

13.6



Varipinta-ala: $A_r = \pi r R = 16 \text{ (cm}^2\text{)} \quad (\Rightarrow) R = \frac{16}{\pi r}$

$$h^2 + r^2 = R^2$$

$$\Rightarrow h^2 + r^2 = \left(\frac{16}{\pi r}\right)^2$$

$$\Rightarrow h^2 = \left(\frac{16}{\pi r}\right)^2 - r^2 \quad |\sqrt{}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2 - r^2}$$

Tallan tilavuus:

$$V(r) = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2 - r^2} = \frac{1}{3} \pi \underbrace{r^2}_{>0} \underbrace{\sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2 - r^2}}_{f(r)}$$

$\sqrt{x}$ on aidosti kasvava $\Rightarrow V(r)$ on määdel. iio kun $f(r)$ on määdel. iio

$$f(r) = r^4 \left(\frac{256}{\pi^2 r^2} - r^2 \right) = \frac{256}{\pi^2} r^2 - r^6$$

f on jätt. j. derivo. väl. $]0, \frac{4}{\sqrt{\pi}}[$

Rajatilanteet:

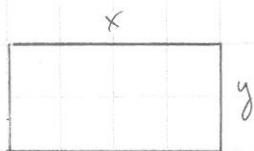
$$r = 0$$

$$r = R \Rightarrow \pi R^2 = 16$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{16}{\pi}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}$$

14. Kahden muuttujan funktio

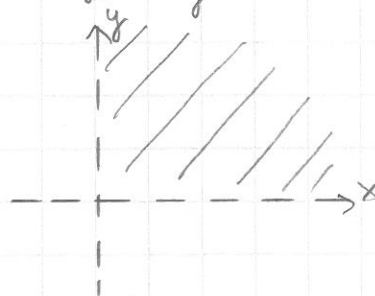
Esim.



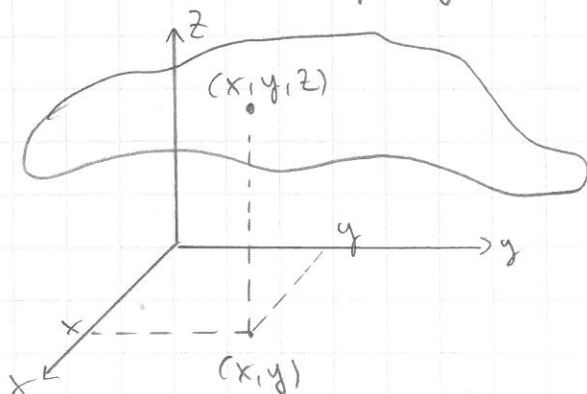
Suorasuluisen pinta-ala: $A(x, y) = xy$
on 2 muuttujan funktio.

Funktion määrittelyjoukko:

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow I\text{-välj.}$$



Yleisesti: Funktio $f(x, y)$ määrittelyjoukossa on xy -taso tai sen osa.
Merz. $z = f(x, y) \Rightarrow$ käyräjäne on xyz -koordinaatiston
pinnalla



(x, y, z) on pinnalla $\Leftrightarrow z = f(x, y)$

Esim.

$$f(x, y) = 2 - 2x - y = z \quad \text{merz.} \quad \Rightarrow 2x + y + z - 2 = 0$$

$\Rightarrow$ käyräjäne on taso ($\vec{n} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ normaali vektori)

$$(x, 0, 0) : 2x - 2 = 0 \quad (\Rightarrow) x = 1$$