t. 290

- Yhtälön ratkaisut saadaan erotusfunktion

  $$f(x) = \ln(x-1) - 3\ln x + 3 \qquad \text{määrittelyehto } x > 1$$

  nollakohdista
- Tutkitaan funktion kulkua derivaatan avulla

$$f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x} = 0 \qquad (\text{Sisäfunktion derivaatta}: D(x-1) = 1)$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x}$$

Kerrotaan ristiin: x – 1 $\neq$ 0, x $\neq$ 0

$$x = 3(x-1)$$

$$x = 3x - 3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Tehdään kulkukaavio

	1	(1,1)	3/2	(2)
$f'(x)$		+		-
$f(x)$		↗		↘
			max	

Lasketaan merkit:

x = 1,1:

$$f'(1{,}1) = \frac{1}{1{,}1-1} - \frac{3}{1{,}1} \approx 7{,}3 > 0$$

x = 2:

$$f'(2) = \frac{1}{2-1} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} < 0$$

Kulkukaavion perusteella funktion *f* kuvaaja voi leikata *x*-akselin korkeintaan kahdesti. Funktio *f* on aidosti kasvava välillä]1; 1,5[ja aidosti vähenevä välillä]1,5; ∞[

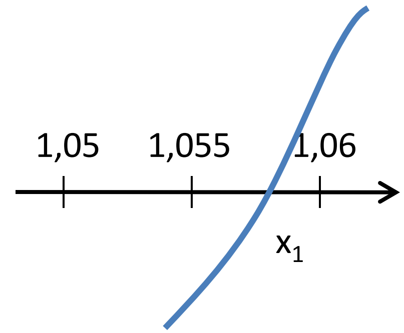
$$\text{maksimiarvo}: \; f\left(\frac{3}{2}\right) = \ln\left(\frac{3}{2}-1\right) - 3\ln\frac{3}{2} + 3 \approx 1{,}09 > 0$$

Koska maksimiarvo on positiivinen ja esim. $f(1{,}05) \approx -0{,}14 < 0$ ja $f(4) \approx -0{,}06 < 0$, niin funktiolla *f* on kaksi nollakohtaa x_1 ja x_2. Nämä nollakohdat ovat alkuperäisen yhtälön juuret.

Haarukoidaan (laskimen avulla):

$$f(1{,}06) \approx 0{,}012 > 0$$

$$f(1{,}055) \approx -0{,}061 < 0$$



Siis 1,055 < x_1 < 1,06 eli $x_1 \approx$ 1,06

$$f(3{,}5) \approx 0{,}158$$

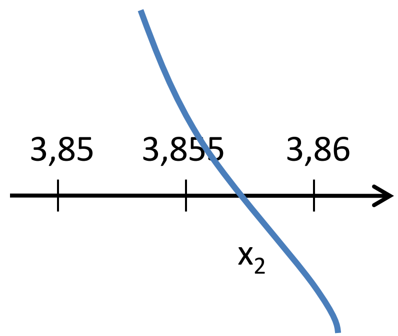
$$f(3{,}8) \approx 0{,}025$$

$$f(3{,}9) \approx -0{,}018$$

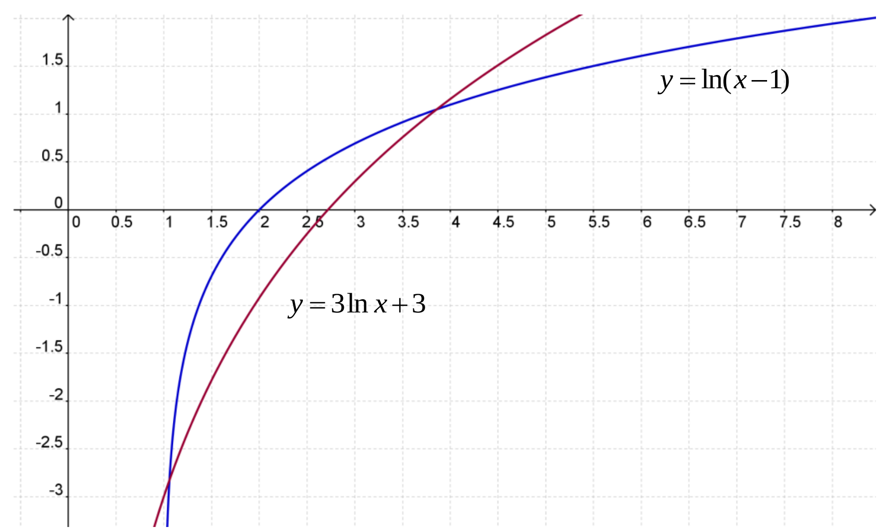
$$f(3{,}85) \approx 0{,}003$$

$$f(3{,}86) \approx -0{,}001$$

$$f(3{,}855) \approx 0{,}001$$



Siis 3,855 < x_1 < 3,86 eli $x_2 \approx$ 3,86



Yhtälöllä on siis täsmälleen kaksi ratkaisua, joiden likiarvot ovat $x_1 \approx$ 1,06 ja $x_2 \approx$ 3,86.