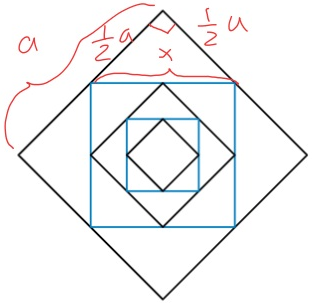
5.18 **a)** Yhdistämällä aina neliön sivujen keskipisteet saadaan jono sisäkkäisiä neliöitä. Kuinka mones neliö on ensimmäinen, jonka pinta-ala on vähemmän kuin tuhannesosa isoimman neliön pinta-alasta?



$A_1 = a^2$

Toisen neliön sivun x:

$x^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{2}a^2$

$A_2 = x^2 = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}A_1$ => pinta-alojen muodostuu geometrinen jono, jossa $q = \frac{1}{2}$

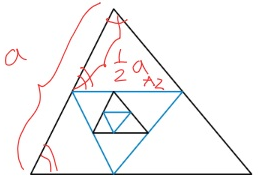
$A_n < \frac{1}{1000}A_1$

$A_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{1}{1000}A_1 \quad \| : A_1$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{1}{100}$ V. ||.

$n > 10{,}96$

b) Yhdistämällä aina kolmion sivujen keskipisteet, saadaan jono sisäkkäisiä kolmioita. Kuinka mones kolmio on ensimmäinen, jonka pinta-ala on vähemmän kuin miljoonasosa isoimman kolmion pinta-alasta?



A_1 ja A_2 ovat yhdenmuotoiset (kk)

Pinta-alojen suhde = mittakaava^2

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4}A_1$, muodostuu geometrinen jono $q = \frac{1}{4}$

$A_n = A_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} < \frac{1}{1\,000\,000}$

$n > 10{,}96$

V: 11.

6.3 **E2** Päivänä, jona Roope syntyi, ja jokaisena syntymäpäivänä aina 18-vuotispäivään saakka, isoäiti talletti Roopen tilille 300 euroa. Tilin korkokanta on 1,40 %. Talletusten korosta peritään 30 %:n lähdevero. Lähdeveron pyöristyssääntöä ei huomioida. Laske euron tarkkuudella, kuinka paljon Roope voi nostaa tililtään täyttäessään 21 vuotta.

Efektiivinen korkokanta

$0{,}7 \cdot 1{,}4\,\% = 0{,}98\,\%$

$\Rightarrow$ korkokerroin $1{,}0098$

$0v$: $300\,€$

$1v$: $300\,€ + 300 \cdot 1{,}0098\,€$

$2v$: $300\,€ + 300 \cdot 1{,}0098\,€ + 300 \cdot 1{,}0098^2\,€$

$\vdots$

$$18v : \underbrace{300 + 300 \cdot 1{,}0098 + 300 \cdot 1{,}0098^2 + \dots + 300 \cdot 1{,}0098^{18}}_{S \text{ (geom. summa)}} = \frac{300 \cdot 1{,}0098^3 (1 - 1{,}0098^{19})}{1 - 1{,}0098} = \underline{\underline{6416{,}80\,€}}$$

$\vdots$

$21v$: $1{,}0098^3 \cdot S$