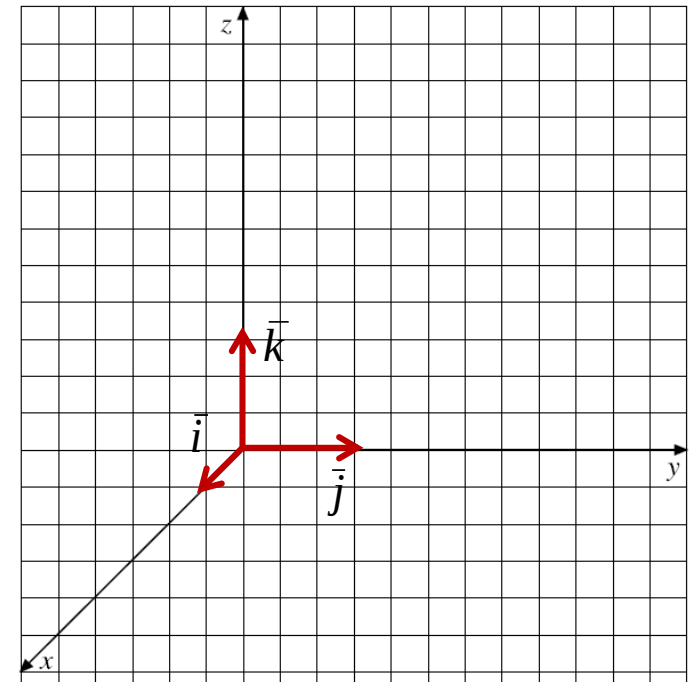


Kolmiulotteinen koordinaatisto

- Kolmiulotteisessa tilassa tarvitaan kolme koordinaattia (x, y, z) pisteen paikan ilmoittamiseen.
- Kolmas kantavektori on z – akselin suuntainen yksikkövektori $\bar{k}$.
- xyz –koordinaatisto piirretään perinteisesti ns. *kavaljeeriperspektiivissä*
 - Yleensä tehtävissä riittää kuitenkin mallikuvan piirto ilman koordinaatistoa
- Mikä tahansa xyz –koordinaatiston vektori voidaan esittää muodossa

$$\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$$



- Vektorin pituus saadaan myös kolmiulotteisessa tilanteessa Pythagoraan lauseella (soveltamalla sitä kahdesti):

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- Kahden avaruuden pisteen A ja B välinen vektori saadaan vastaavalla tavalla kuin tasossakin (s. 57):
 - Jos $A = (x_1, y_1, z_1)$ ja $B = (x_2, y_2, z_2)$, niin

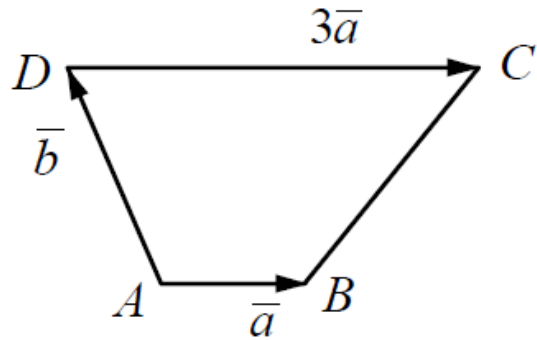
$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

- Myös vektorin pituuden kaava yleistyy kolmiulotteiseen tilanteeseen:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Esimerkki:

Puolisuunnikkaan $ABCD$ yhdensuuntaiset sivut ovat AB ja CD . Sivun CD on kolme kertaa niin pitkä kuin sivu AB . Kärkipiste A on piste $(1, 2, 3)$, ja kärjestä A alkavat sivuvektorit ovat $\overline{AB} = -\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ ja $\overline{AD} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$. Määritä kärkipisteet B, C ja D .



$$A = (1, 2, 3)$$

$$\overline{OA} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$$

$$\bar{a} = \overline{AB} = -\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$$

$$\bar{b} = \overline{AD} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$$

Kärkipisteiden koordinaatit saadaan paikkavektorien avulla:

$$\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k} - \bar{i} + \bar{j} - \bar{k} = 3\bar{j} + 2\bar{k} \quad \Rightarrow \quad B = (0, 3, 2)$$

$$\overline{OD} = \overline{OA} + \overline{AD} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k} + 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k} = 3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k} \quad \Rightarrow \quad D = (3, 1, 4)$$

$$\overline{OC} = \overline{OD} + \overline{DC} = \overline{OD} + 3\overline{AB}$$

$$= 3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k} + 3(-\bar{i} + \bar{j} - \bar{k})$$

$$= 3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k} - 3\bar{i} + 3\bar{j} - 3\bar{k} = 4\bar{j} + \bar{k} \quad \Rightarrow \quad C = (0, 4, 1)$$