

Sovelluksia

305. a) $A(x) = x \cdot (4 - x) = 4x - x^2 = -x^2 + 4x$

b) $x > 0$ ja

$$4 - x > 0$$

$$x < 4$$

$$0 < x < 4$$

306. a) Piirin lauseke on $2x + 2y$.

b) $2x + 2y = 40$

$$2y = 40 - 2x$$

$$y = 20 - x$$

c) $A(x) = x \cdot (20 - x) = 20x - x^2 = -x^2 + 20x$

307. a) $60 \cdot 1,40 \text{ €} = 84 \text{ €}$

b) $x \cdot (80 - x) = 80x - x^2 = -x^2 + 80x$

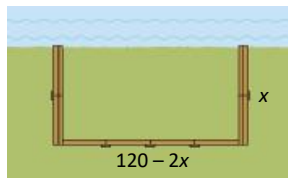
308. a) $x - 3$

b) $4x$

c) x^2

d) x^3

309.



a) Joen suuntaisen sivun pituus on $120 - 2x$.

b) Karsinan pinta-ala on $A(x) = x(120 - 2x) = 120x - 2x^2$.

c) Jokea vastaan kohtisuoran sivun pituus ei voi olla negatiivinen, joten $x \geq 0$.

Joensuuntaisen sivun pituus ei voi olla negatiivinen, joten suurin mahdollinen x :n arvo saadaan yhtälöstä $120 - 2x = 0$.

$$\begin{aligned} 120 - 2x &= 0 \\ -2x &= -120 \quad | : (-2) \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Mahdolliset arvot ovat $0 \leq x \leq 60$.

d) Etsitään funktion $A(x) = 120x - 2x^2$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 60$.

Derivoidaan funktio.

$$A'(x) = 120 - 2 \cdot 2x = 120 - 4x$$

Määritetään derivaatan nollakohta.

$$\begin{aligned} 120 - 4x &= 0 \\ -4x &= -120 \quad | : (-4) \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Nollakohta $x = 30$ kuuluu tarkasteluvälille $0 \leq x \leq 60$.

Lasketaan funktion arvot välin $0 \leq x \leq 60$ päätepisteissä sekä välillä olevissa derivaatan nollakohdissa.

$$f(0) = 120 \cdot 0 - 2 \cdot 0^2 = 0$$

$$f(60) = 120 \cdot 60 - 2 \cdot 60^2 = 0$$

$$f(30) = 120 \cdot 30 - 2 \cdot 30^2 = 1800$$

Funktion suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 60$ on 1 800.

e) Joensuuntainen sivun pituus on $120 - 2 \cdot 30 = 60$ (m).

310.

Merkitään keuhikon mallikuvan pystysuuntaista pituutta x :llä.



Vaakasuuntainen pituus on

$$\frac{8 - 3x}{2} = 4 - 1,5x.$$

Kehikon pohjan pinta-ala on

$$x(4 - 1,5x) = 4x - 1,5x^2.$$

Pystysuuntainen pituus ei voi olla negatiivinen, joten $x \geq 0$.

Vaakasuuntainen pituus ei voi olla negatiivinen.

$$\begin{aligned} 4 - 1,5x &= 0 \\ -1,5x &= -4 \quad | : (-1,5) \\ x &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Etsitään funktion $A(x) = 4x - 1,5x^2$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$.

$$A'(x) = 4 - 1,5 \cdot 2x = 4 - 3x$$

Derivaatan nollakohta:

$$\begin{aligned} 4 - 3x &= 0 \\ -3x &= -4 \quad | : (-3) \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Lasketaan funktion arvot välin $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$ päätepisteissä sekä välillä olevissa derivaatan nollakohdissa.

$$A(x) = 4 \cdot 0 - 1,5 \cdot 0^2 = 0$$

$$A\left(\frac{8}{3}\right) = 4 \cdot \left(\frac{8}{3}\right) - 1,5 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 = 0$$

$$A\left(\frac{4}{3}\right) = 4 \cdot \frac{4}{3} - 1,5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} = \frac{16}{3} - \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \approx 2,7 \text{ (m}^2\text{)}$$

Funktion $A(x)$ suurin arvo saadaan x :n arvolla $\frac{4}{3}$.

Kehikon suurin pohjan pinta-ala on noin $2,7 \text{ m}^2$.

315.

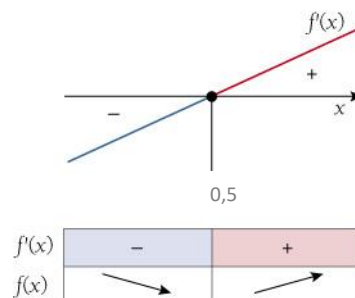
Merkitään kysyttyä lukua x :llä.

Tarkastellaan funktiota $f(x) = x^2 - x$.

$$f'(x) = 2x - 1$$

Derivaatan nollakohta:

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 0 \\ 2x &= 1 \quad | : 2 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$



Kulkukaaviosta nähdään, että funktio $f(x)$ saa pienimmän arvonsa kohdassa $x = 0,5$.

Luvun neliön ja luvun itsensä erotus on pienin, kun luku on $0,5$.

316.

a) $T(x) = x(81\,000 - 9\,000x) = 81\,000x - 9\,000x^2$

b) Irtonumeron hinta ei voi olla negatiivinen, joten $x \geq 0$.

Koska myytyjen lehtien lukumäärä ei voi olla negatiivinen, suurin mahdollinen x :n arvo on

$$\begin{aligned} 81\,000 - 9\,000x &= 0 \\ -9\,000x &= -81\,000 \quad | : (-9\,000) \\ x &= 9. \end{aligned}$$

Irtonumeron hinnan on oltava välillä $0 \leq x \leq 9$.

c) $T'(x) = 81\,000 - 18\,000x$

Derivaatan nollakohta:

$$\begin{aligned} 81\,000 - 18\,000x &= 0 \\ -18\,000x &= -81\,000 \quad | : (-18\,000) \\ x &= 4,5 \end{aligned}$$

Lasketaan funktion $T(x)$ arvo välin $0 \leq x \leq 9$ päätepisteissä ja välillä olevassa derivaatan nollakohdassa. Laskentaohjelmalla saadaan

$$\begin{aligned} T(0) &= 0 \cdot (81\,000 - 9\,000 \cdot 0) = 0 \\ T(9) &= 9 \cdot (81\,000 - 9\,000 \cdot 9) = 0 \\ T(4,5) &= 4,5 \cdot (81\,000 - 9\,000 \cdot 4,5) = 182\,250 \end{aligned}$$

$T(x)$ saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq 9$ kohdassa 4,5.

Myyntitulo on suurin, kun lehden hinta on 4,50 €.

317. Merkitään hinnaanlennusta x :llä.

Hintaa kuvaa lauseke $8 - x$.

Myyntimäärää kuvaa lauseke $250 + 50x$

Myyntituloa kuvaa lauseke

$$(8 - x)(250 + 50x) = 2\,000 + 400x - 250x - 50x^2 = -50x^2 + 150x + 2\,000.$$

Koska hinta ei voi olla negatiivinen, suurin x :n arvo saadaan yhtälöstä $8 - x = 0$.

$$\begin{aligned} 8 - x &= 0 \\ -x &= -8 \quad | : (-1) \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Koska myytyjen pizzojen määrä ei voi olla negatiivinen, pienin x :n arvo saadaan yhtälöstä $250 + 50x = 0$.

$$250 + 50x = 0$$

$$50x = -250 \quad | : 50$$

$$x = -5.$$

Etsitään funktion $f(x) = -50x^2 + 150x + 2\,000$ suurin arvo välillä $-5 \leq x \leq 8$.

$$f'(x) = -50 \cdot 2x + 150 \cdot 1 = -100x + 150$$

Derivaatan nollakohta:

$$-100x + 150 = 0$$

$$-100x = -150 \quad | : (-100)$$

$$x = 1,5$$

Lasketaan funktion $f(x)$ arvo välin $-5 \leq x \leq 8$ päätepisteissä ja välillä olevassa derivaatan nollakohdassa. Laskentaohjelmalla saadaan

$$f(-5) = -50 \cdot (-5)^2 + 150 \cdot (-5) + 2\,000 = 0$$

$$f(8) = -50 \cdot (8)^2 + 150 \cdot (8) + 2\,000 = 0$$

$$f(1,5) = -50 \cdot (1,5)^2 + 150 \cdot (1,5) + 2\,000 = 2\,112,5$$

Funktio $f(x)$ saa suurimman arvon välillä $-5 \leq x \leq 8$ kohdassa $x = 1,5$.

Hinta on tällöin $8 - x = 8 - 1,5 = 6,5$ (€).

Myyntitulo on suurin, kun hinta on 6,50 €.

318.

$$x + y = 5$$

$$y = 5 - x$$

$$xy = x(5 - x) = 5x - x^2$$

Etsitään funktion $f(x) = -x^2 + 5x$ suurin arvo.

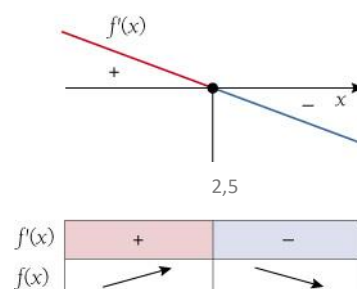
$$f'(x) = -2x + 5$$

Derivaatan nollakohta:

$$-2x + 5 = 0$$

$$-2x = -5 \quad | : (-2)$$

$$x = 2,5$$



Kulkukaavion mukaan funktio $f(x)$ saa suurimman arvon kohdassa $x = 2,5$.

Kysytyt luvut ovat $x = 2,5$ ja $y = 5 - 2,5 = 2,5$.