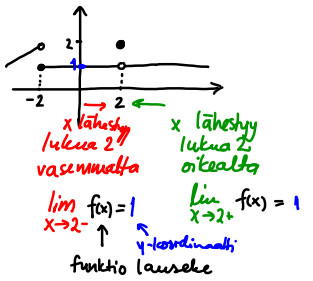
MAA6 ... 1op → kpl 1-8 (2. jakso)

2op → 6-24 (3. jakso)

1+2 FUNKTION RAJA-ARVO

1: graafinen raja-arvo taulukoimalla 2 laskemalla



} toispuoleiset raja-arvot ovat samat → lim x→2 f(x) = 1 raja-arvo on olemassa

Raja-arvo voidaan selvittää funktion lausekkeen avulla

① $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ jos funktio on määritelty kohdassa a

esim. $\lim_{x\to 1}(3x+1) = 3\cdot 1+1 = 4$

$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right) = \frac{1^2-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$

$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$ en voi sijoittaa

② Jos lukua ei voi sijoittaa suoraan, pitää tutkia onko lauseke supistettavissa muotoon, missä sijoitus onnistuu

$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a}\frac{g(x)}{h(x)}$ ← ei voi sij. koska $h(a)=0$

Sijoitus olisi $\frac{0}{0}$ ⇓ Supista ∇

$\frac{(-1)^2-1}{-1+1} = \frac{0}{0}$

Sijoitus olisi $\frac{3}{0}$ ⇓ ei voi supistaa, raja-arvoa ei ole

$\lim_{x\to -1}\frac{x^2+1}{x+1}$ ---> $\frac{(-1)^2+1}{-1+1} = \frac{2}{0}$

$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = \lim_{x\to -1}(x-1) = -2$

nyt voi sijoittaa

tekijöihinjako $x^2-1 = (x+1)(x-1)$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

tekijöihinjako → muistisääntiöt MAOL

$x^2-a^2 = (x-a)(x+a)$

$x^2+2ax+a^2 = (x+a)^2$

x^2-1, x^2-4, x^2-9, ⋮, $4-x^2$

nollakohdat x_1, x_2

$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

yhteiset tekijät

$x^2+ax = x(x+a)$ jne.

järjestys

$1-x = -1(x-1)$

↳ halutaan $x-1$

$1-x = -x+1 = -(x-1)$

kpl 1	kpl 2
1.3	2.1
1.4	2.3
(1.6)	2.6
	⋮