 6$$

Esim. Ratkaise funktion $f(x) = 2x - 4$ nollakohta graafisesti ja algebrallisesti



b) Nollakohta saadaan selville, kun merkitään funktion arvo nolaksi ja ratkaistaan yhtälö.

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 0 && \parallel +4 \\ 2x &= 4 && \parallel : 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

V: Nollakohta kuvaajasta on 2

Esim. Suorakulmion kanta on 3 cm suurempi kuin korkeus. Määritä yhtälön avulla suorakulmion mitat, kun suorakulmion piiri on 30 cm.



Merkitään suorakulmion korkeutta tuntemattomalla x

$$2(x + 3) + x + x = 30$$

$$2x + 6 + 2x = 30$$

$$4x + 6 = 30 \quad || -6$$

$$4x = 24 \quad || :4$$

$$x = 6$$

Vastaus: Suorakulmion korkeus on 6cm ja kanta 9cm.

2.3 YHTÄLÖPARI

- Kaksi yhtälöä, joille haetaan yhteistä ratkaisua , muodostavat yhtälöparin.
- Yhtälöparin ratkaisu on lukupari, joka toteuttaa molemmat yhtälöt.
- Yhtälöpari merkitään aaltosulkeella. Esim.

$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 2x \end{cases}$$

- Yhtälöpari voidaan ratkaista graafisesti, algebrallisesti tai sopivalla ohjelmalla.
- Jos tehtävässä ei ole mainittu ratkaisutapaa niin yhtälöpari ratkaistaan algebrallisesti.

GRAAFINEN RATKAISEMINEN:

Esim. Ratkaise yhtälöpari $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 2x \end{cases}$ graafisesti.

ALGEBRALLINEN RATKAISU:

- Yhtälöpari voidaan ratkaista algebrallisesti sijoitus- tai yhteenlaskumenetelmällä.

Sijoitusmenetelmän vaiheet:

1. Ratkaistaan toisesta yhtälöstä toinen muuttuja.
2. Sijoitetaan toinen lauseke toiseen yhtälöön ja ratkaistaan jäljelle jäänyt muuttuja.
3. Sijoitetaan ratkaistu muuttujan arvo kohdan 1 yhtälöön ja ratkaistaan toinen muuttuja.

Esim. Ratkaise yhtälöpari $\begin{cases} -4x + y = -1 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$

Yhteenlaskumenetelmän vaiheet:

1. Kerrotaan tai jaetaan yhtälöt sopivilla luvuilla niin, että toisen muuttujan kertoimiksi saadaan vastaluvut.
2. Lasketaan yhtälöt yhteen ja ratkaistaan jäljelle jäänyt muuttuja.
3. Ratkaistaan toinen muuttuja sijoitusmenetelmällä.

Esim. Ratkaise yhtälöpari $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$