Tulon ja osamäärän derivaatta

Kaavat on johdettu kirjassa s. 109 ja 110, mutta ei vaadita kurssikokeessa, toisaalta huippuarvosanojen tavoittelijoille hyviä tärppejä yo-kokeeseen. Otetaan käyttöön kaavat suoraan MAFY:stä:

funktioiden tulo	$\mathrm{D}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
funktioiden osamäärä	$\mathrm{D}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Määritä f′(2), kun $f(x) = (5x - 9) \cdot (17x^2 - 3x)$

Yksi tapa olisi avata sulkeet, jolloin saadaan tavallinen polynomifunktio, mutta tehdään nyt tulon derivoissäännöllä: MAFY

$$\mathrm{D}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$D\,(5x - 9) \cdot (17x^2 - 3x) = 5 \cdot (17x^2 - 3x) + (5x - 9) \cdot (34x - 3)$$

$$-> \; f'\,(2) = 5 \cdot (17 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2) + (5 \cdot 2 - 9) \cdot (34 \cdot 2 - 3)$$

$$= 5 \cdot (68 - 6) + 65 = 5 \cdot 62 + 65 = 310 + 65 = 375$$

Sovelletaan alkuperäiseen funktioon ja ajatellaan sen koostuvan kahden fuktion tulosta ja merkitään niitä f ja g

$$f\,(x) = 5x - 9$$

$$f'\,(x) = 5$$

$$g\,(x) = 17x^2 - 3x$$

$$g'\,(x) = 34x - 3$$

Muista :

f(x): = (5x − 9) · (17x² − 3x)

→ **f(x) := 85 x³ − 168 x² + 27 x**

f′(x) := Derivaatta(f(x))

→ **f′(x) := 255 x² − 336 x + 27**

f′(2)

→ **375**

Derivoi funktio $f(x) = \dfrac{3x - 9x^3}{2x - 1}$

Muodostetaan määrittelyjoukko:

$2x - 1 \neq 0 \; -> \; x \neq \dfrac{1}{2}$

Haetaan derivoimissääntö: MAFY

$$\mathrm{D}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

Kaavan mukaiset merkinnät:

$f(x) = 3x - 9x^3$

$f'(x) = 3 - 27x^2$

$g(x) = 2x - 1$

$g'(x) = 2$

$(g(x))^2 = (2x - 1)^2 \left(= 4x^2 - 4x + 1\right)$

$$D\left(\frac{3x - 9x^3}{2x - 1}\right) = \frac{\left(3 - 27x^2\right)(2x - 1) - \left(3x - 9x^3\right) \cdot 2}{(2x - 1)^2}$$