

luen. Olkoon $f(x, y)$ derivoituneen tr. $f'_x(x, y)$ ja $f'_y(x, y)$ olet olemassa. (a, b) on f :n kriittinen piste
 $\Leftrightarrow f'_x(a, b) = f'_y(a, b) = 0$

luen. Kriittinen piste vastaa 1 muuttujan funktion derivoitua 0-pistettä. Kriittinen piste voi olla
 1° ääriarvopiste (minimi- tai maksimipiste)
 2° satulapiste (vastaa teräspistettä)

15.4 a) $f(x, y) = x^3 - y^2 - 3x + 2$

$$\begin{cases} f'_x(x, y) = 3x^2 - 3 = 0 & \Leftrightarrow x^2 = 1 \quad | \sqrt{\quad} \quad \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ f'_y(x, y) = -2y = 0 & \Leftrightarrow y = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ kriittiset pisteet: $(-1, 0)$ ja $(1, 0)$

b) $(-1, 0)$ maksimipiste, $(1, 0)$ satulapiste

15.7 $f(x, y) = 450 - \frac{x^2}{1200} - \frac{y^2}{1500}$

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{1}{1200} \cdot 2x = -\frac{x}{600} \Rightarrow f'_x(400, 200) = -\frac{400}{600} = -\frac{2}{3} \\ f'_y(x, y) &= -\frac{1}{1500} \cdot 2y = -\frac{y}{750} \Rightarrow f'_y(400, 200) = -\frac{200}{750} = -\frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$-\frac{2}{3} < -\frac{4}{15} \Rightarrow \underline{x\text{- akseliin suuntaan}}$$

16. Tasa-arvoajärgäl

16.2 $f(x, y) = \frac{6}{2x+y}$

a) $2x+y \neq 0 \Leftrightarrow y \neq -2x$

b) $L_3: f(x, y) = \frac{6}{2x+y} = 3 \quad | \cdot \frac{2x+y}{3} \quad \Leftrightarrow \frac{6}{3} = 2x+y$
 $\Leftrightarrow y = -2x+2$

yleisesti Funktion $f(x, y)$ tasa-arvoajärgäl L_c
 $(x, y) \in L_c \Leftrightarrow f(x, y) = c$

16.8 $f(x, y) = 5 - \underbrace{(x+7)^2}_{\geq 0} - \underbrace{y^2}_{\geq 0}$

a) suurin arvo: $5 - 0^2 - 0^2 = 5$

b) suurin arvo saadaan kohdassa
 $(x, y) = (-7, 0)$