

Sivu 8.12. klo 09:50

Määrittää ympyrälle $(x-7)^2 + (y-2)^2 = 5$ pisteen $(2,2)$ kautta piirrettyjen tangenttien yhtälöt.

Ratkaisu: Piste $(2,2)$ kautta kulkevien suorien yhtälö on (lukuunottamatta pystysuoraa suoraa)

$$y - 2 = k(x - 2)$$

$$y - 2 = kx - 2k$$

$$kx - y - 2k + 2 = 0$$

Pisteen etäisyys suorasta

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Ympyrän keskipisteen etäisyys tangentista tulee on $\sqrt{5}$

$$\frac{|k \cdot 7 - 2 - 2k + 2|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{5}$$

$$|5k| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{k^2 + 1} \quad | \quad ()^2$$

$$25k^2 = 5(k^2 + 1)$$

$$25k^2 = 5k^2 + 5$$

$$20k^2 = 5$$

$$k^2 = \frac{1}{4}$$

$$k = \pm \frac{1}{2}$$

Tangenttien yhtälöt ovat

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

ja

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

VASTAUS: $y = \frac{1}{2}x + 1$ ja $y = -\frac{1}{2}x + 3$