

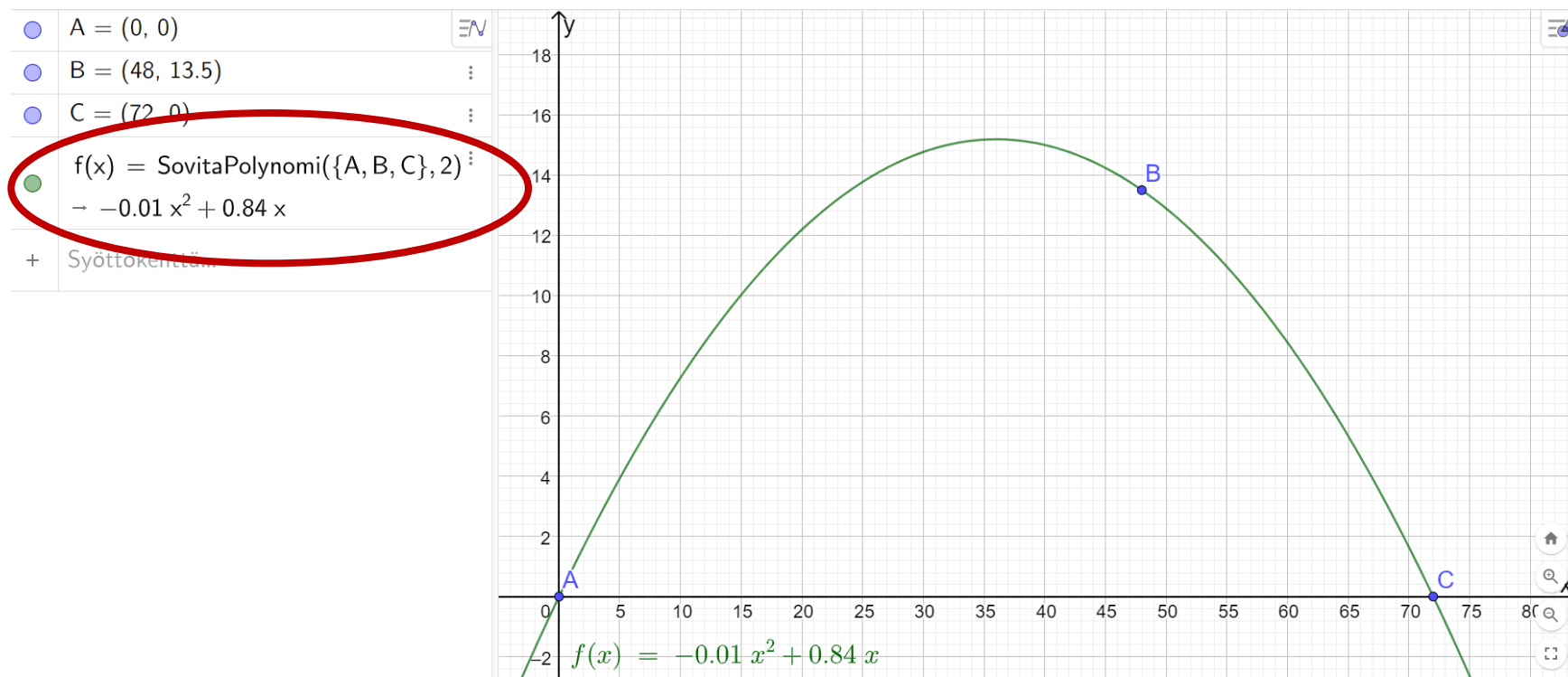
t. 531, s. 138

Sijoitetaan räjäytystyömaa origoon, jolloin paraabeli (eli kiven lentorata) kulkee pisteiden $A = (0, 0)$, $B = (48; 13,5)$ ja $C = (72, 0)$ kautta.

Ratkaistaan tehtävä ensin GeoGebran piirtoilaa apuna käyttäen.

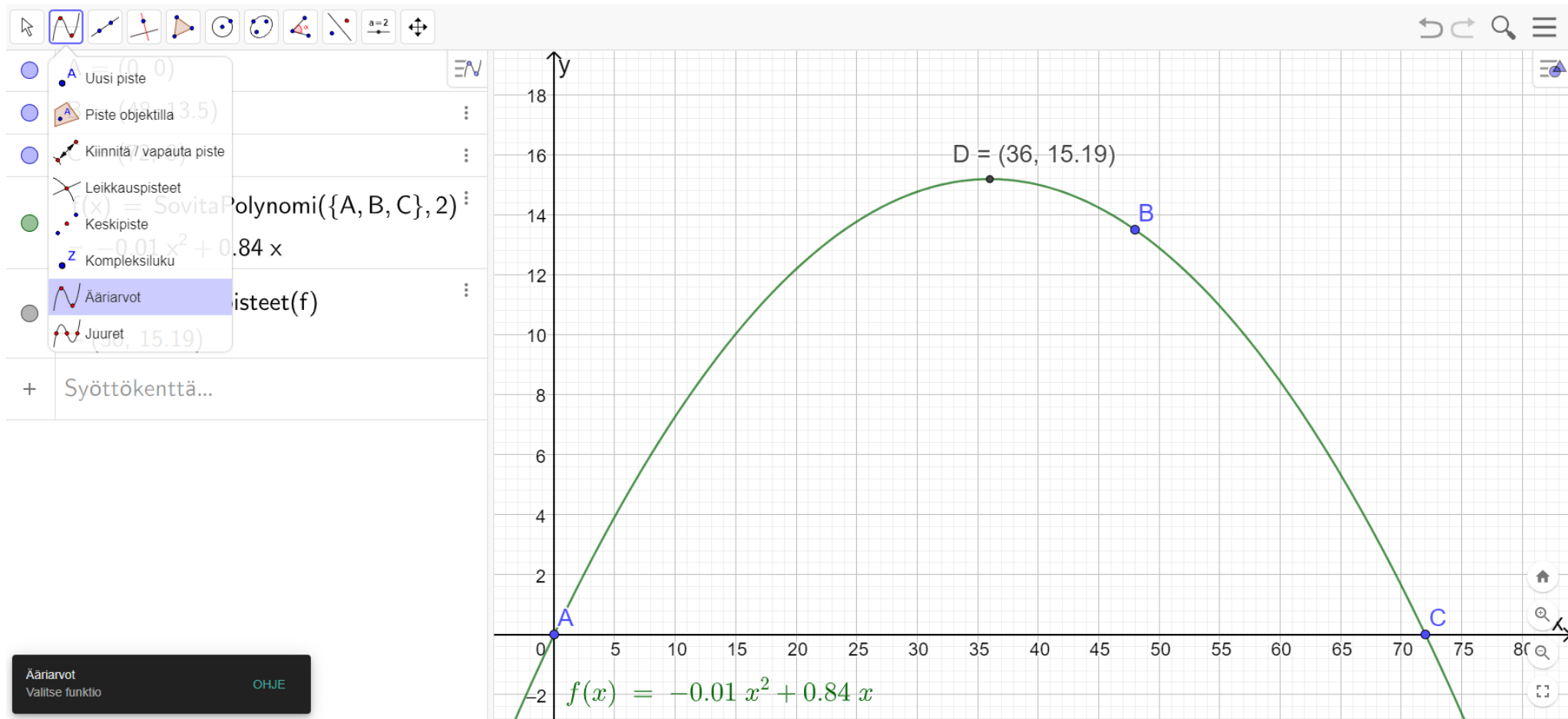
(Likimääräinen ratkaisu käy, koska lähtöarvot ovat mittaustuloksia.)

Komennolla ”**SovitaPolynomi**” voidaan sovittaa annettujen pisteiden kautta polynomifunktio, kuten toisen asteen funktio, jonka kuvaaja on tunnetusti paraabeli.



Pisteet pitää ilmoittaa listana eli aaltosulkeissa $\{A, B, C\}$. Lisäksi voidaan määrittää asteluku (2), mutta se ei ole tässä välttämätöntä, koska oletuksena sovitus on korkeinta mahdollista astelukua eli yhtä pienempi kuin pisteiden määrä.

Jos pisteitä on paljon, ne kannattaa syöttää GeoGebran taulukkoon ja luoda pistelista.



Paraabelin huippu saadaan "Ääriarvot" –toiminnolla (tai x –koordinaatti symmetrian perusteella nollakohtien puolivälistä).

Huipun D koordinaatit ovat $(36; 15,19)$, joten kivi käy korkeimmillaan n. 15,2 metrin korkeudessa.

Ratkaistaan malliksi tehtävä myös tarkoilla arvoilla (GeoGebran avulla).

Toisten asteen polynomifunktio on muotoa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ja sen kuvaaja on paraabeli $y = f(x)$.

Määritellään toisen asteen funktion f yleinen muoto CAS-tilaan. Muista kaksoispiste!

$$1 \quad f(x): = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$\rightarrow \mathbf{f(x) := a x^2 + b x + c}$$

Koska paraabelilta tunnetaan kolme pistettä, voidaan kolme tuntematonta parametria a , b ja c ratkaista pisteiden koordinaattien avulla.

Toisin sanoen, tunnetaan kolmessa eri kohdassa (x) funktion f arvot $y = f(x)$.

Saadaan kolmen yhtälön ryhmä:

$$2 \quad f(0) = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{c = 0}$$

$$3 \quad f(72) = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{5184 a + 72 b + c = 0}$$

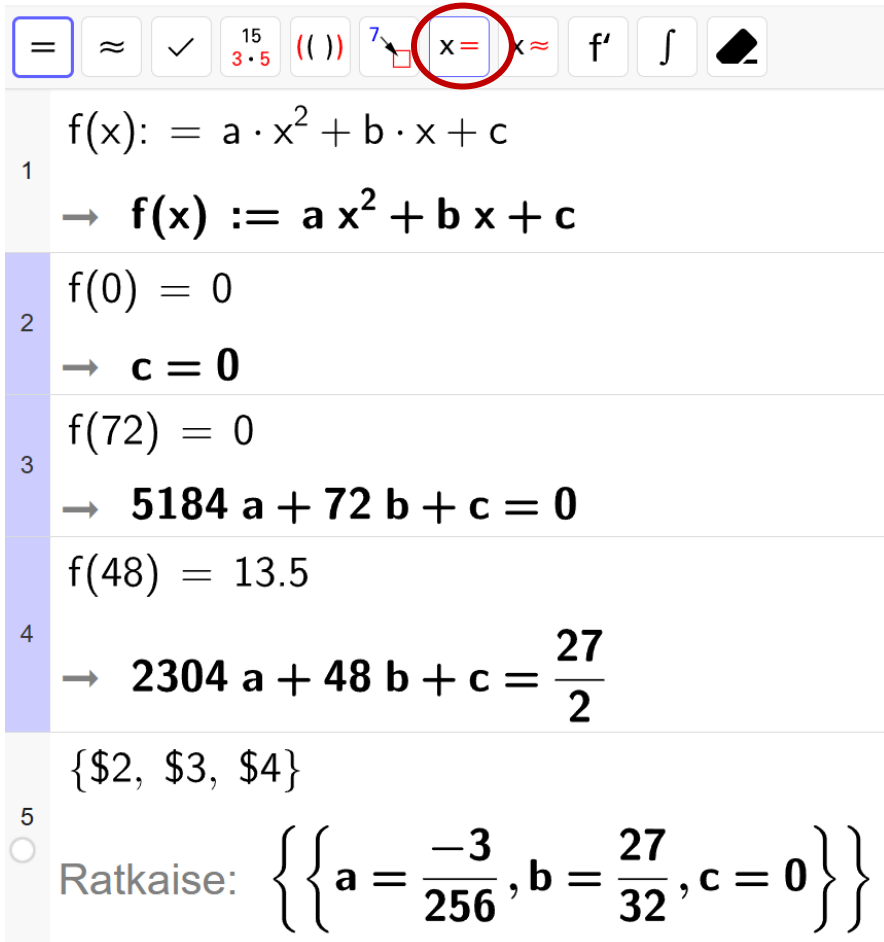
$$4 \quad f(48) = 13.5$$

$$\rightarrow \mathbf{2304 a + 48 b + c = \frac{27}{2}}$$

Kun paraabeli kulkee origon kautta, niin vakiotermin $c = 0$. Yleisestä muodosta olisi siis voitu jättää c pois ja ratkaistavaksi jäisi vain yhtälöpari.



Ratkaistaan yhtälöryhmä valitsemalla kaikki kolme yhtälöä ("maalaamalla" ne sinisiksi tai klikkaamalla jokaista yhtälöä samalla ctrl-näppäintä painaen) ja käyttämällä ratkaisutoimintoa.



The image shows a calculator interface with a toolbar at the top containing symbols for equals, approximate, check, powers, parentheses, a circled 'x=' symbol, multiplication, division, derivative, integral, and a delete key. Below the toolbar, five rows of equations are shown, each with a small number in the left margin:

- 1 $f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
- 2 $\rightarrow \mathbf{f(x) := a x^2 + b x + c}$
- 3 $f(0) = 0$
 $\rightarrow \mathbf{c = 0}$
- 4 $f(72) = 0$
 $\rightarrow \mathbf{5184 a + 72 b + c = 0}$
- 5 $f(48) = 13.5$
 $\rightarrow \mathbf{2304 a + 48 b + c = \frac{27}{2}}$

Below the equations, the solution is given as a set of three sets: $\{\$2, \$3, \$4\}$ and $\left\{ \left\{ a = \frac{-3}{256}, b = \frac{27}{32}, c = 0 \right\} \right\}$.

Ratkaisuksi saadaan $a = -\frac{3}{256}$, $b = \frac{27}{32}$ ja $c = 0$.

Sijoitetaan ratkaistut parametrit funktion f kertoimiin.
(Huomaa, että GeoGebra ei CAS-tilassa tallenna ratkaisuja kirjaimiin. Tallentaminen pitää aina tehdä merkitsemällä ":=")

Lentorata on funktion $f(x) = -\frac{3}{256}x^2 + \frac{27}{32}x$ kuvaaja.

Koska tämä kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli, niin sen suurin arvo on nollakohtien puolivälissä eli kun $x = 36$.

Lentoradan korkein kohta on siis $f(36) = \frac{243}{16} \approx 15,2$ (m).

| | |
|----|---|
| 6 | $a: = -\frac{3}{256}$ $\rightarrow \mathbf{a := \frac{-3}{256}}$ |
| 7 | $b: = \frac{27}{32}$ $\rightarrow \mathbf{b := \frac{27}{32}}$ |
| 8 | $c: = 0$ $\rightarrow \mathbf{c := 0}$ |
| 9 | $f(x)$ $\rightarrow \frac{-3}{256}x^2 + \frac{27}{32}x$ |
| 10 | $f(36)$ $\rightarrow \frac{243}{16}$ |