

$$8. f(x) = x^3 + \sin 3x \quad \left\{ \begin{array}{l} u(x) = \sin x \\ s(x) = 3x \\ s'(x) = 3 \end{array} \right.$$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \sin 3x) dx = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} (-\cos 3x) + C$$

$$= \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} \cos 3x + C$$

Pisteen (0, 2) kautta

$$\frac{1}{4} \cdot 0^4 - \frac{1}{3} \cos(3 \cdot 0) + C = 2$$

$$-\frac{1}{3} + C = 2$$

$$C = 2\frac{1}{3}$$

$$F(x) = \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} \cos 3x + \underbrace{2\frac{1}{3}}_{-\frac{1}{3}}$$

9.

$$f(x) = |2x+6| + 3x = \begin{cases} -(2x+6) + 3x, & \text{kun } x < -3 \\ 2x+6 + 3x, & \text{kun } x \geq -3 \end{cases}$$

$$2x+6=0$$

$$x = -3$$

$$= \begin{cases} x-6, & \text{kun } x < -3 \\ 5x+6, & \text{kun } x \geq -3 \end{cases}$$

Jatkuvan funktion itseisarvofunktio on jatkuva ja kahden jatkuvan funktion summa on jatkuva. Funktiolla $f(x)$ on integraalifunktio.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 - 6x + C_1, & \text{kun } x < -3 \\ \frac{5}{2} x^2 + 6x + C_2, & \text{kun } x \geq -3, \end{cases}$$

missä C_1 ja C_2 ovat integroimisvakioita.

Integraalifunktio on jatkuva kaikkialla, joten

$$F(-3) = \lim_{x \rightarrow -3^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} F(x)$$

$$\frac{5}{2} \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + C_2 = \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 - 6 \cdot (-3) + C_1 = \frac{5}{2} \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + C_2$$

$$C_2 = C_1 + 18$$

Merkitään $C_1 = C$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 - 6x + C, & \text{kun } x < -3 \\ \frac{5}{2} x^2 + 6x + 18 + C, & \text{kun } x \geq -3 \end{cases}, \text{ missä } C \text{ integroimisvakio}$$

Alkuehto $F(-1) = 3$

$$\frac{5}{2} \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 18 + C = 3$$

$$C = -\frac{23}{2}$$

$$V: F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 - 6x - \frac{23}{2}, & \text{kun } x < -3 \\ \frac{5}{2} x^2 + 6x + \frac{13}{2}, & \text{kun } x \geq -3 \end{cases}$$