

Binomi 8 – Luku 4 – Tehtävien malliratkaisut

4.1

a)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $-2 \leq x \leq -1$. Välin mukaiset pisteet ovat siis $(-2, 0)$ ja $(-1, -3)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 0}{-1 - (-2)} = \frac{-3}{1} = -3$$

b)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $-2 \leq x \leq 2$. Välin mukaiset pisteet ovat siis $(-2, 0)$ ja $(2, 0)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 0}{2 - (-2)} = \frac{0}{4} = 0$$

Funktion arvo on sama välin päätepisteissä, joten keskimääräinen muutosnopeus on 0.

c)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $-1 \leq x \leq 3$. Välin mukaiset pisteet ovat siis $(-1, -3)$ ja $(3, 5)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - (-3)}{3 - (-1)} = \frac{8}{4} = 2$$

Vastaus **a)** -3

b) 0

c) 2

4.2

a)

Lämpötila pysyy samana, kun kuvaaja on vaakasuora (y -koordinaatti ei muutu).

Kuvaajan mukaan lämpötila ei muutu aikaväleillä 3–5, 12–13, 15–16 ja 17–19.

b)

Keskimääräinen lämpötilan muutos välillä klo 10–12 on välin mukaisten pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

Pisteet ovat (10, 20) ja (12, 22).

Lasketaan kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{22 - 20}{12 - 10} = \frac{2}{2} = 1$$

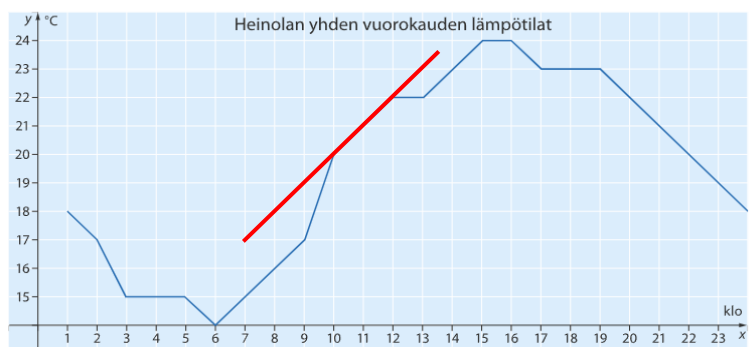
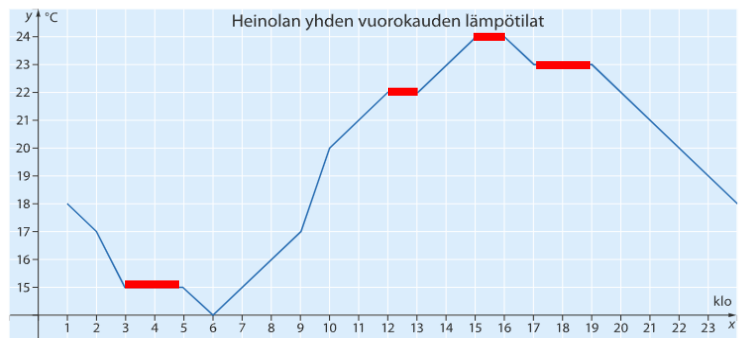
Keskimääräinen lämpötilan muutos on siis 1 °C/h.

c)

Aikavälin 19–24 keskimääräinen lämpötilan muutosnopeus on pisteiden (19, 23) ja (24, 18) kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{18 - 23}{24 - 19} = \frac{-5}{5} = -1$$

Keskimääräinen lämpötilan muutos on siis -1 °C/h.



Vastaus a) klo 3–5, klo 12–13, klo 15–16 ja klo 17–19
 b) 1 °C/h
 c) -1 °C/h

4.3

a)

Kuvaaja päättyy pisteeseen (2,75; 180), joten matka kesti 2,75 h = 2 h 45 min.

b)

Tietyö oli pisteessä (2, 160), joten tietyömaa oli 160 kilometrin päässä lähtöpisteestä.

c)

Kuvaaja on suora pisteiden (2, 160) ja (2,25; 160) välillä, joten odotusaika oli 2,25 h – 2 h = 0,25 h = 15 min.

d)

Keskinopeus välillä [0, 1] on kyseisten pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

Välin mukaiset pisteet ovat (0, 0) ja (1, 80). Lasketaan kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{80 - 0}{1 - 0} = \frac{80}{1} = 80 \text{ (km/h)}$$

Keskinopeus on 80 km/h.

e)

Automatka alkaa pisteestä (0, 0) ja päättyy pisteeseen (2,75; 180).

Lasketaan näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{180 - 0}{2,75 - 0} = 65,454 \dots \approx 65 \text{ (km/h)}$$

Koko matkan keskinopeus oli 65 km/h.

Vastaus **a)** 2 h 45 min
 b) 160 km
 c) 15 min
 d) 80 km/h
 e) 65 km/h

4.4

a)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $2 \leq x \leq 3$. Välin mukaiset pisteet ovat siis $(2, 2)$ ja $(3, 3)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 2}{3 - 2} = \frac{1}{1} = 1$$

b)

Välin $2 \leq x \leq 4$ mukaiset pisteet ovat $(2, 2)$ ja $(4, 5)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 2}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$

c)

Välin $3 \leq x \leq 4$ mukaiset pisteet ovat $(3, 3)$ ja $(4, 5)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{4 - 3} = \frac{2}{1} = 2$$

Vastaus **a)** 1

b) $\frac{3}{2}$

c) 2

4.5

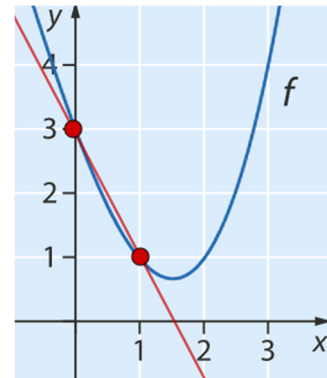
a)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $0 \leq x \leq 1$.

Välin mukaiset pisteet ovat siis $(0, 3)$ ja $(1, 1)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 3}{1 - 0} = \frac{-2}{1} = -2$$

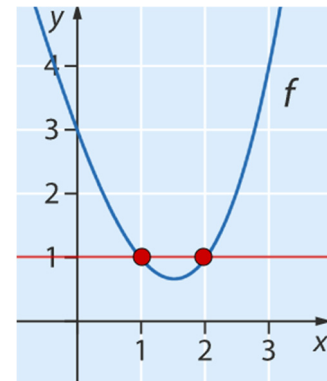


b)

Välin $1 \leq x \leq 2$ mukaiset pisteet ovat $(1, 1)$ ja $(2, 1)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 1}{2 - 1} = \frac{0}{1} = 0$$

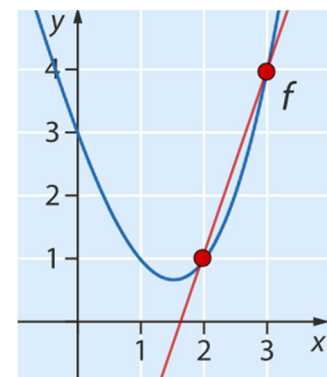


c)

Välin $2 \leq x \leq 3$ mukaiset pisteet ovat $(2, 1)$ ja $(3, 4)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{3 - 2} = \frac{3}{1} = 3$$



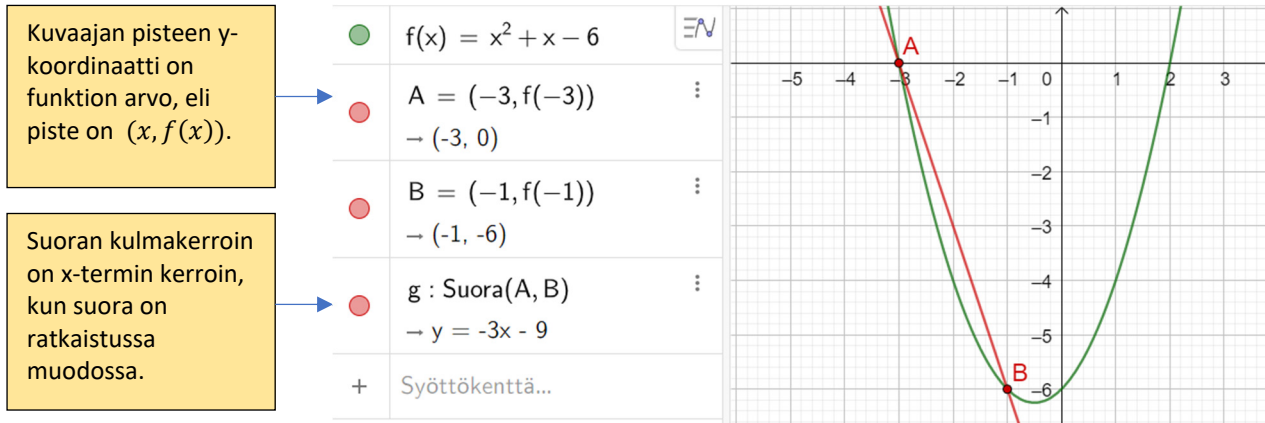
Vastaus a) -2

 b) 0

 c) 3

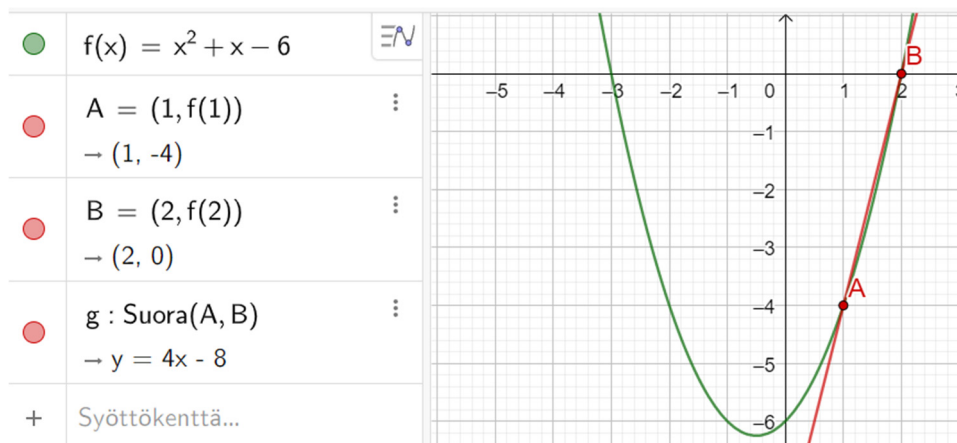
4.6

a) Piirretään funktion $f(x) = x^2 + x - 6$ kuvaajalle välin $[-3, -1]$ päätepisteiden kautta kulkeva suora. Keskimääräinen muutosnopeus on suoran kulmakerroin.



Suoran kulmakerroin on -3 , joten keskimääräinen muutosnopeus -3 .

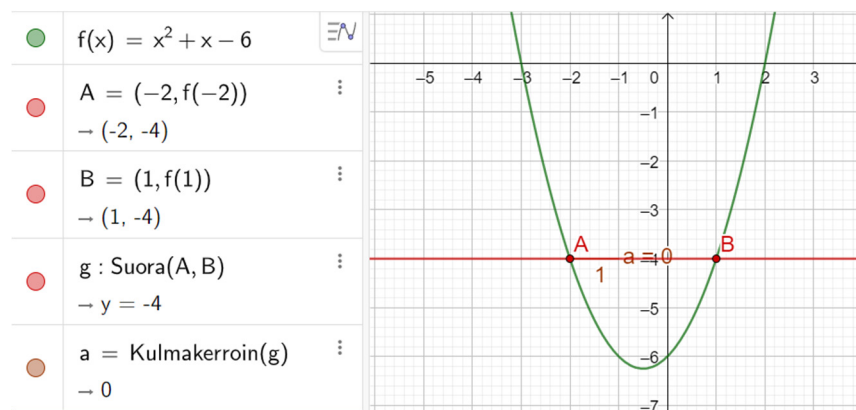
b) Tutkitaan väliä $[1, 2]$.



Suoran kulmakerroin eli keskimääräinen muutosnopeus on 4 .

c) Tutkitaan keskimääräistä muutosnopeutta välillä $[-2, 1]$.

Suoran on vaakasuora. Kulmakerroin eli keskimääräinen muutosnopeus on 0 .



Vastaus

a) -3
b) 4
c) 0

4.7

Keskinopeus on matkan muutos jaettuna ajan muutoksella.

$$\begin{aligned}\text{keskinopeus} &= \frac{12,0 \text{ km} - 5,0 \text{ km}}{1,0 \text{ h} - 0,15 \text{ h}} \\ &= \frac{7,0 \text{ km}}{0,85 \text{ h}} \\ &= 8,235 \dots \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ &= 8,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}\end{aligned}$$

Vastaus 8,2 km/h

4.8

a)

Matkaan käytetty aika nähdään vaaka-akselilta ja etäisyys lähtöpisteestä eli ajettu matka pystyakselilta.

Kuvaaja alkaa pisteestä (0, 0). Pisteessä (0,25; 12) kuvaaja muuttuu vaakasuoraksi, jolloin matka ei enää muutu. Matka keskustaan kestää siis 0,25 h = 15 min.

b)

Keskustaan saapumista kuvaa piste (0,25, 12). Matkaa keskustaan on siis 12 km.

c)

Kuvaaja on vaakasuora pisteiden (0,25; 12) ja (0,6; 12), joten Peter oli keskustassa 0,6 h – 0,25 h = 0,35 h = 21 min.

d)

Keskinopeus paluumatkalla on pisteiden (0,6; 12) ja (1, 0) välisen suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 12}{1 - 0,6} = \frac{-12}{0,4} = -30 \text{ (km/h)}$$

Keskinopeus paluumatkalla on –30 km/h. Etäisyys lähtöpaikasta pienenee siis joka tunti 30 kilometriä.

Vastaus **a)** 15 min

b) 12 km

c) 21 min

d) –30 km/h. Etäisyys lähtöpaikasta pienenee joka tunti 30 kilometriä.

4.9

a) Tutkitaan funktiota välillä $1 \leq x \leq 3$.

Lasketaan ensin välin mukaisten pisteiden y -koordinaatit.

$$f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = \frac{4}{3}$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 = 0$$

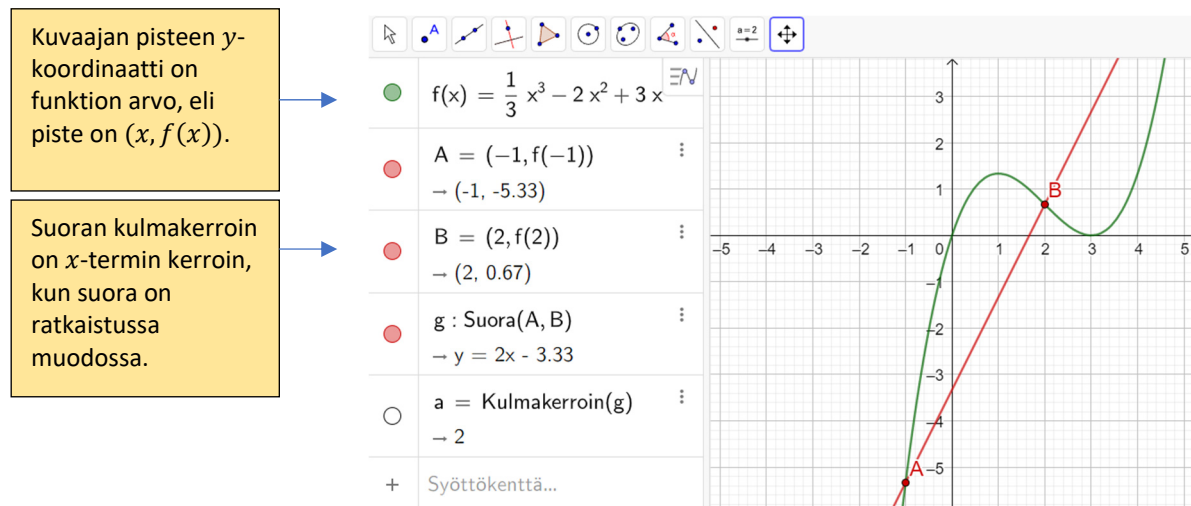
Välin mukaiset pisteet ovat siis $(1, \frac{4}{3})$ ja $(3, 0)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - \frac{4}{3}}{3 - 1} = \frac{-\frac{4}{3}}{2} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

b)

Piirretään funktion kuvaajalle välin $[-1, 2]$ päätepisteiden kautta kulkeva suora. Keskimääräinen muutosnopeus on suoran kulmakerroin.



Suoran kulmakerroin on 2, joten keskimääräinen muutosnopeus 2.

Vastaus a) $-\frac{2}{3}$

b) 2

4.10

a)

Määritetään funktiolta h kaksi pistettä, missä $t = 0$ (s) ja $t = 0,5$ (s).
Lasketaan näitä ajanhetkiä vastaavat funktion arvot.

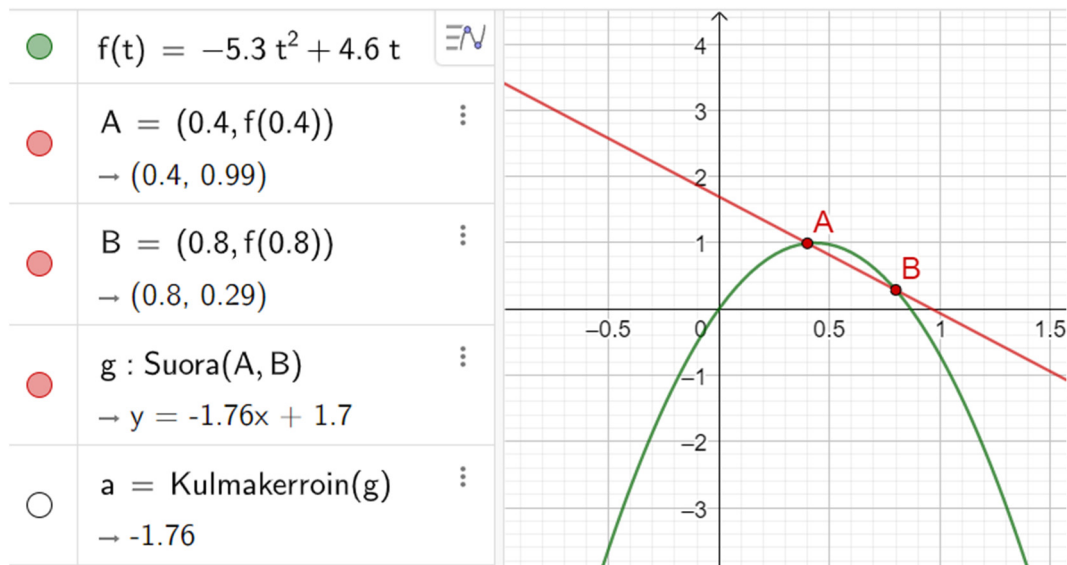
t (s)	$h(t)$ (m)	Piste
0	$h(0) = -5,3 \cdot 0^2 + 4,6 \cdot 0 = 0$	(0, 0)
0,5	$h(0,5) = -5,3 \cdot 0,5^2 + 4,6 \cdot 0,5 = 0,975$	(0,5; 0,975)

Keskinopeus eli keskimääräinen muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{0,975 - 0}{0,5 - 0} = 1,95 \approx 2,0 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

b)

Piirretään funktion h kuvaaja ja määritetään välin $[0,4 \text{ s} ; 0,8 \text{ s}]$ päätepisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.



Kulmakerroin eli pallon keskinopeus on $-1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Pallo pudottaa korkeutta 1,8 m sekuntia kohden.

Vastaus a) $2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $-1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, pallo pudottaa korkeutta 1,8 m sekuntia kohden.

4.11

a)

Määritetään funktiolta f kaksi pistettä, missä $x = 1$ ja $x = 5$.
Lasketaan näitä ajanhetkiä vastaavat funktion arvot.

x	$f(x)$	Piste
1	$f(1) = 1,018^1 \cdot 400000 = 407200$	(1, 407200)
5	$f(5) = 1,018^5 \cdot 400000 = 437319,53 \dots$	(5; 437319,5...)

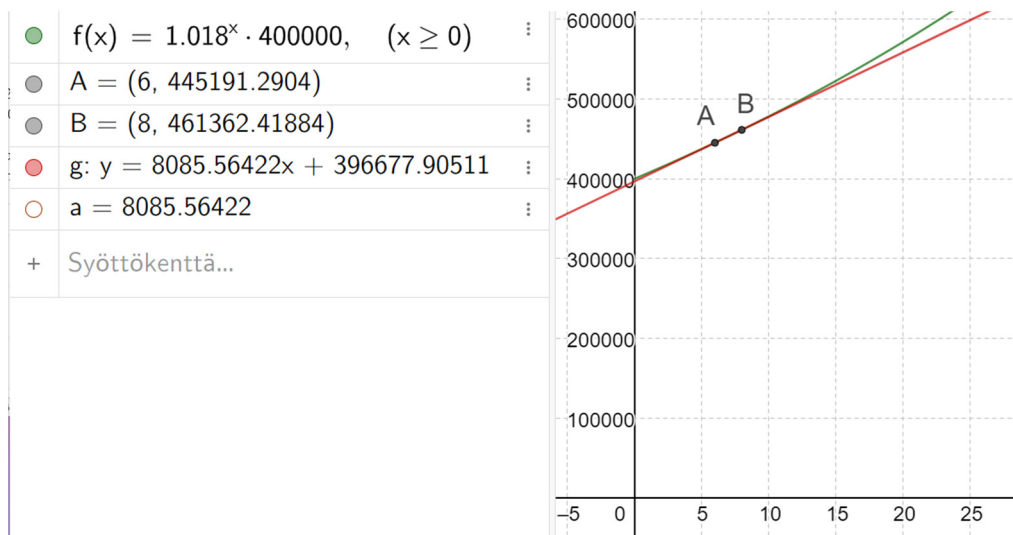
Arvon keskimääräinen muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{407200 - 437319,53 \dots}{1 - 5} = 7529,88 \dots \approx 7500 \left(\frac{\text{€}}{\text{vuosi}} \right)$$

b)

Vuonna 2023 tarkastelun alusta on kulunut $2023 - 2017 = 6$ vuotta ja vuonna 2025 on kulunut 8 vuotta.

Piirretään funktion f kuvaaja ja määritetään välin $[6, 8]$ päätepisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.



Kulmakerroin on $8085,564 \dots \approx 8100$. Arvo kasvaa keskimäärin 8100 €/vuosi.

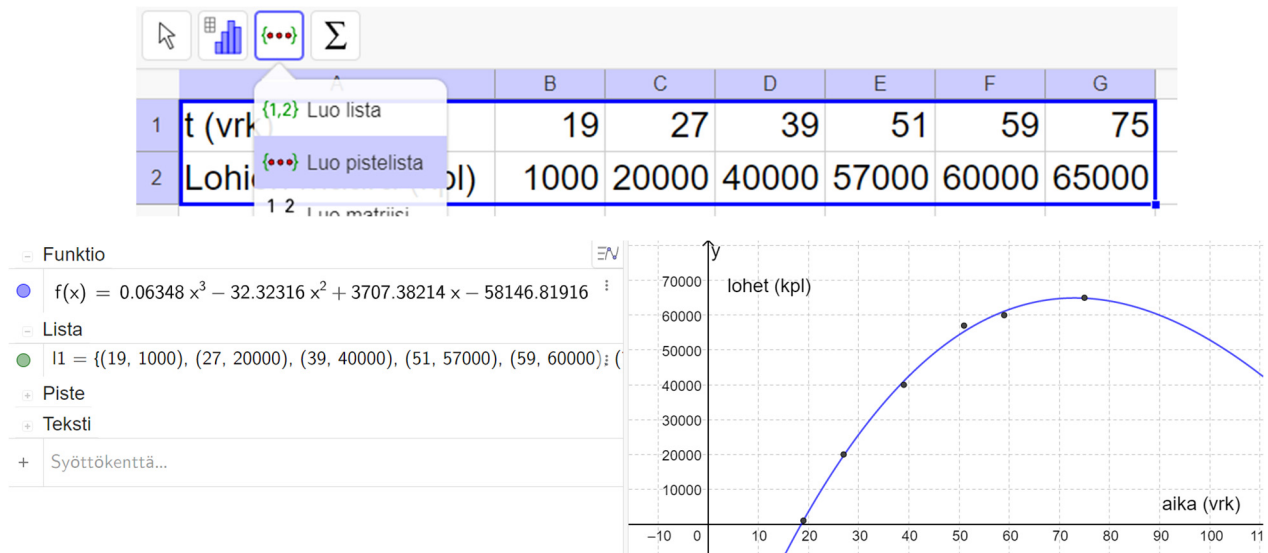
Vastaus a) 7500 €/a

 b) 8100 €/a

4.12

a)

Kirjoitetaan ajan t ja lohien määrän arvot taulukkoon ja luodaan pistelista. Kuvataan lämpötilan riippuvuutta ajasta koordinaatistossa, joten vaaka-akselina on aika t ja pystyakselina lohien määrä. Sovitetaan pistejoukkoon 3. asteen polynomi.



Malli on $m(t) \approx 0,1t^3 - 32,3t^2 + 3707,4t - 58146,8$.

b) Lasketaan mallin avulla funktion arvot välin $[31, 65]$ päätepisteissä.

$$m(t) = 0,1t^3 - 32,3t^2 + 3707,4t - 58146,8$$

Tallenna mallin lauseke laskimen muistiin.

$$m(31) = 28721,4 \text{ (kpl)}$$

$$m(65) = 73829,2 \text{ (kpl)}$$

Saadaan pisteet $(31; 28721,4)$ ja $(65; 73829,2)$. Keskimääräinen muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{73829,2 - 28721,4}{65 - 31} = 1326,7 \approx 1000 \text{ (kpl/vrk)}$$

Vastaus a) $m(t) \approx 0,1t^3 - 32,3t^2 + 3707,4t - 58146,8$
 b) 1000 kpl/vrk

4.13

Lasketaan indeksin keskimääräinen muutos määrittämällä pisteiden (2015, 100) ja (2021; 98,9) kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{98,9 - 100}{2021 - 2015} = -0,1833 \dots \approx -0,18$$

Indeksin keskimääräinen vuosittain muutos on -0,18.

Vastaus -0,18 /vuosi

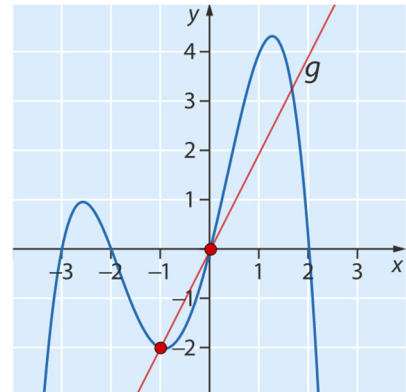
4.14

a)

Tutkitaan kuvaajalta väliä $-1 \leq x \leq 0$. Välin mukaiset pisteet ovat siis $(-1, -2)$ ja $(0, 0)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - (-2)}{0 - (-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

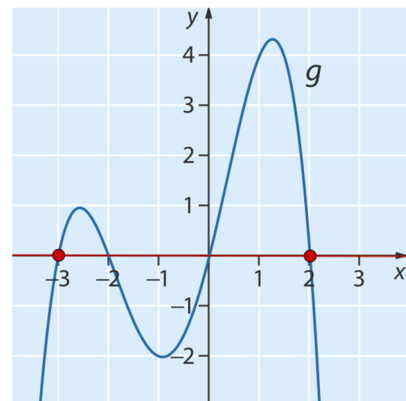


b)

Välin $-3 \leq x \leq 2$ mukaiset pisteet ovat $(-3, 0)$ ja $(2, 0)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 0}{2 - (-3)} = \frac{0}{5} = 0$$

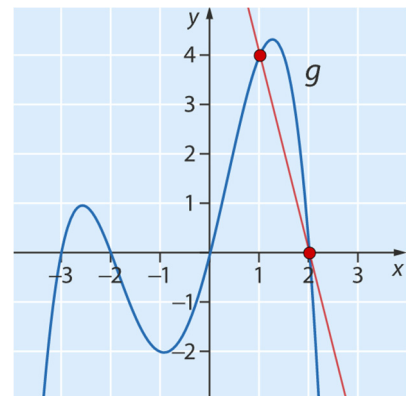


c)

Välin $1 \leq x \leq 2$ mukaiset pisteet ovat $(1, 4)$ ja $(2, 0)$.

Lasketaan pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{2 - 1} = \frac{-4}{1} = -4$$



Vastaus a) 2

 b) 0

 c) -4

4.15

a)

Tutkitaan funktiota välillä $0 \leq x \leq 2$.

Lasketaan ensin välin mukaisten pisteiden y -koordinaatit.

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

Välin mukaiset pisteet ovat siis $(0, 0)$ ja $(2, 4)$.

Määritetään funktion keskimääräinen muutosnopeus laskemalla näiden pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2$$

b)

Sama keskimääräinen muutosnopeus on niillä ensimmäisen asteen funktiolla, joilla kulmakerroin eli x -termin kerroin on 2.

Esimerkiksi:

$$f(x) = 2x$$

$$h(x) = 2x - 1$$

Vastaus **a)** 2

b) $f(x) = 2x$ ja $h(x) = 2x - 1$

4.16

a)

Matkaan käytetty aika nähdään vaaka-akselilta ja etäisyys lähtöpisteestä eli ajettu matka pystyakselilta.

Kuvaaja alkaa pisteestä (0, 0). Pisteessä (16, 12) kuvaaja muuttuu vaakasuoraksi, jolloin matka ei enää muutu. Matka kentälle kestää siis 16 min.

b)

Kentälle saapumista kuvaa piste (16, 12). Matkaa kentälle on siis 12 km.

c)

Kuvaaja on vaakasuora pisteiden (16, 12) ja (35, 12), joten Peter oli keskustassa $35 \text{ min} - 16 \text{ min} = 19 \text{ min}$.

d)

Keskinopeus paluumatkalla on pisteiden (35, 12) ja (60, 0) välisen suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 12}{60 - 35} = \frac{-12}{25} = -0,48 \frac{\text{km}}{\text{min}} = -28,80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Keskinopeus paluumatkalla on $-28,8 \text{ km/h}$. Etäisyys lähtöpaikasta pienenee siis joka tunti 28,8 kilometriä.

Vastaus **a)** 16 min

b) 12 km

c) 19 min

d) $-28,8 \text{ km/h}$. Etäisyys lähtöpaikasta pienenee joka tunti 28,8 kilometriä.

4.17

a)

Määritetään funktiolta f kaksi pistettä, missä $x = 10$ (min) ja $x = 15$ (min).
Lasketaan näitä ajanhetkiä vastaavat funktion arvot.

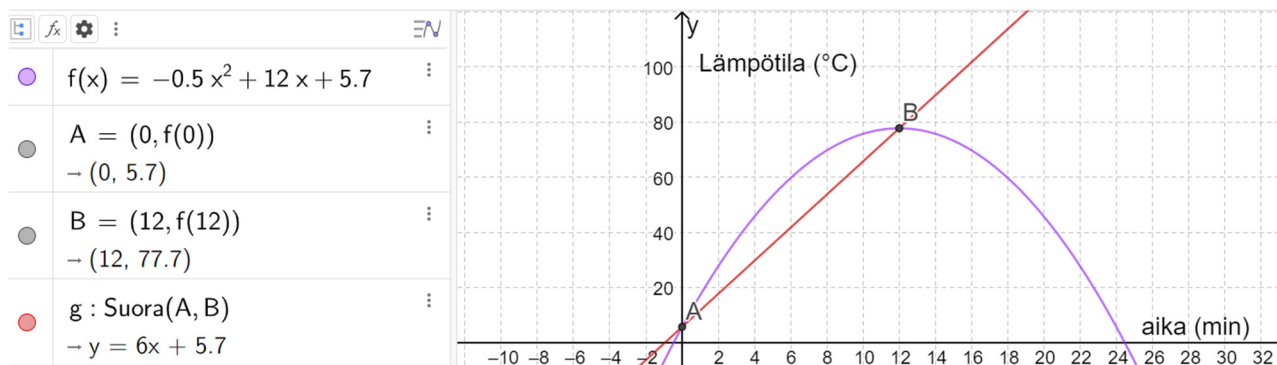
x (min)	$f(x)$	Piste
10	$f(10) = -0,5 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10 + 5,7 = 75,7$	(10, 75,7)
15	$f(15) = -0,5 \cdot 15^2 + 12 \cdot 15 + 5,7 = 73,2$	(15, 73,2)

Keskimääräinen lämpötilan muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{75,7 - 73,2}{10 - 15} = -0,5 \text{ °C/min}$$

b)

Piirretään funktion f kuvaaja ja määritetään välin $[0; 12]$ päätepisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.



Kulmakerroin eli lämpötilan muutosnopeus on 6 °C/min.

Vastaus a) -0,5 °C/min

b) 6 °C/min

4.18

a)

Määritetään funktiolta m kaksi pistettä, missä $x = 19$ (°C) ja $x = 25$ (°C).

Lasketaan näitä ajanhetkiä vastaavat funktion arvot.

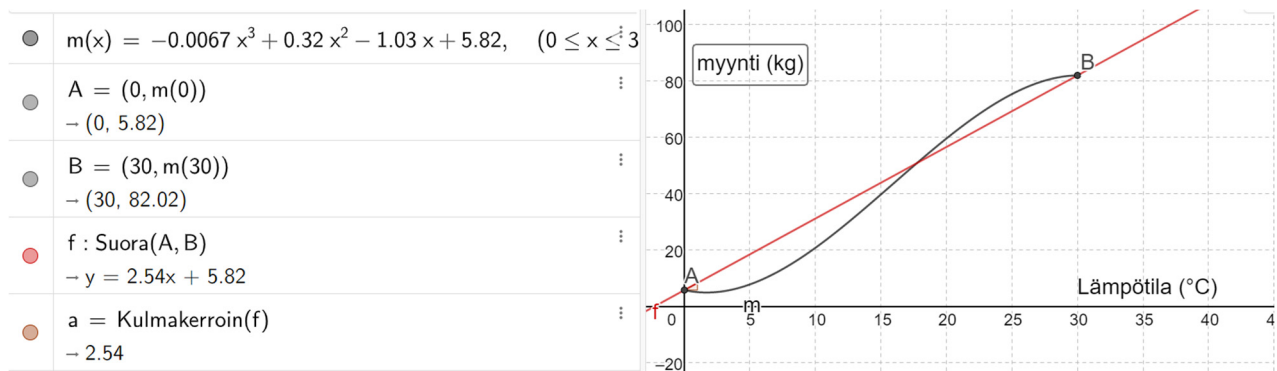
x	$m(x)$	Piste
19	$m(19) = -0,0067 \cdot 19^3 + 0,32 \cdot 19^2 - 1,03 \cdot 19 + 5,82 = 55,8147$	(19, 55,81...)
25	$m(25) = -0,0067 \cdot 25^3 + 0,32 \cdot 25^2 - 1,03 \cdot 25 + 5,82 = 75,3825$	(25, 75,38...)

Keskimääräinen myyntimäärän muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{75,3825 - 55,8147}{25 - 19} = 3,2613 \approx 3,3 \text{ (kg/°C)}$$

b)

Piirretään funktion f kuvaaja ja määritetään välin $[0; 30]$ päätepisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.



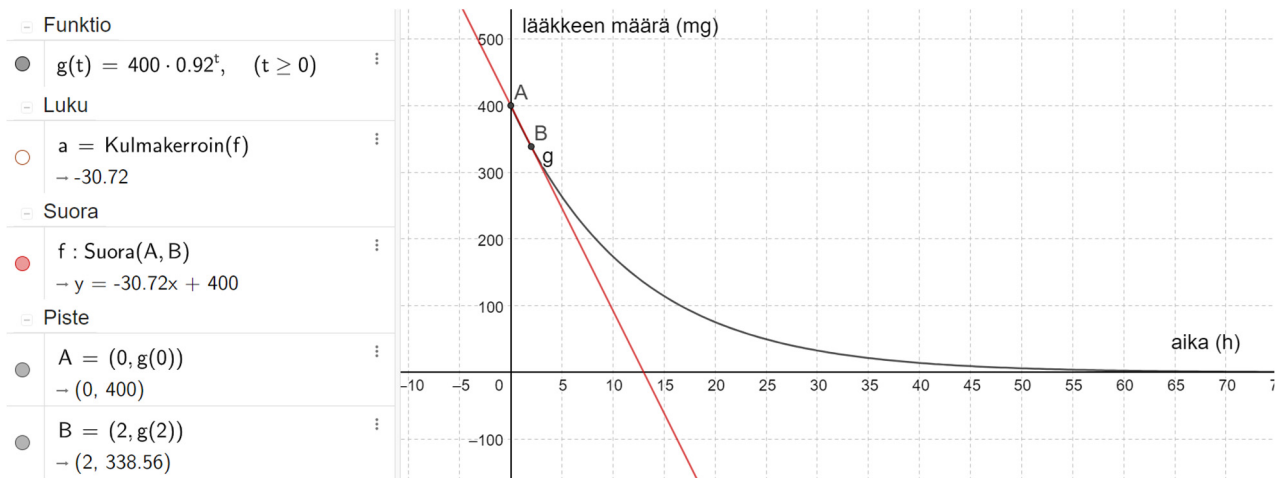
Kulmakerroin eli jäätelömyynnin muutosnopeus on $2,54 \approx 2,5$ kg/°C.

Vastaus a) 3,3 kg/°C

 b) 2,5 kg/°C

4.19

a) Piirretään funktion $g(t) = 400 \cdot 0,92^t$ kuvaajalle välin $[0, 2]$ päätepisteiden kautta kulkeva suora. Lääkkeen määrän keskimääräinen muutosnopeus on suoran kulmakerroin.

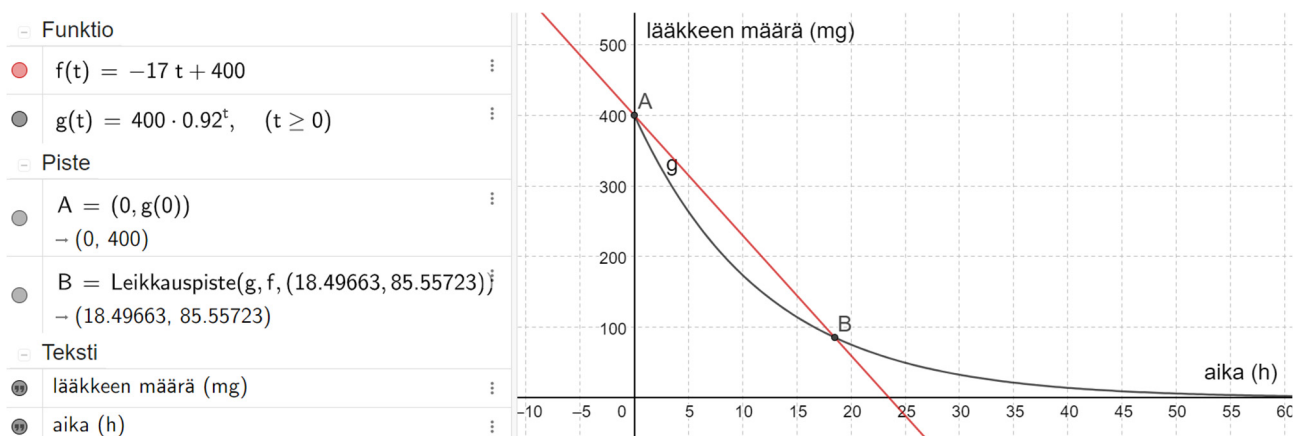


Suoran kulmakerroin on $-30,72$, joten lääkemäärän keskimääräinen muutosnopeus on $-30,7$ mg/h.

Lääkkeen määrä vähenee siis $30,7$ mg tunnissa.

b) Muodostetaan ensin suora, joka leikkaa y-akselin kohdassa $y = 400$ ja jonka kulmakerroin on -17 . Suoran yhtälö on $y = -17x + 400$.

Piirretään suora ja määritetään sen leikkauspiste kuvaajan kanssa.



Leikkauspisteen B x-koordinaatti on $18,49 \dots \approx 18,5$.

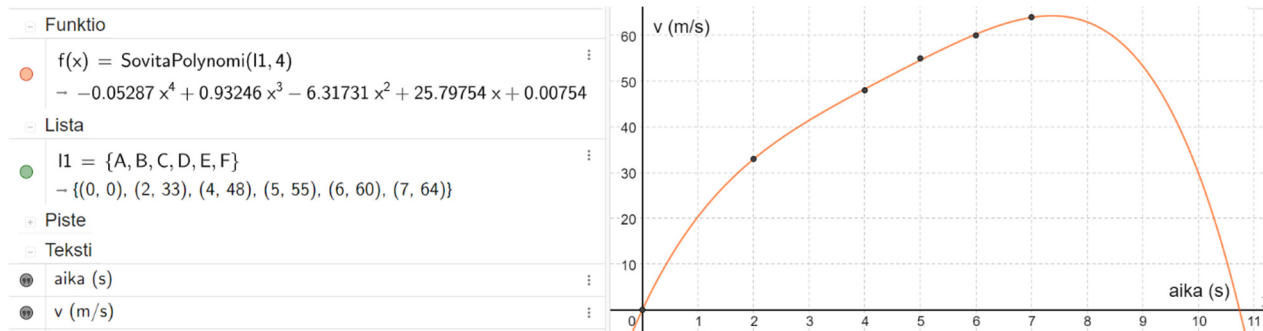
Näin ollen lääkemäärän keskimääräinen muutosnopeus on -17 mg/h välillä 0 h – $18,5$ h.

Vastaus a) $-30,7$ mg/h. Lääkkeen määrä vähenee $30,7$ mg tunnissa.
b) 0 h – $18,5$ h

4.20

a)

Kirjoitetaan ajan t ja auton nopeudet v taulukkoon ja luodaan pistelista. Kuvataan auton nopeuden riippuvuutta ajasta koordinaatistossa, joten vaaka-akselina on aika t ja pystyakselina nopeus v . Sovitetaan pistejoukkoon 4. asteen polynomi.



Malli on $v(t) \approx -0,05t^4 + 0,93t^3 - 6,32t^2 + 25,80t + 0,01$.

b) Lasketaan mallin avulla funktion arvot välin $[2,5; 5,5]$ päätepisteissä.

$$v(t) = -0,05t^4 + 0,93t^3 - 6,32t^2 + 25,80t + 0,01$$

Tallenna mallin lauseke laskimen muistiin.

$$v(2,5) = 37,588 \dots \approx 37,59 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$v(5,5) = 59,705 \dots \approx 59,71 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

Saadaan pisteet $(2,5; 37,59)$ ja $(5,5; 59,71)$. Keskimääräinen muutosnopeus on pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{59,705 \dots - 37,588 \dots}{5,5 - 2,5} = 7,372 \dots \approx 7,37 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

Nopeuden muutos on kiihtyvyys.

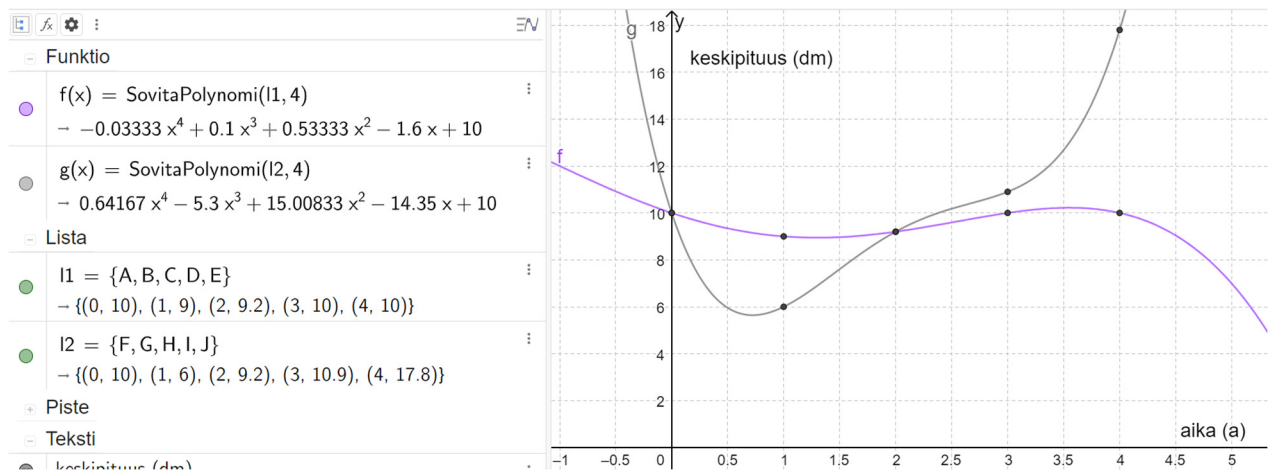
Vastaus a) $v(t) = -0,05t^4 + 0,93t^3 - 6,32t^2 + 25,80t + 0,01$

b) $7,37 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$. Suure on kiihtyvyys.

4.21

a) Kirjoitetaan ajan t ja puiden pituudet p taulukkoon ja luodaan pistelistat molemmista puista. Kuvataan pituuksien riippuvuutta ajasta koordinaatistossa, joten vaaka-akselina on aika t ja pystyakselina pituus p . Sovitetaan pistejoukkoihin 4. asteen polynomit.

	B	C	D	E	F	G	H
1	t (a)		0	1	2	3	4
2	p (havu) (dm)	10	9	9.2	10	10	
3							
4	t (a)		0	1	2	3	4
5	p (lehti) (dm)	10	6	9.2	10.9	17.8	



Havupuuta kuvaa malli $p_h(x) \approx -0,03x^4 + 0,10x^3 + 0,53x^2 - 1,60x + 10$ (dm), missä x on kulunut aika vuosina.

Lehtipuuta kuvaa malli $p_l(x) \approx 0,64x^4 - 5,30x^3 + 15,01x^2 - 14,35x + 10$ (dm), missä x on kulunut aika vuosina.

b) Lasketaan mallien mukaan funktioiden arvot välin $[2; 3,5]$ päätepisteissä.

$$p_h(2) = 9,24 \text{ (dm)}$$

$$p_l(2) = 9,18 \text{ (dm)}$$

$$p_h(3,5) = 10,678 \dots \text{ (dm)}$$

$$p_l(3,5) = 12,45 \text{ (dm)}$$

Pituuksien keskimääräinen muutosnopeus on välin päätepisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k_{\text{havu}} = \frac{10,678 \dots - 9,24}{3,5 - 2} = 0,958 \dots \approx 1,0 \left(\frac{\text{dm}}{\text{a}} \right), \quad k_{\text{lehti}} = \frac{12,45 - 9,18}{3,5 - 2} = 2,18 \approx 2,2 \left(\frac{\text{dm}}{\text{a}} \right)$$

Havaitaan, että lehtipuutaimikko kasvaa nopeammin kuin havupuutaimikko taimikon hoidon jälkeen.

Vastaus a) $p_h(x) \approx -0,03x^4 + 0,10x^3 + 0,53x^2 - 1,60x + 10$
 $p_l(x) \approx 0,64x^4 - 5,30x^3 + 15,01x^2 - 14,35x + 10$

b) havupuu 1,0 dm/a ja lehtipuu 2,2 dm/a. Lehtipuutaimikko kasvaa hoidon jälkeen nopeammin pituutta kuin havupuutaimikko.