

Järjestysten lukumäärä

Kertoma

Luvun n kertoma $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

n alkion joukon järjestysten lukumäärä

Jos joukossa on n alkiota, joukon alkiot voidaan järjestää jonoon $n!$ eri tavalla.

Luvun 0 kertoma

Luvun 0 kertoman arvoksi määritellään 1. $0! = 1$

Perustelu tuloperiaatteella:

(ks. oppikirja, s. 49)

1. valinta n vaihtoehtoa

2. valinta $n-1$ vaihtoehtoa

3. valinta $n-2$ vaihtoehtoa

...

$n-1$. valinta 2 vaihtoehtoa

n . valinta 1 vaihtoehto

Järjestyksiä yhteensä

$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Esimerkki, t. 110

Järjestysten lukumäärä yhdeksälle luokalle on $9! = 362\,880$

Järjestysten läpikäymiseen menee $\frac{9!}{190} \approx 1910$ vuotta.

V: 1910 vuoden kuluttua

Jonojen lukumäärä

Kun n alkion joukosta valitaan k alkion jono ilman takaisinpainoa, niin erilaisten mahdollisten jonojen lukumäärä on tuloperiaatteen nojalla

$$\underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))}_{k \text{ tekijää}}$$

$$n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Laskimessa "nPr"
(permutaatioiden lukumäärä)
Käytetään lähinnä tilanteissa joissa
järjestyksellä on väliä.

Esimerkki, t. 130

Jos tehtävässä esiintyy sana "ainakin", mieti
kannattaisiko käyttää vastatapahtumaa

Merkitään $A = \text{"ainakin yksi ässä"}$.

Vastatapahtuma $\bar{A} = \text{"ei yhtään ässää"}$

Lasketaan vastatapahtuman todennäköisyys $P(\bar{A})$

Laskimen komento
 $52 \text{ nPr } 13$ tai $\text{nPr}(52, 13)$
($\approx 3,954 \cdot 10^{21}$)

13 korttia voidaan valita 52 kortista $\frac{52!}{(52-13)!} = \frac{52!}{39!} = \underbrace{52 \cdot 51 \cdot \dots \cdot 41 \cdot 40}_{13 \text{ kpl}}$ eri tavalla.

Kortteja, jotka eivät ole ässiä on 48 kpl. Tästä joukosta voidaan valita 13 korttia

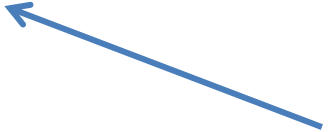
$$\frac{48!}{(48-13)!} = \frac{48!}{35!} = \underbrace{48 \cdot 47 \cdot \dots \cdot 37 \cdot 36}_{13 \text{ kpl}} \text{ eri tavalla.}$$

Laskimen komento
 $48 \text{ nPr } 13$ tai $\text{nPr}(48, 13)$
($\approx 1,201 \cdot 10^{21}$)

Vastatapahtuman todennäköisyyden kaavalla saadaan

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{48!}{35!} : \frac{52!}{39!} = \left(1 - \frac{48! \cdot 39!}{35! \cdot 52!} = 1 - \frac{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49} \right)$$

$$P(A) = 0,696 \approx 0,70$$



Laskimella: $1 - 48 \text{ nPr } 13 / 52 \text{ nPr } 13$
tai $1 - \text{nPr}(48, 13) / \text{nPr}(52, 13)$

V: 13 kortista ainakin yksi on ässä todennäköisyydellä 0,70

Huom: Myöhemmin vastaavissa tehtävissä lasketaan osajoukkojen (kombinaatioiden, laskimessa nCr) lukumäärillä. Tässä tehtävässä kun jaettujen korttien järjestyksellä ei ole sinänsä väliä. Ratkaisussa alkeistapauksina olivat korttien muodostamat *jonot*, seuraavassa luvussa alkeistapauksiksi valittaisiin korttien muodostamat *osajoukot*.