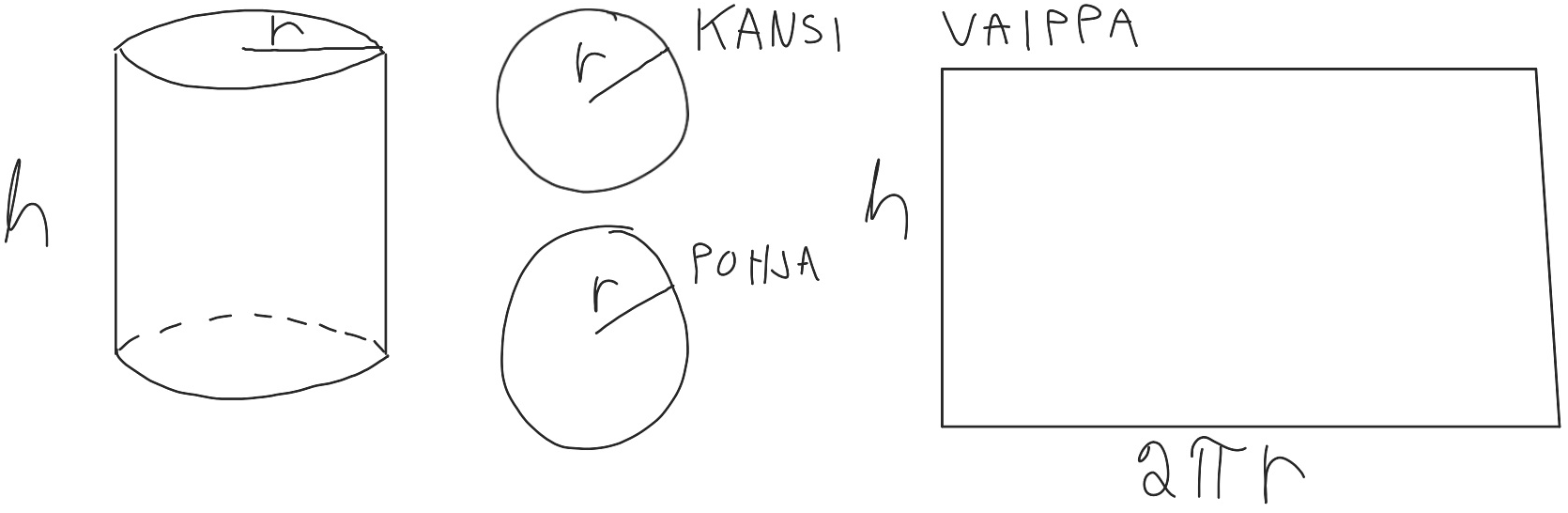
**13.4** Suoran ympyrälieriön muotoisen säilyketölkin tilavuus on 4,0 litraa. Miten säilyketölkin korkeus ja pohjan säde on valittava, jotta sen valmistamiseen kuluu mahdollisimman vähän peltiä? Anna vastaukset millimetrin tarkkuudella.



$$48x - 48x^5 = 0$$

$$x \cdot (48 - 48x^4) = 0$$

$x = 0$ TAI $48 - 48x^4 = 0$

$$-48x^4 = -48 \quad || : -48$$

$$x^4 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Tilavuus=Pohjan ala*korkeus

$$-> \ V = \pi r^2 \cdot h = 4 \ \left(l = dm^3\right)$$

$$-> \ h = \frac{V}{\pi r^2}$$

Pinta-ala=pohja+kansi+vaippa

$$A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{4}{\pi r^2}$$

Tälle halutaan pienin mahdollinen arvo

Välin päätepisteet:

Säde ei voi olla neg ja tilavuus ei saa olla yli 4

$$f\left(x\right) = 2 \cdot \pi x^2 + 2\pi x \cdot \frac{4}{\pi x^2} = 2\pi x^2 + \frac{8}{x} = 2 \cdot \pi x^2 + 8 \cdot x^{-1}$$

$$f'(x) = 4\pi x - 8x^{-2} = 4\pi x - \frac{8}{x^2}$$

Derivaatan nollakohdat:

$$4\pi x - \frac{8}{x^2} = \frac{4\pi x^3}{x^2} - \frac{8}{x^2} = \frac{4\pi x^3 - 8}{x^2} = 0$$

$$-> \ 4\pi x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = \frac{8}{4\pi} = \frac{2}{\pi}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}} \approx 0{,}86$$

Lasketaan derivaatan arvot tämän molemmilla puolilta

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4\pi \cdot \frac{1}{2} - \frac{8}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2\pi - 32 \ \ (neg)$$

$$f'(1) = 4\pi \cdot 1 - \frac{8}{1^2} = 4\pi - 8 \ \ (pos)$$

Funktio on tällöin ensin laskeva ja sen jälkeen nouseva

-> Pienin arvo löytyy derivaatan nollakohdassa, $r = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$

Korkeus on tällöin:

$$h = \frac{4}{\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}\right)^2} \approx 1{,}72...$$