

Raija Lindroos-Heinänen

Kirsi Talvitie

Outi Vähä-Vahe

Laskutaito

TULOSKIRJA

WSOYpro Oy

Helsinki

YHTEYSTIEDOT

Tilaukset

WSOY Kirjakeskus
Porvoon asiakaspalvelu
puh. (09) 6168 3820
faksi (019) 580 236
sähköposti: wsoy-tilaukset@wsoy.fi

Tiedustelut

WSOYpro Oy, Helsinki
puh. 0203 91000
faksi (09) 6168 3622
sähköposti: palvelulinja@wsoy.fi

www.wsoypro.fi

Kustantaja: WSOYpro Oy
2., uudistettu painos, 2010

ISBN 978-951-0-34864-2

Toimitus: Ville Sipiläinen
Ulkoasu: Tuula Backström
Taitto: Tmi Eija Högman
Kuvitus: Kaisa-Liisa Lavonen

© Raija Lindroos-Heinänen, Kirsi Talvitie, Outi Vähä-Vahe ja WSOYpro Oy 2010

Kopiointiehdot

Tämä teos on vastauskirja. Teos on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).
Teosta ei saa valokopioida lainkaan. Myös teoksen tai sen osan
digitaalinen muuntelu on ehdottomasti kielletty.
Lisätietoja antaa Kopiosto ry www.kopiosto.fi.

54 Kertausta: Polynomien yhteen- ja vähennyslaskua 118

527. a) $3x + 7 + (x + 4) = 4x + 11$
b) $3x + 7 - (x + 4) = 2x + 3$

528. a) $x^2 + 1 - (5x^2 - 4) = -4x^2 + 5$
b) $-4 \cdot 5^2 + 5 = -95$

529. a) $7x^2 - 3x$ O
b) $7x^3 - 3x$ R
c) $7x + 7$ N
d) $7x^2 + 3$ I
e) $6x^2 - 4x$ T
f) $7x^2 - 3x$ O
g) $6x + 4$ L
h) $7x^2 - 3x$ O
i) $10x - 4$ G
j) $7x^2 + 3$ I

Muodostuu sana ORNITOLOGI.

530.

$10x^2 + 8$	$2x^2 - 1$	x^2	$-x^2 + 3$
$8x^2 + 9$	$x^2 - 1$	$2x^2 - 3$	
$7x^2 + 10$	$-x^2 + 2$		
$8x^2 + 8$			

531. a) $9x^2 - x - 7 + (10x^2 - x + 7) = 19x^2 - 2x$
b) $9x^2 - x - 7 - (10x^2 - x + 7) = -x^2 - 14$

532. a) $2x + 1; -5$ b) $30x^2 - 7x; 291$
c) $20x + 20; -40$

533. a) $-x^3 - 8 + (4x^3 - 9) = 3x^3 - 17; -20$
b) $-2x^2 + 11 - (-2x^2) = 11; 11$
c) $8x^4 - 2x - (x^4 - 11x - 2) = 7x^4 + 9x + 2; 0$

534. a) $9x - 6$ b) $7x^2 + 10x + 8$
c) $6x^2 - x + 2$

535. a) $3x^2$ ja $4x^2$
b) $-2x^3 + 7$ ja $-3x^3 + 1$
c) $-3x^4 + x^3 - x^2$ ja $-x^3 + 2x^2 - 10$

55 Kertausta: Polynomien kerto- ja jakolaskua 120

536. a) x^2 b) x^5 c) $8x^7$
d) $-3x^9$ e) $24x^4$ f) $-36x^{14}$

537. a) $6x - 10$ b) $-9x - 27$

538. a) $-5x^2 + 30x$ b) $-8x^2 + 36x$

539. a) $x^2 - 1$ b) $x^2 + 4x + 4$

540. a) $6x$ b) $4x^3$

541. a) $2x - 3$ R
b) $9x + 4$ E
c) $9x + 5$ S
d) $x + 3$ T
e) $x - 2$ O
f) $5x + 1$ N
g) $x - 2$ O
h) $4x - 2$ M
i) $4x + 3$ I

Muodostuu sana RESTONOMI.

542. a) $12x^2$ b) $3x^2 + 2$

543. a) $7x^3(6x^2 - 9x) = 42x^5 - 63x^4$
b) $-x(-2x^4 + 8x^3) = 2x^5 - 8x^4$
c) $(x + 9)(x - 9) = x^2 - 81$
d) $(x - 4)(4x + 5) = 4x^2 - 11x - 20$

544. a) $\frac{-25x + 100}{5} = -5x + 20$

- b) $\frac{56x^2 - 24x}{8x} = 7x - 3$

545. a) 10 b) $13x - 28$

546. a) $30x - 27; 63$ b) $20x^2 - 35x; 75$
c) $-x - 10; -13$

547. a) $6x^2$ b) $9x^2 - 11x$
c) $-3x^2 + 1$ d) $12x$

548. a) $-x^2 + 10$ b) $-28x^2$
c) $10x + 1$ d) $-14x^3$

549. a) yhtälön vasen puoli: $7 + 3 = 10$, yhtälön oikea puoli: 10 , $x = 7$ on yhtälön ratkaisu
 b) yhtälön vasen puoli: $8 \cdot 7 + 5 = 61$, yhtälön oikea puoli: $9 \cdot 7 - 1 = 62$, $x = 7$ ei ole yhtälön ratkaisu
 c) yhtälön vasen puoli: $6 \cdot 7 - 3 = 39$, yhtälön oikea puoli: $4 \cdot 7 + 11 = 39$, $x = 7$ on yhtälön ratkaisu

550. a) $x = 9$	P
b) $x = 21$	R
c) $x = -10$	O
d) $x = 0$	V
e) $x = 12$	I
f) $x = -5$	I
g) $x = -40$	S
h) $x = -10$	O
i) $x = 21$	R
j) $x = 12$	I

Muodostuu sana PROVIISORI.

551. a) $x + 3 = 12$, $x = 9$
 b) $x - 7 = 4$, $x = 11$
552. a) $x = 7$
 b) yhtälöllä ei ole ratkaisua
 c) ratkaisuja ovat kaikki muuttujan x arvot
 d) $x = 0$
553. a) yhtälön vasen puoli: $3 \cdot (-8) - 7 = -31$, yhtälön oikea puoli: $23 - (-8) = 31$, $x = -8$ ei ole yhtälön ratkaisu
 b) yhtälön vasen puoli: $-(-8)^2 - 4 \cdot (-8) = -32$, yhtälön oikea puoli: -32 , $x = -8$ on yhtälön ratkaisu
 c) yhtälön vasen puoli: $(-8)^2 - 5 = 59$, yhtälön oikea puoli: $-9 \cdot (-8) - 13 = 59$, $x = -8$ on yhtälön ratkaisu
554. a) $x = 5$ b) $x = -16$
 c) $x = 7$ d) $x = -13$
555. a) yhtälöllä ei ole ratkaisua
 b) $x = 3$
 c) ratkaisuja ovat kaikki muuttujan x arvot
 d) $x = -7$
556. a) $x - 3 = 3x$, $x = -1\frac{1}{2}$
 b) $x + 5 = 4 - x$, $x = -\frac{1}{2}$

557. $4(x + 1) = 5x$, $x = 4$

Kuvion A sivujen pituudet ovat 5 pituusyksikköä ja kuvion B sivujen pituudet ovat 4 pituusyksikköä.

558. $2(2x + 3) + 2(x + 5) = 4(2x + 1)$, $x = 6$

Kuvion A leveys on 15 ja korkeus 11 pituusyksikköä. Kuvion B sivujen pituudet ovat 13 pituusyksikköä.

57 Yhtälöharjoittelua

124

559. a) $x = 11$ b) $x = 2$ c) $x = -5$ d) $x = 9$

560. a) $x = 45$ b) $x = 10$ c) $x = 6$ d) $x = 12$

561. a) $x = 15$	S
b) $x = 30$	T
c) $x = 10$	A
d) $x = 30$	T
e) $x = 5$	I
f) $x = 15$	S
g) $x = 30$	T
h) $x = 20$	I

Muodostuu sana STATISTI.

562. a) $\frac{x}{5} = 3$, $x = 15$

b) $\frac{x}{3} + 2 = 5$, $x = 9$

c) $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 1$, $x = 12$

563. a) $4(x - 6) = 8$, $x = 8$

b) $\frac{x + 3}{2} = 13$, $x = 23$

c) $\frac{x - 7}{3} = x$, $x = -3\frac{1}{2}$

564. a) yhtälöllä ei ole ratkaisua

b) $x = \frac{1}{2}$

c) ratkaisuja ovat kaikki muuttujan x arvot

d) $x = -14$

565. a) $x = 4$

b) $x = 7$

c) $x = 2$

d) $x = 3$

566. a) $x = 4$

b) $x = 18$

c) $x = -10$

567. Jonna: $\frac{x+9}{5} = 15, x = 66$

Satu: $\frac{x+9}{5} = 0, x = -9$

Kaija: $\frac{x+9}{5} = -10, x = -59$

Jonna ajatteli lukua 66, Satu lukua -9 ja Kaija lukua -59.

58 Yhtälöiden sovelluksia

126

568. 12 m ja 33 m

569. 8 m ja 15 m

570. 9 m ja 12 m

571. Ryhmässä A on 11 oppilasta ja ryhmässä B on 8 oppilasta.

572. Aamupalaryhmässä on 5 oppilasta, lounasryhmässä 6 oppilasta ja päivällisryhmässä 8 oppilasta.

573. 18 kalaa

574. 120 sivua

575. Lealla oli 11, Helillä 16, Kaarinalla 22 ja Tertulla 17 korttia.

576. Kanervalla oli 15 € ja Lauralla 13 €.

577. Markku kulutti 4,00 € ja Jaakko 2,00 €.

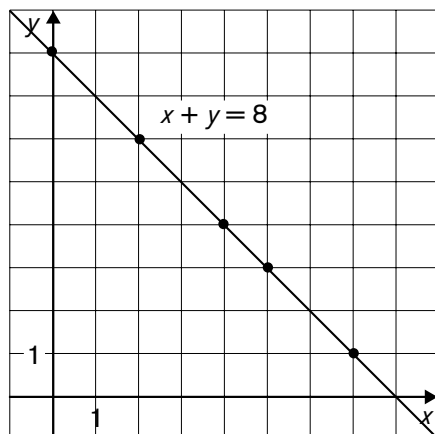
59 Kahden muuttujan yhtälö

128

578. a) toteuttaa b) ei toteuta
c) toteuttaa d) ei toteuta

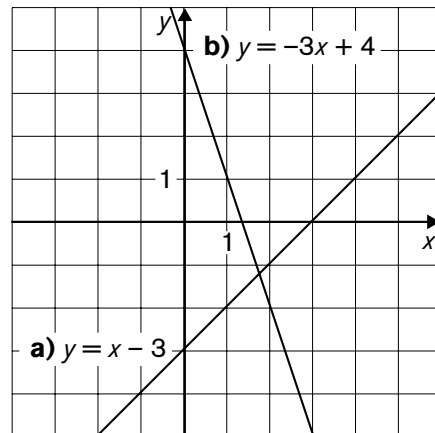
579. Muodostuu sana GRIP.

580. a), b)



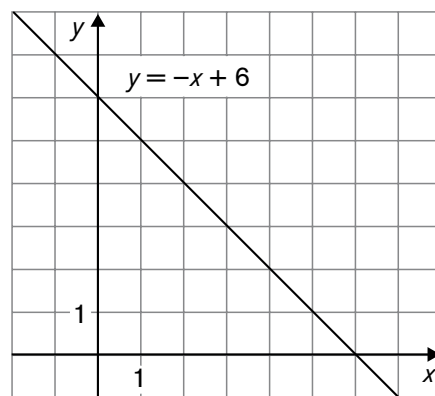
581. a) esim. (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2) ja (4, 1)
b) esim. (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1) ja (1, 0)
c) (3, 2)

582. a) $y = x - 3$ b) $y = -3x + 4$

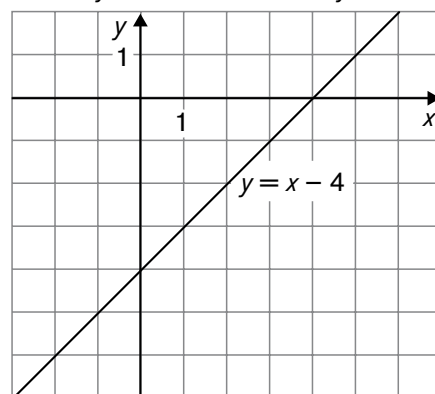


583. a) $y = -x + 4$ b) $y = 3x + 2$

584. a) $x + y = 6$ b) $y = -x + 6$

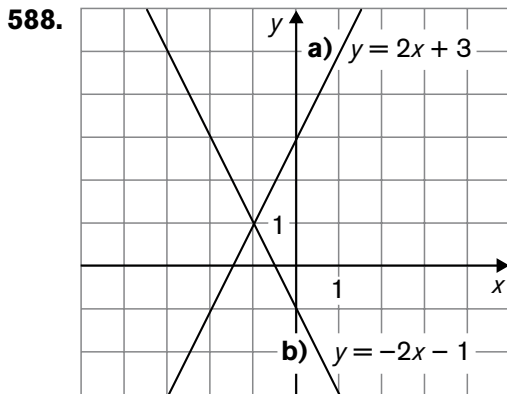


585. a) $x - y = 4$ b) $y = x - 4$



586. a) esim. (3, 8), (4, 9) ja (5, 10)
b) esim. (3, 5), (4, 7) ja (5, 9)
c) (6, 11)

587. a) esim. $(0, -9)$, $(1, -13)$ ja $(-1, -5)$
 b) esim. $(0, 3)$, $(1, 5)$ ja $(-1, 1)$
 c) $(-2, -1)$



589. $A = 0$, $B = 5$, $C = 8$ ja $D = 2$

Kuva-arvoituksen ratkaisu on lukupari $(5, 12)$.

60 Yhtälöpari

130

590. a) $x = 2$ ja $y = -3$ b) $x = -2$ ja $y = 1$
 591. a) on b) ei ole
 592. a) on b) ei ole

593. a) $\begin{cases} y = 2,5x + 3 \\ y = -0,5x + 3 \end{cases}$
 b) $\begin{cases} y = -0,5x + 3 \\ y = 0,5x - 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 2,5x + 3 \\ y = 0,5x - 1 \end{cases}$

594. a) ei ole b) on

595. a)

yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$-x + y = -10$	$-4 - 6 = -10$	-10
$x + 2y = -10$	$4 + 2 \cdot (-6) = -8$	-10

Ylempi yhtälö toteutuu, mutta alempi ei.

Lukupari ei ole yhtälöparin ratkaisu.

- b)

yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$2x - y = 14$	$2 \cdot 4 - (-6) = 14$	14
$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0$	$\frac{4}{2} + \frac{-6}{3} = 0$	0

Molemmat yhtälöt toteutuvat. Lukupari on yhtälöparin ratkaisu.

596. a) $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$

- b) $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$, $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -3x - 5 \end{cases}$ ja
 $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x - 5 \end{cases}$

597. Yhtälöparin suorien kulmakertoimet ovat samat, joten suorat ovat yhdensuuntaiset. Suorat eivät leikkaa toisiaan, eikä yhtälöparilla ole ratkaisua.

598. a)

yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$y = -3x$	3	$-3 \cdot (-1) = 3$
$y = -x + 2$	3	$-(-1) + 2 = 3$

Molemmat yhtälöt toteutuvat, joten molemmat suorat kulkevat pisteen $(-1, 3)$ kautta.

- b)

yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$y = -3x + 6$	-3	$-3 \cdot 3 + 6 = -3$
$y = x - 6$	-3	$3 - 6 = -3$

Molemmat yhtälöt toteutuvat, joten molemmat suorat kulkevat pisteen $(3, -3)$ kautta.

599. a) $\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 5 \end{cases}$,

$x = 9$ ja $y = 4$, luvut ovat 9 ja 4

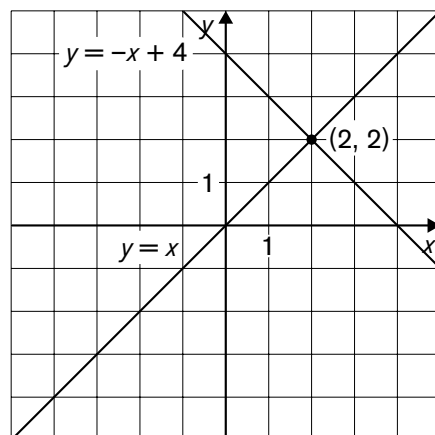
- b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$,

$x = 2$ ja $y = 0$, luvut ovat 2 ja 0

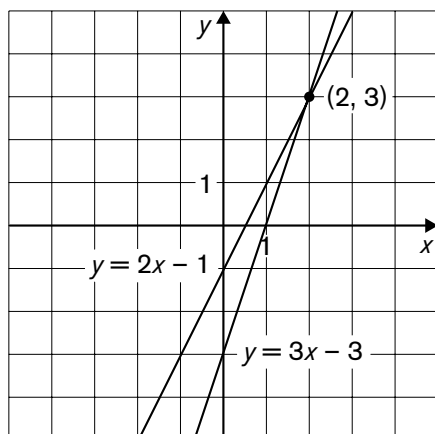
61 Yhtälöparin ratkaiseminen graafisesti

132

600. a) $x = 2$ ja $y = 2$



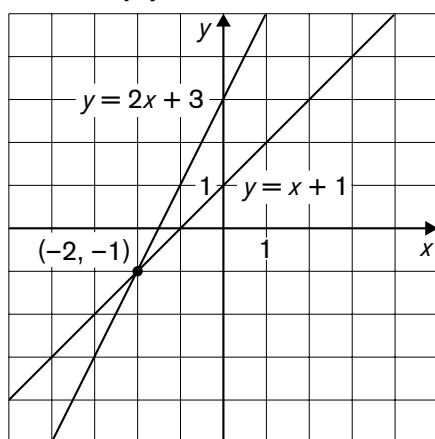
b) $x = 2$ ja $y = 3$



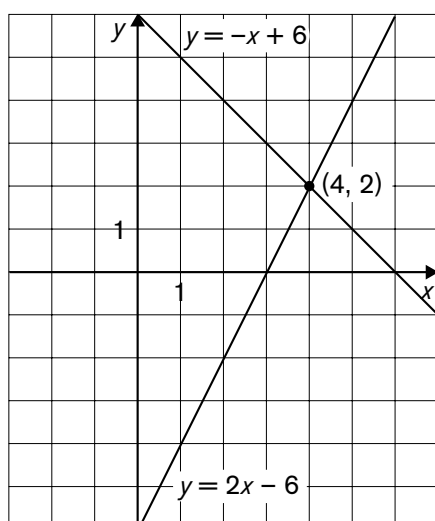
601. a) ei yhtään, suorat ovat yhdensuuntaiset

b) yksi, $x = 1$ ja $y = 2$

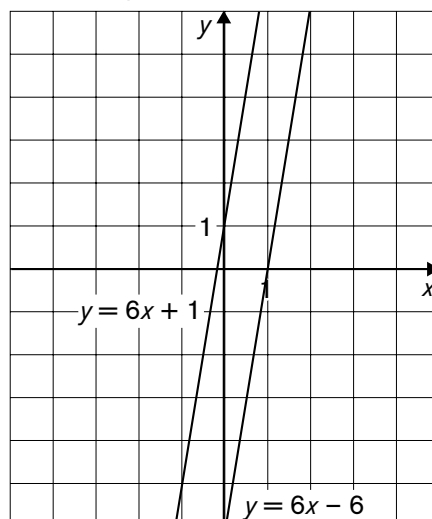
602. a) $x = -2$ ja $y = -1$



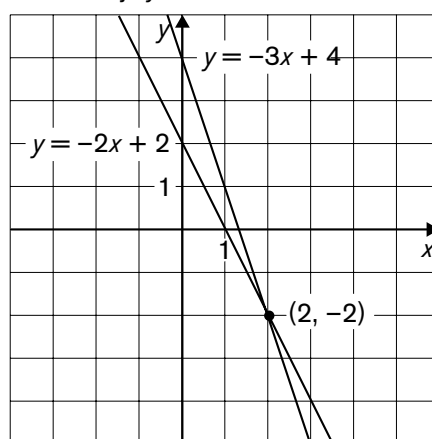
b) $x = 4$ ja $y = 2$



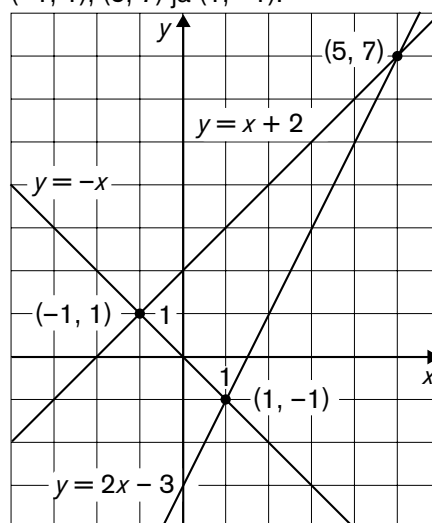
603. a) Yhtälöparilla ei ole ratkaisua.



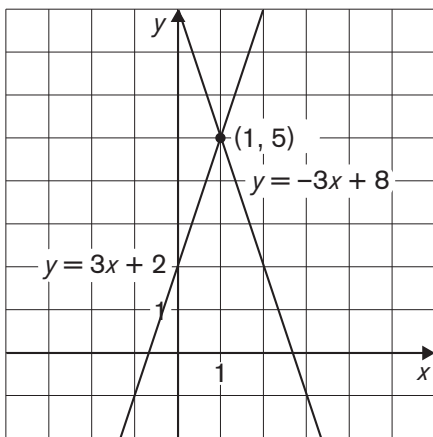
b) $x = 2$ ja $y = -2$



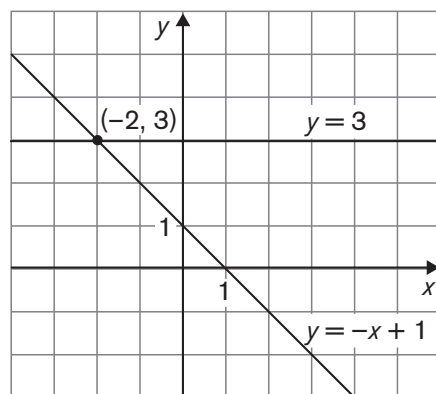
604. Kolmion kärkipisteet ovat $(-1, 1)$, $(5, 7)$ ja $(1, -1)$.



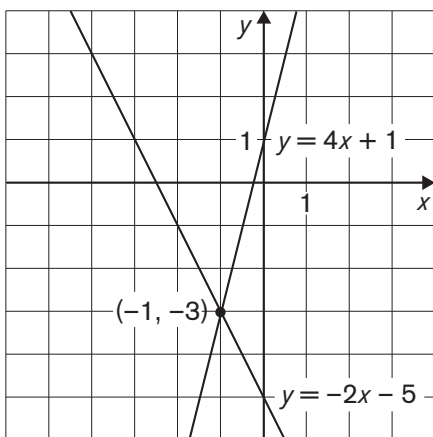
605. a) $x = 1$ ja $y = 5$



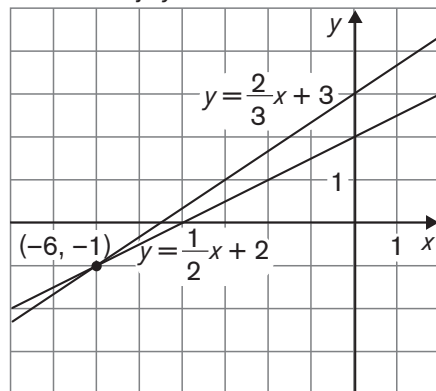
b) $x = -2$ ja $y = 3$



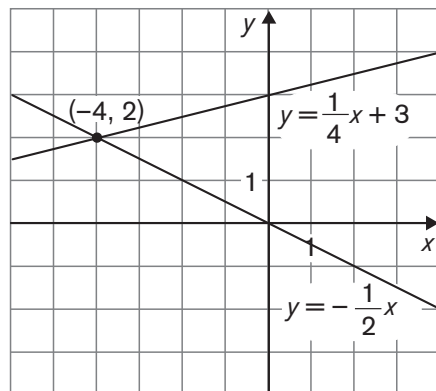
b) $x = -1$ ja $y = -3$



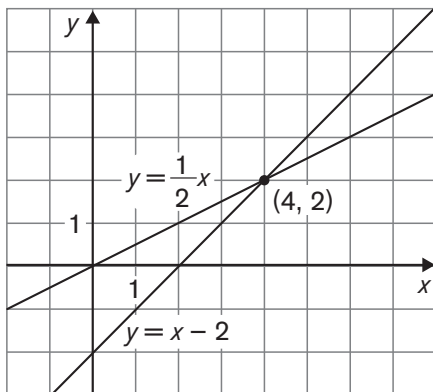
607. a) $x = -6$ ja $y = -1$



b) $x = -4$ ja $y = 2$



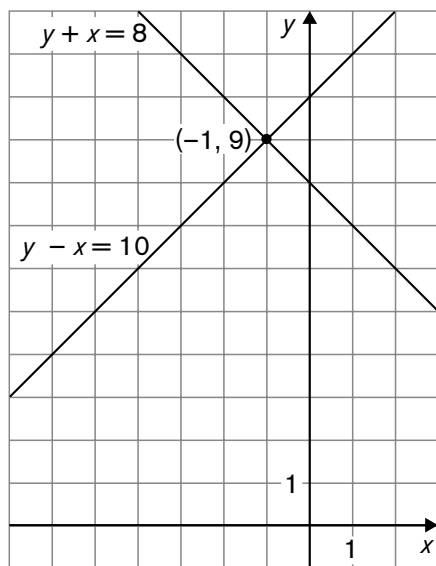
606. a) $x = 4$ ja $y = 2$



608. Muodostuu yhtälöpari

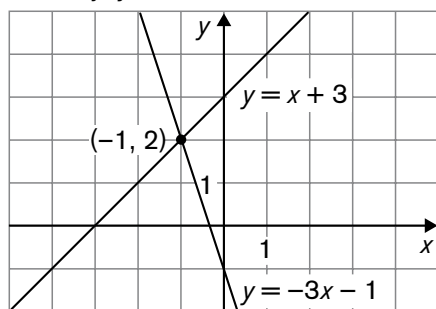
$$\begin{cases} y + x = 8 \\ y - x = 10 \end{cases}, \text{ jonka ratkaisu on}$$

$x = -1$ ja $y = 9$.



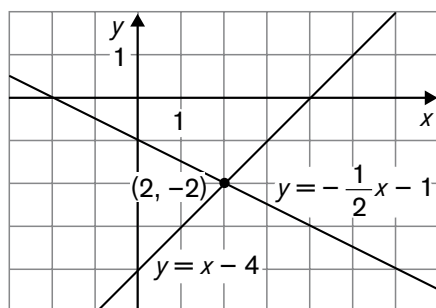
609. a) $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$

$x = -1$ ja $y = 2$

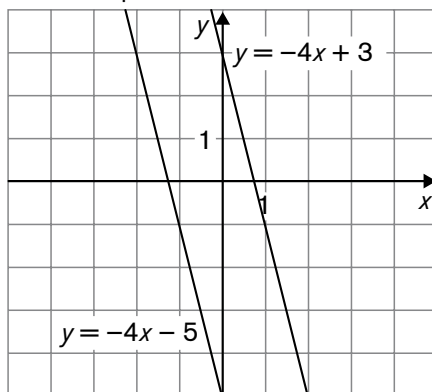


b) $\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

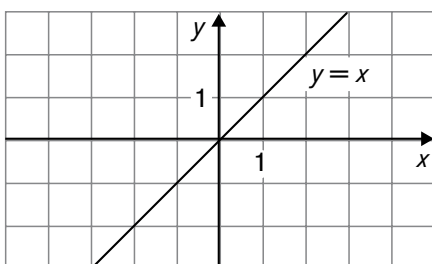
$x = 2$ ja $y = -2$



610. a) Yhtälöparilla ei ole ratkaisua.



b) Yhtälöparin ratkaisuna ovat kaikki suoran $y = x$ pisteet.



611. a) $s: y = -\frac{1}{2}x + 4$, $r: y = -3x - 1$ ja $t: y = 2x - 6$

b) piste A: $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 4 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$

piste B: $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 4 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$

piste C: $\begin{cases} y = 2x - 6 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$

62 Sijoitusmenetelmä

134

612. a) $2x - 1 = x + 2$

b) $x = 3$

c) $y = 3 + 2 = 5$

d) $x = 3$ ja $y = 5$

613. a) $x = 1$ ja $y = 2$

b) $x = 3$ ja $y = 13$

614. a) $x = -2$ ja $y = 3$

b) $x = 2$ ja $y = 3$

615. a) $x = -2$ ja $y = 4$

b) $x = 3$ ja $y = -7$

616. a) $x = 4$ ja $y = 3$

b) $x = -5$ ja $y = 9$

617. a) $x = 2$ ja $y = 0$

b) $x = -3$ ja $y = -6$

618. $\begin{cases} y = 4x - 8 \\ y = -2x + 10 \end{cases}, x = 3 \text{ ja } y = 4$

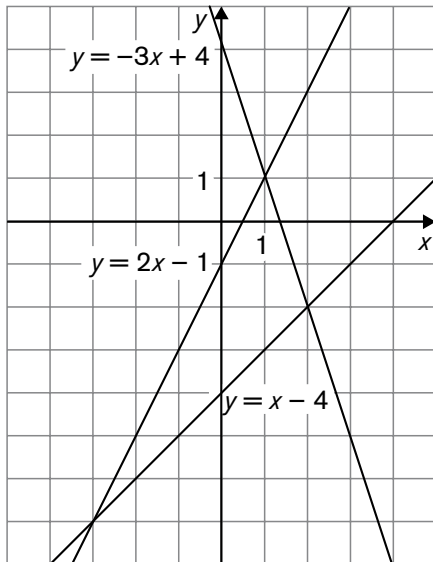
619. a) $\blacktriangledown = 8$ ja $\bullet = 2$
 b) $\blacktriangledown = 2$ ja $\bullet = 5$
 c) $\blacktriangledown = 7$ ja $\bullet = 2$

620. a) $x = 11$ ja $y = -5$ b) $x = 2$ ja $y = 0$

621. a) $x = -6$ ja $y = -7$ b) $x = -4$ ja $y = 1$

622. a) $x = 3$ ja $y = -5$ b) $x = -5$ ja $y = -2$

623. Yhtälöparin $\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -3x + 4 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 2$
 ja $y = -2$, yhtälöparin $\begin{cases} y = x - 4 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ ratkaisu on
 $x = -3$ ja $y = -7$ ja yhtälöparin $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -3x + 4 \end{cases}$
 ratkaisu on $x = 1$ ja $y = 1$.



Kuva-arvoituksen ratkaisu: lukuja 329 ja 658

63 Sijoitusmenetelmän harjoittelua 136

624. a) $x = 2$ ja $y = 3$ b) $x = 5$ ja $y = 4$

625. a) $x = 3$ ja $y = 5$ b) $x = -13$ ja $y = 31$

626. a) $\begin{cases} x + y = 15 \\ y = x + 3 \end{cases}$

b) a-kohdan yhtälöparin ratkaisu on $x = 6$ ja $y = 9$. Emma osti 6 vihreää ja 9 punaista omenaa.

627. a) $x = 9$ ja $y = 25$ b) $x = 5$ ja $y = -7$

628. a) $x = -2$ ja $y = -2$ b) $x = -3$ ja $y = 7$

629. a) $\begin{cases} y = x + 30 \\ x + y = 120 \end{cases}$

b) a-kohdan yhtälöparin ratkaisu on $x = 45$ ja $y = 75$. Takki maksoi 75 € ja housut 45 €.

630. a) $x = 10$ ja $y = 13$ b) $x = 2$ ja $y = 6$

631. a) $x = \frac{3}{4}$ ja $y = \frac{1}{2}$

b) $x = \frac{5}{7}$ ja $y = -\frac{2}{7}$

632. a) $x = 8$ ja $y = 1$ b) $x = 6$ ja $y = 5$

633. Merkitään Jaanan ikää muuttujalla x ja Helin ikää muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$\begin{cases} y = x + 8 \\ y + 3 = 2(x + 3) \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 5$

ja $y = 13$. Heli on 13 v. ja Jaana 5 v.

634. Merkitään Sepon ikää muuttujalla x ja Eskon ikää muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$\begin{cases} y = x - 9 \\ x + 1 = 4(y + 1) \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 11$

ja $y = 2$. Esko on 2 v. ja Seppo 11 v.

635. Lars-Erik tarvitsee 4 kappaletta 65 sentin merkkejä ja 14 kappaletta 80 sentin merkkejä.

64 Yhteenlaskumenetelmä

138

636. a) $6x = 30$

b) $x = 5$

c) $10 + 5y = 25, y = 3$

d) $x = 5$ ja $y = 3$

637. a) $x = 7$ ja $y = 2$ b) $x = 9$ ja $y = 1$

638. $\begin{cases} x + y = 77 \\ x - y = 11 \end{cases}, x = 44 \text{ ja } y = 33$

639. $\begin{cases} x + y = -84 \\ x - y = 48 \end{cases}, x = -18 \text{ ja } y = -66,$

luvut ovat -18 ja -66

640. a) $x = 5$ ja $y = 7$ b) $x = 9$ ja $y = 4$

641. a) $x = 9$ ja $y = 20$ b) $x = -4$ ja $y = 6$

642. a) 3 tuntia

b) Kasper ansaitsi 18 € ja Juha 56 €.

- 643.** Merkitään henkilöautojen lukumäärää muuttujalla x ja mopojen muuttujalla y .

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} x + y = 39 \\ 4x + 2y = 124 \end{cases},$$

jonka ratkaisu on $x = 23$ ja $y = 16$.

Koulun pihalla on 23 henkilöautoa ja 16 mopoa.

- 644. a)** $x = -4$ ja $y = 6$ **b)** $x = 10$ ja $y = 12$

- 645. a)** $x = -6$ ja $y = 9$ **b)** $x = -1$ ja $y = 3$

- 646. a)** $x = 1$ ja $y = 2$ **b)** $x = 3$ ja $y = -9$

- 647.** Merkitään muuttujalla x pöytien lukumäärää ja muuttujalla y oppilaiden lukumäärää.

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} y - 8x = 10 \\ y - 9x = -6 \end{cases}, \text{ jonka}$$

ratkaisu on $x = 16$ ja $y = 138$.

Ruokasalissa on 16 pöytää ja koulussa on 138 oppilasta.

- 648.** Merkitään muuttujalla x oppilaiden lukumäärää ja muuttujalla y värikynien lukumäärää.

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} y = 7x - 14 \\ y = 6x + 7 \end{cases}, \text{ jonka}$$

ratkaisu on $x = 21$ ja $y = 133$. Opettajalla on 133 värikynää ja luokassa on 21 oppilasta.

65 Yhteenlaskumenetelmän harjoittelua

140

- 649. a)** $x = 11$ ja $y = -6$ **b)** $x = -3$ ja $y = 3$

- 650. a)** $x = 4$ ja $y = 2$ **b)** $x = -17$ ja $y = 15$

- 651. a)** $x = 8$ ja $y = -7$ **b)** $x = -3$ ja $y = -7$

- 652. a)** $x = 7$ ja $y = -4$ **b)** $x = 7$ ja $y = 2$

- 653.** Merkitään Jennin rahamäärää muuttujalla x ja Hannan muuttujalla y .

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} x + y = 60 \\ x - y = 20 \end{cases}, \text{ jonka}$$

ratkaisu on $x = 40$ ja $y = 20$. Jennillä on 40 € ja Hannalla 20 €.

- 654.** Merkitään Samin rahamäärää muuttujalla x ja Laurin muuttujalla y .

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} x + y = 57 \\ x - y = 13 \end{cases}, \text{ jonka}$$

ratkaisu on $x = 35$ ja $y = 22$. Laurilla on 22 € ja Samilla 35 €.

- 655.** Merkitään muuttujalla x viiden euron setelien lukumäärää ja muuttujalla y kymmenen euron setelien lukumäärää. Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 5x + 10y = 140 \end{cases}, \text{ jonka ratkaisu on } x = 10$$

ja $y = 9$. Pekka sai 10 kappaletta viiden euron seteleitä ja 9 kappaletta kymmenen euron seteleitä.

- 656. a)** $x = -2$ ja $y = -4$ **b)** $x = 8$ ja $y = -15$

- 657. a)** $x = 2$ ja $y = 7$ **b)** $x = -3$ ja $y = 6$

- 658. a)** $x = 5$ ja $y = -5$ **b)** $x = 4$ ja $y = 1$

- 659.** Merkitään muuttujalla x yhden euron kolikoiden lukumäärää ja muuttujalla y kahden euron kolikoiden lukumäärää.

$$\text{Saadaan yhtälöpari } \begin{cases} x + y = 21 \\ x + 2y = 34 \end{cases}, \text{ jonka}$$

ratkaisu on $x = 8$ ja $y = 13$. Sinillä on

8 kappaletta yhden euron kolikoita ja 13 kappaletta kahden euron kolikoita.

- 660.** Isomman purkin litrahinta on 2,48 €/l ja pienemmän purkin 2,60 €/l.

66 Yhtälöparien harjoittelua

142

- 661.** Merkitään ensimmäistä lukua muuttujalla x ja toista lukua muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 20 \end{cases}, \text{ jonka ratkaisu on}$$

$x = 15$ ja $y = -5$. Luvut ovat 15 ja -5 .

- 662.** Merkitään tyttöjen lukumäärää muuttujalla x ja poikien muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 26 \\ y = x + 8 \end{cases}, \text{ jonka ratkaisu on}$$

$x = 9$ ja $y = 17$. Luokalla on 9 tyttöä.

- 663.** Merkitään tyttöjen lukumäärää muuttujalla x ja poikien muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 279 \\ y = x - 17 \end{cases}, \text{ jonka ratkaisu on}$$

$x = 148$ ja $y = 131$. Tyttöjä on 148 ja poikia 131.

- 664.** Merkitään hameen hintaa muuttujalla x ja housujen muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 13 \\ x + y = 51 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 19$ ja $y = 32$. Hame maksoi 19 € ja housut 32 €.
- 665.** Merkitään takin hintaa muuttujalla x ja puseron muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x - 82 \\ x + y = 136 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 109$ ja $y = 27$. Takki maksoi 109 € ja pusero 27 €.
- 666.** Merkitään kynän kappalehintaa muuttujalla x ja pyyhekumin muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} 5x + 2y = 6,50 \\ 2x + y = 2,70 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 1,1$ ja $y = 0,5$. Kynän kappalehintaa on 1,10 € ja pyyhekumin 0,50 €.
- 667.** Merkitään hanhien lukumäärää muuttujalla x ja lampaiden muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 33 \\ 2x + 4y = 100 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 16$ ja $y = 17$. Tilalla on 16 hanhea ja 17 lammasta.
- 668.** Merkitään kanojen lukumäärää muuttujalla x ja kaniinien muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 34 \\ 2x + 4y = 78 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 29$ ja $y = 5$. Tilalla on 29 kanaa ja 5 kaniinia.
- 669.** Merkitään Artun ikää muuttujalla x ja Sofian ikää muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 4 \\ y - 2 = 3(x - 2) \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 4$ ja $y = 8$. Sofia on nyt 8 v. ja Arttu on 4 v.
- 670.** Merkitään Tiinan ikää muuttujalla x ja Jennin ikää muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y - 1 = 5(x - 1) \\ y + 1 = 3(x + 1) \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 3$ ja $y = 11$. Jenni on nyt 11 v. ja Tiina on 3 v.
- 671.** Merkitään aikuistenlipun hintaa muuttujalla x ja lastenlipun hintaa muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} 2x + 3y = 34,50 \\ x + 2y = 19,00 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 12,00$ ja $y = 3,50$. Aikuistenlippu maksoi 12,00 € ja lastenlippu 3,50 €.

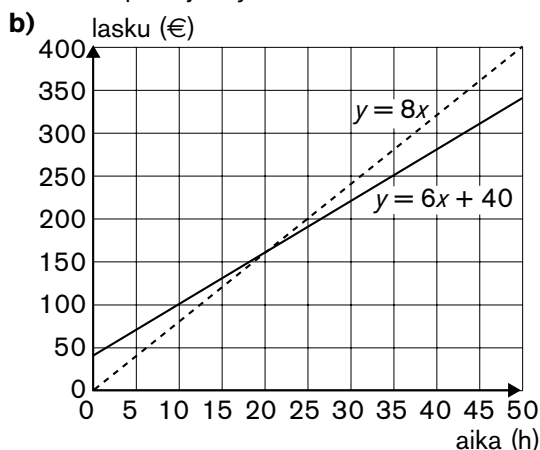
- 672.** Merkitään päärynöiden massaa kilogrammoina muuttujalla x ja omenoiden muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 4,0 \\ 2,90x + 2,40y = 10,50 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 1,8$ ja $y = 2,2$. Pauli osti 1,8 kg päärynöitä ja 2,2 kg omenoita.
- 673.** Merkitään 1,00 euron kappalehintaan myytyjen pullien lukumäärää muuttujalla x ja alennetulla hinnalla myytyjen pullien lukumäärää muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 300 \\ x + 0,6y = 270 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 225$ ja $y = 75$. Alennetulla hinnalla myytiin 75 pullaa.
- 674.** Merkitään pähkinöiden massaa kilogrammoina muuttujalla x ja rusinoiden muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 0,2 \\ 3x + 5y = 0,9 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 0,05$ ja $y = 0,15$. Pusseissa on 50 g pähkinöitä ja 150 g rusinoita.

67 Hintavertailua

144

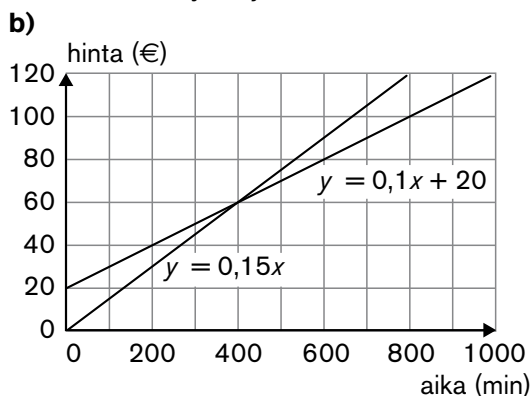
- 675. a)** Valosalama Oy:n tarjous on yhtä edullinen kuin Voimamyly Oy:n tarjous, kun sähkönkulutus on 600 kWh kuukaudessa.
- b)** Valosalama Oy:n tarjous on edullisempi kuin Voimamyly Oy:n tarjous, kun sähkönkulutus on alle 600 kWh kuukaudessa.
- c)** Valosalama Oy:n tarjous on kalliimpi kuin Voimamyly Oy:n tarjous, kun sähkönkulutus on yli 600 kWh kuukaudessa.
- 676.** Takalan perheelle Voimamyly Oy:n sähkölaskun suuruus tulisi olemaan 26 €/kk ja Valosalama Oy:n 25 €/kk. Valosalama Oy:n tarjous on Takalan perheelle yhden euron edullisempi.

- 677. a)** jäsenille: $y = 6x + 40$,
muille pelaajille: $y = 8x$



- c)** Pelaaminen tulisi maksamaan Ollille jäsenenä 175 € ja ilman jäsenyyttä 180 €. Jäsenenä Olli säästäisi vuokrissa.

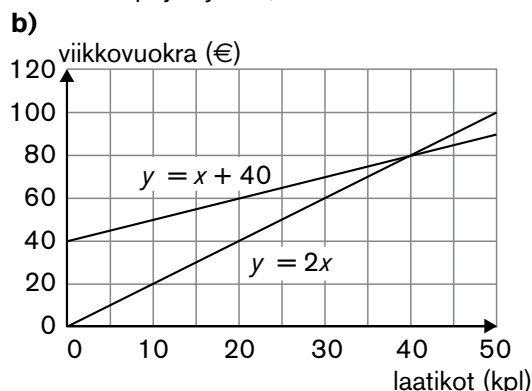
- 678. a)** Rupatellaan-liittymä: $y = 0,15x$,
Jutellaan-liittymä: $y = 0,10x + 20,00$



- c)** Rupatellaan-liittymä tulee maksamaan 15,00 € ja Jutellaan-liittymä 30,00 €. Rupatellaan-liittymä on edullisempi.
d) 400 minuuttia kuukaudessa

- 679. a)** Rupatellaan-liittymä tulee maksamaan Hilalle 45,00 € ja Jutellaan-liittymä 50,00 €. Rupatellaan-liittymä on 5,00 € edullisempi Hilalle.
b) Rupatellaan-liittymä tulee maksamaan Viljolle 67,50 € ja Jutellaan-liittymä 65,00 €. Jutellaan-liittymä on 2,50 € edullisempi Viljolle.

- 680. a)** M. Uutto: $y = 1,00x + 40,00$,
Muuttupojat: $y = 2,00x$



- c)** Muuttupojat on 10 euroa edullisempi.
d) 40 laatikkoa

68 Kertaustehtäviä

146

- 681. a)** $7x - 9 + (6x - 1)$
 $= 7x - 9 + 6x - 1 = 13x - 10$

- b)** $7x - 9 - (6x - 1)$
 $= 7x - 9 - 6x + 1 = x - 8$

- 682. a)** $6x + 5, 65$ **b)** $-x^2 + 5x - 11, -61$

- 683. a)** $63x^5$ **b)** $-30x^{10}$

- 684. a)** $48x - 54$ **b)** $2x^2 + 6x$
c) $x^2 + 2x - 3$ **d)** $x^2 - 8x + 16$

- 685. a)** $5x + 1$ **b)** $3x - 8$

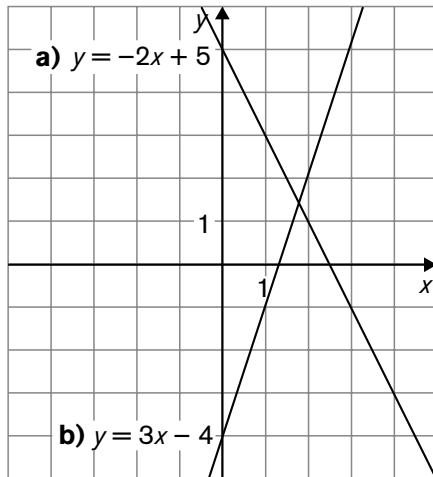
686. a)

$x = -7$	K
$x = -8$	A
$x = 7$	M
$x = 56$	R
$x = -2$	E
$x = -2$	E
$x = 56$	R
$x = 50$	I

Muodostuu sana KAMREERI.

- 687. a)** ei toteuta **b)** toteuttaa

688.



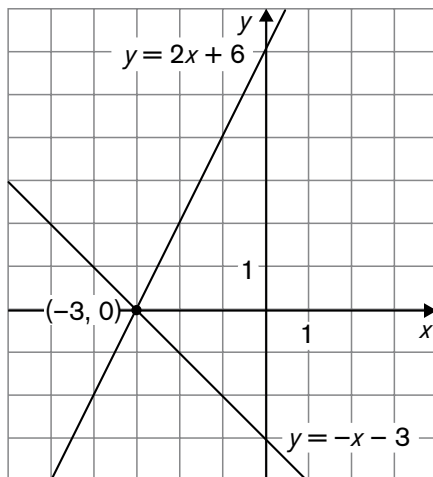
689. (4, -5)

yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$y = -x - 1$	-5	$-4 - 1 = -5$
$y = -2x + 3$	-5	$-2 \cdot 4 + 3 = -5$

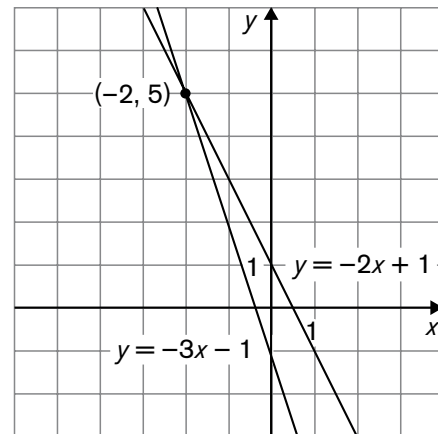
Molemmat yhtälöt toteutuvat. Lukupari on yhtälöparin ratkaisu.

690. a) ei ole b) on

691. a) $x = -3$ ja $y = 0$



b) $x = -2$ ja $y = 5$



692. a) $x = -3$ ja $y = -1$ b) $x = 4$ ja $y = 7$

693. a) $x = 7$ ja $y = -2$ b) $x = 9$ ja $y = 16$

694. Merkitään Arin sarjakuvalehtien lukumäärää muuttujalla x ja Karin muuttujalla y .
Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 9 \\ x + y = 33 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 12$ ja $y = 21$.
Karilla on 21 lehteä ja Arilla 12 lehteä.

695. a) $-x^3 + 6x + (-x^3 - 5x + 1) = -2x^3 + x + 1; 52$

b) $4x^2 - 6x - (5x^2 - 6x + 9) = -x^2 - 9; -18$

696. a) $-17x^2 + 14$ b) $15x^2$

697.

a)	$x = 8$	K
b)	$x = -6$	O
c)	$x = 10$	P
d)	$x = -7$	I
e)	$x = 1$	S
f)	$x = 5$	T
g)	$x = -7$	I

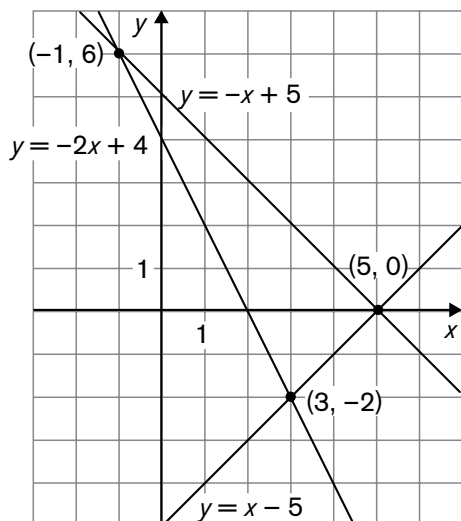
Muodostuu sana KOPISTI.

698. a) Yhtälö on identtisesti epätosi. Yhtälö ei toteudu millään muuttujan x arvolla.

b) Yhtälö on identtisesti tosi. Yhtälö toteutuu kaikilla muuttujan x arvoilla.

- 699.** Tuomas: $\frac{4x+6}{2} = 17, x = 7,$
 Sampo: $\frac{4x+6}{2} = -15, x = -9,$
 Heikki: $\frac{4x+6}{2} = 45, x = 21,$
 Tuomas ajatteli lukua 7, Sampo lukua -9 ja Heikki lukua 21.

- 700.** Yhtälöparin $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = x - 5 \end{cases}$
 ratkaisu on $x = 3$ ja $y = -2,$
 yhtälöparin $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = -x + 5 \end{cases}$
 ratkaisu on $x = -1$ ja $y = 6,$ ja
 yhtälöparin $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = -x + 5 \end{cases}$
 ratkaisu on $x = 5$ ja $y = 0.$



- 701. a)** $x = 2$ ja $y = 1$ **b)** $x = 0$ ja $y = 3$
702. a) $x = 5$ ja $y = 4$ **b)** $x = -4$ ja $y = -2$
703. a) $x = -8$ ja $y = 9$ **b)** $x = 3$ ja $y = 2$
704. Merkitään tuoremehun litrahintaa muuttujalla x ja mehutiivisteeseen muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} 3x + 1,5y = 10,50 \\ x = 2y \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 2,8$ ja $y = 1,4$. Tuoremehun hinta on 2,80 €/l ja mehutiivisteeseen 1,40 €/l.

- 705.** Merkitään aitauksen leveyttä muuttujalla x ja pituutta muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 10 \\ y = x + 3 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 3,5$ ja $y = 6,5$. Aitauksen pituus on 6,5 m ja leveys on 3,5 m.

- 706.** Merkitään Ilonan ikää muuttujalla x ja Raulin muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 25 \\ y - 10 = 6(x - 10) \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 15$ ja $y = 40$. Rauli on nyt 40 v. ja Ilona on 15 v.

69 Lukualueet

148

- 707. a)** Z **b)** N **c)** Q
d) Q **e)** R **f)** Q

- 708. a)** ÄITIÄ
b) AATTUA (AUTTAA väärinpäin)
c) ÖLITÄK (KÄTILO väärinpäin)

709.

Luku	N	Z	Q	R
0	x	x	x	x
-5		x	x	x
1,4			x	x
$\sqrt{25}$	x	x	x	x
$\sqrt{8}$				x

- 710. a)** Z **b)** Q **c)** R

- 711. a)** 0 ja 201
b) -651, -9, 0 ja 201
c) -651, -9, 0, 201 ja 1

- 712. a)** esimerkiksi 0; 4,5; 9; 13,5 ja 18
b) esimerkiksi 11, 6, 1, -4 ja -9
c) esimerkiksi 100, 75, 19, 0 ja -44

- 713. a)** Epätosi. Esimerkiksi $5 - 6 = -1$ ei ole luonnollinen luku.
b) Epätosi. Esimerkiksi lukujen 1 ja 2 osamäärä ei ole kokonaisluku.
c) Tosi. Kokonaislukujen ja/tai murtolukujen osamäärä on aina kokonaisluku tai murtoluku.
d) Epätosi. Esimerkiksi $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ ei ole irrationaaliluku.

- 714. a)** N, Z, Q ja R **b)** N, Z, Q ja R
c) Z, Q ja R **d)** Q ja R

715. a) 9 b) 57 c) 0,91

716. a) $|92| = 92$ b) $|-0,13| = 0,13$

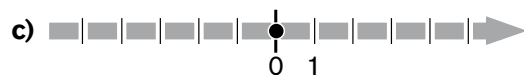
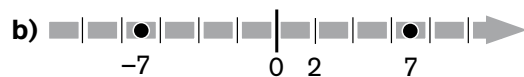
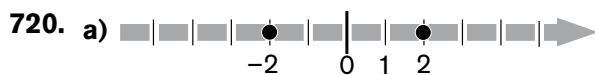
c) $|\sqrt{64}| = 8$ d) $|\sqrt{49}| = 7$

e) $|\frac{7}{9}| = \frac{7}{9}$ f) $|3\frac{3}{4}| = 3\frac{3}{4}$

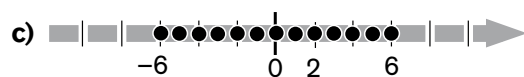
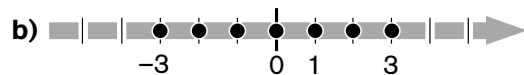
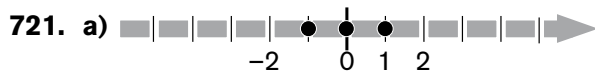
717. a) 11 b) 5 c) 5 d) 11

718. a) 8 b) 6 c) 0,5 d) 1,5

719. a) 6 b) 0 c) 22 d) 10,3



d) Ei ratkaisuja, sillä itseisarvo ei voi olla negatiivinen.



722. a) $|\frac{35}{7}| = 5$ b) $|\frac{3}{111}| = \frac{1}{37}$

c) $|\sqrt{169}| = 13$

d) Negatiivisella luvulla ei ole neliöjuurta.

e) $|\sqrt{0,36}| = 0,6$ f) $|\sqrt{2\frac{1}{4}}| = 1\frac{1}{2}$

723. a) $|\frac{-24}{6}| = 4$ b) $|\frac{-24}{6}| = 4$

724. a) $|-18 + 16| = 2$ b) $|-18| + |16| = 34$

725. a) $|-14 - (-12)| = 2$

b) $|-14| - |-12| = 2$

726. a) -1 b) 1 tai -1

727. a) 37 b) 19 c) 1 d) 10

728. a) -99 ja 99 b) eivät mitkään

c) -8 ja 2 d) -2 ja 2

729. a) -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ja 4

b) 10, 11, 12, ... ja -10, -11, -12, ...

c) -3, -2, -1, 0, 1, 2 ja 3

d) kaikki kokonaisluvut

730. a) -2, -1, 0, 1 ja 2

b) -7, -6, -5, -4, -3, -2 ja -1

c) 2, 3 ja 4

d) -2, -1, 0, 1, 2, 3 ja 4

71 Kertausta: Murtolukujen
yhteen- ja vähennyslaskua

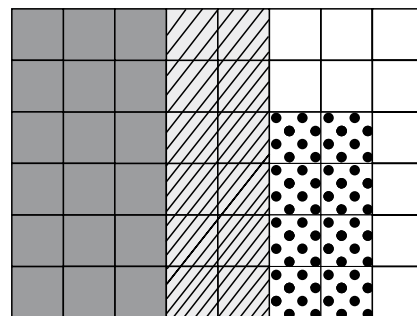
152

731. a) violetti $\frac{1}{10}$, valkoinen $\frac{3}{10}$ ja harmaa $\frac{3}{5}$

b) violetti $\frac{1}{12}$, valkoinen $\frac{1}{6}$,

tumma harmaa $\frac{1}{4}$ ja vaalea harmaa $\frac{1}{2}$

732. a)



sininen keltainen

punainen vihreä

b) Mitään ei jäänyt värittämättä.

733. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $-\frac{4}{7}$ d) -1

734. $4) \frac{5}{6} = \frac{20}{24}, 6) \frac{3}{4} = \frac{18}{24}, 3) \frac{7}{8} = \frac{21}{24},$
 $8) \frac{2}{3} = \frac{16}{24}, 2) \frac{5}{12} = \frac{10}{24}$ ja $12) \frac{1}{2} = \frac{12}{24},$
joten $\frac{10}{24} < \frac{12}{24} < \frac{16}{24} < \frac{18}{24} < \frac{20}{24} < \frac{21}{24}$
eli $\frac{5}{12} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8}.$

735. a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{17}$

736. a) $-\frac{1}{8}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $-\frac{34}{35}$ d) $-\frac{11}{24}$

737. a) -1 b) 1 c) 0 d) 0

738. a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{12}$

739. a) $\frac{1}{18}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $3\frac{13}{14}$ d) $\frac{13}{15}$

740. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{11}{12}$

741. a) $\frac{7x}{12}$ b) $\frac{13x}{12}$ c) $-\frac{x}{30}$ d) $\frac{5x}{2}$

742. $\frac{7}{10}$

743. $\frac{2}{15}$

72 Kertausta: Murtolukujen kerto- ja jakolaskua 154

744. a) $\frac{4}{35}$ b) $\frac{3}{7}$

745. a) $\frac{1}{6}$	A	e) $\frac{3}{7}$	L
b) $\frac{2}{3}$	G	f) $\frac{2}{5}$	O
c) $\frac{3}{10}$	R	g) $\frac{2}{3}$	G
d) $\frac{1}{4}$	O	h) $\frac{7}{9}$	I

Muodostuu sana AGROLOGI.

746. a) $1\frac{1}{2}$ b) $2\frac{1}{3}$ c) 9

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{5}$ f) $\frac{4}{5}$

747. a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{8}{49}$ c) $\frac{2}{3}$

748. a) $\frac{3}{16}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{9}$

749. a) -3 b) $-\frac{14}{15}$ c) $1\frac{1}{4}$ d) 1

750.

$3\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	2
$7\frac{3}{5}$	2	$\frac{1}{8}$	
$3\frac{4}{5}$	16		
$\frac{19}{80}$			

751. a) $\frac{4x^3}{9}$ b) $\frac{3x^6}{22}$ c) $\frac{8x^7}{3}$ d) $\frac{5}{7}$

752. a) $\frac{x^3}{2}$ b) $-\frac{5x^2}{8}$ c) $16x^3$ d) $\frac{9x^2}{8}$

73 Kertausta: Prosenttilaskentaa 156

753. a) 20 % b) 25 % c) 100 % d) 300 %

754. a) 12 b) 120 c) 10 d) 28

755. a) 150 b) 400 c) 600

756. a) 28 % b) 39 %

757. a) 63 € b) 288 €

758. a) 15,30 € b) 24 €

759. 30 %

760. a) 58,3 % b) 40,0 %
c) 28,6 % d) 57,7 %

761. a) 15,60 € b) 24 € c) 36 €

762. a) 18 900 € b) 18 849 €

763. a) 72 € b) 61,20 € c) 23,5 %

764. a) 115,20 € b) 36 %

765. 90 €

74 Prosenttilaskuja 158

766. a) 14 % b) 25 % c) 7,7 %
 767. a) 0,2 kg b) 17 %
 768. 9 %
 769. a) 17,6 g b) 18,3 g c) 20,4 g
 770. a) 7,8 g b) 2,5 g c) 34
 771. 0,95 €
 772. a) 43,90 € b) 10,10 €
 773. a) 38,53 € b) 3,47 €
 774. 3,09 €
 775. 14,22 €
 776. $\frac{0,33 \text{ €}}{0,09} + 0,33 \text{ €} \approx 4,00 \text{ €}$

75 Verot ja maksut 160

777. a) 326,87 € b) 685,07 €
 778. 2 185,16 €
 779. a) 3 791,74 € b) 4 091,08 €
 c) 3 891,52 €
 780. a) 8,00 € b) 489,00 €
 c) 2 974,00 € d) 73,00 €
 781. a) 0 € b) 27,51 €
 c) 2 076,27 € d) 7 811,53 €
 782. a) 7 612,56 € b) 7 756,66 €
 783. Simo sai veronpalautusta 284,20 €.

76 Tulot ja menot tasapainoon 162

784. a) 23 € b) 3,5 %
 785. a) 81 €
 b) $\frac{1\,080 \text{ €} - 999 \text{ €}}{999 \text{ €}} \approx 8,1 \%$
 786. a) $\frac{6 \cdot 14,40 \text{ €}}{80 \text{ €}} = 108 \%$
 b) $\frac{13 \cdot 14,40 \text{ €}}{80 \text{ €}} = 234 \%$

787. a) $10 \cdot 12 \cdot 176 \text{ €} - 10\,000 \text{ €} = 11\,120 \text{ €}$
 b) $\frac{11\,120 \text{ €}}{10\,000 \text{ €}} = 111,2 \%$

788. a) $\frac{2 \cdot 12 \cdot 255 \text{ €} - 5\,000 \text{ €}}{5\,000 \text{ €}} = 22,4 \%$
 b) $\frac{6 \cdot 12 \cdot 117 \text{ €} - 5\,000 \text{ €}}{5\,000 \text{ €}} \approx 68,5 \%$

789. a) 20 928 € b) 1 708 €
 790. $5,603 \cdot 50 \text{ €} = 280,15 \text{ €}$
 791. a) 120 € b) 668 €

77 Lukujärjestelmät 164

792. a) $2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$
 b) $8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$
 c) $1 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$

793. a) 52 601 b) 4 070 800

794.

Potenssi	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰
Potenssin arvo	64	32	16	8	4	2	1

795. a) 16 b) 17 c) 24 d) 21
 796. a) 31 b) 35 c) 48 d) 70
 797. $1 = 1_2, 2 = 10_2, 3 = 11_2, 4 = 100_2,$
 $5 = 101_2, 6 = 110_2, 7 = 111_2, 8 = 1000_2,$
 $9 = 1001_2$ ja $10 = 1010_2$
 798. a) 10000_2
 b) 1000000_2
 c) 100000000_2
 d) 10000000000_2
 799. a) 1100_2
 b) 10010_2
 c) 11001_2
 d) 11110_2
 e) 110111_2
 f) 111111_2
 g) 1000001_2
 h) 1100100_2
 800. a) 11001000_2
 b) 100101100_2
 c) 110010000_2

- 801. a)** Laskun tulos on oikein, sillä $10_2 = 2$ ja $100_2 = 4$, joten $10_2 \cdot 10_2 = 100_2$ on kymmenjärjestelmässä $2 \cdot 2 = 4$.
- b)** Laskun tulos on oikein, sillä $11_2 = 3$, $100_2 = 4$ ja $1100_2 = 12$, joten $11_2 \cdot 100_2 = 1100_2$ on kymmenjärjestelmässä $3 \cdot 4 = 12$.
- c)** Laskun tulos on oikein, sillä $101_2 = 5$, $110_2 = 6$ ja $11110_2 = 30$, joten $101_2 \cdot 110_2 = 11110_2$ on kymmenjärjestelmässä $5 \cdot 6 = 30$.

- 802. a)** 11011_2 eli 27
b) 111111_2 eli 63

803. a)

	1	0	1_2
+	1	0	0_2
	1	0	1_2

$101_2 = 5$, $100_2 = 4$ ja $1001_2 = 9$

b)

	1	1	
	1	1	1_2
+	1	0	1_2
	1	0	0_2

$111_2 = 7$, $101_2 = 5$ ja $1100_2 = 12$

804. a)

	1	1		
	1	1	1	0_2
+	1	1	1	1_2
	1	1	0	1_2

$1110_2 = 14$, $1111_2 = 15$ ja $11101_2 = 29$

b)

				1	0	1	0_2
				·	1	0	1_2
					1	0	0
				1	0	1	0
		0	0	0	0		
+	1	0	1	0			
	1	1	0	1	1	1	0_2

$1010_2 = 10$, $1011_2 = 11$ ja
 $1101110_2 = 110$

78 Ilmakehä

166

- 805. a)** 16 m^3 **b)** $4,2 \text{ m}^3$
c) $6,0 \text{ dm}^3$ **d)** $0,19 \text{ m}^3$
- 806. a)** $300\,000 \text{ l}$ **b)** $80\,000 \text{ l}$
c) 120 l **d)** $0,77 \text{ l}$
- 807. a)** 18°C **b)** -80°C
c) troposfäärin ja mesosfäärin alaosassa
d) noin 98°C
- 808.** etäisyyksillä 2 km, 48 km, 66 km ja 118 km
- 809. a)** -50°C **b)** 17°C
c) -44°C **d)** -42°C
- 810. a)** Lämpötila kasvaa, kun etäisyys on 10–50 km tai kun etäisyys on suurempi kuin 85 km.
b) Lämpötila vähenee, kun etäisyys on 0–10 km tai 50–85 km.
- 811. a)** $4,8 \text{ l}$ **b)** 110 l
- 812. a)** $1,6 \%$ **b)** $0,2 \%$
- 813. a)** $2,4 \text{ mm}$ **b)** $0,2 \text{ mm}$
- 814. a)** $1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$ (1,08 biljoonaa km^3)
b) $5,2 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$ (52 miljardia km^3)
c) $5,1 \cdot 10^9 \text{ km}^3$ (5,1 miljardia km^3)
- 815.** Vesikerroksen pitäisi olla noin 10 metriä.

816. a) 8 b) 17 c) -9

817.

		$-\frac{1}{4}$	
	$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{8}$	
$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{8}$

818. $^{3)} \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$, $^{10)} \frac{2}{3} = \frac{20}{30}$, $^{2)} \frac{13}{15} = \frac{26}{30}$, $^{6)} \frac{3}{5} = \frac{18}{30}$ ja $^{5)} \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ $\frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{21}{30} < \frac{23}{30} < \frac{25}{30} < \frac{26}{30}$ eli $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10} < \frac{23}{30} < \frac{5}{6} < \frac{13}{15}$ 819. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{5}$ 820. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{4}{13}$ d) 4 e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{18}{35}$

821. 2,67 €/kg

822. $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} + 1\frac{1}{3} = 2\frac{11}{24}$, mahtuu

823. a) 42 b) 5 % c) 300 d) 80 %

824. 0,016 g

825. a) 3,91 € b) 22,36 €

826. 18 %

827. a) 17 b) 19 c) 15 d) 0

828. a) $-\frac{17}{18}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{1}{77}$ d) $-\frac{9}{10}$ 829. a) $\frac{x}{2}$ b) $\frac{x}{4}$ c) $-\frac{13x}{21}$ d) $\frac{23x}{72}$

830.

a)	$-1\frac{1}{5}$	V
b)	$-1\frac{3}{5}$	E
c)	$\frac{2}{7}$	S
d)	$-\frac{4}{9}$	T
e)	$-2\frac{1}{5}$	O
f)	$2\frac{3}{4}$	N
g)	$7\frac{1}{2}$	O
h)	$\frac{1}{6}$	M
i)	3	I

Muodostuu sana VESTONOMI.

831. a) $\frac{x^3}{27}$ b) $\frac{2x}{35}$ c) 1 d) $\frac{4x^4}{5}$

832. a) 90 b) 24 c) 15

833. a) 1,89 €/kg b) 48 %

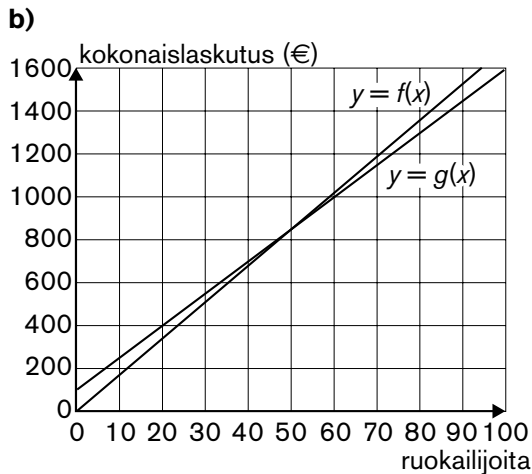
834. 250

835. 2 490,00 €

836. a) 277,20 € b) 762,84 €

837. a) 4 473,11 € b) 958,16 €

- S262.** a) $f(x) = 0$, kun $x = -2$ tai $x = 2$
 b) $-2 < x < 2$
- S263.** a) $f(x) = 0$, kun $x = -4$ tai $x = 4$
 b) $-4 < x < 4$
- S264.** a) Merkitään ruokailijoiden määrää muuttujalla x . Pitopalvelu Pullan laskutusta kuvaa funktio $g(x) = 15x + 100$ ja pitopalvelu Rinkelin laskutusta funktio $f(x) = 17x$.



Ruokailijoita pitäisi olla yli 50, jotta pitopalvelu Pulla olisi edullisempi.

- S265.** a) $x < 3$ b) $x > -3$
 c) $x > 1$ d) $x < -5$
- S266.** a) $x > -2$ b) $x < 2$
 c) $x < -3$ d) $x > -3$

54 Kertausta: Polynomien yhteen- ja vähennyslaskua

S267.

1. $+3x^5$	2. $+x^4$		3. $-x^2$	4. $+x$
5. $-x^3$	$+4x^2$	$+x$		$+7$
	-2		6. $+4x^4$	
7. $-2x^2$		8. $+5x^3$	$-2x^2$	9. $-x$
10. $+3x$	$+5$		11. $+3x$	$+5$

- S268.** A: $x - 12$, B: $12x - 28$, C: $12x + 12$,
 D: $-13x + 22$, E: $23x - 25$, F: $-15x + 13$ ja
 G: $16x - 12$

- S269.** a) 5 b) 0

- S270.** a) $2x^3 - x^2 + x - 1$
 b) 0 c) $-x^2 + 9$

Kuva-arvoituksen vastaus:

$$9x^3 - 7x^2 + 3x \text{ ja } x^3 - 2x + 2$$

55 Kertausta: Polynomien kerto- ja jakolaskua

- S271.** a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 - 2x + 1$
 c) $x^2 - 1$
- S272.** a) $x^2 + 10x + 25$ b) $x^2 - 10x + 25$
 c) $x^2 - 25$
- S273.** a) $4x^2 + 4x + 1$ b) $4x^2 - 4x + 1$
 c) $4x^2 - 1$
- S274.** a) $101^2 = (100 + 1)^2$
 $= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2$
 $= 10\,201$
 b) $99^2 = (100 - 1)^2$
 $= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2$
 $= 9\,801$
 c) $101 \cdot 99 = (100 + 1)(100 - 1)$
 $= 100^2 - 1^2 = 9\,999$
- S275.** a) $102^2 = (100 + 2)^2$
 $= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2$
 $= 10\,404$
 b) $98^2 = (100 - 2)^2$
 $= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2$
 $= 9\,604$
 c) $102 \cdot 98 = (100 + 2)(100 - 2)$
 $= 100^2 - 2^2 = 9\,996$

S276. $(x - a)^2$
 $= (x - a) \cdot (x - a)$
 $= x \cdot x - x \cdot a - a \cdot x + a \cdot a$
 $= x^2 - 2ax + a^2$

S277. $(x + a) \cdot (x - a)$
 $= x \cdot x - x \cdot a + a \cdot x - a \cdot a$
 $= x^2 - a^2$

S278. a) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$
 b) $x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x + 6)(x - 6)$
 c) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$
 $= (2x + 5)(2x - 5)$

S279. a) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$
 $= (x + 2)^2$
 b) $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$
 $= (x + 3)^2$

56 Yhtälö ja sen ratkaisut**213**

- S280.** a) $4(2x + 5) = 60$, $x = 5$, suorakulmion korkeus on 15
 b) $6(x - 1) = 60$, $x = 11$, suorakulmion korkeus on 10
- S281.** a) $2(2x + 6) + 2(16 - x) = 50$,
 $x = 3$, suorakulmion sivujen pituudet ovat 12 ja 13
 b) $x + 3 + (2x + 1) + (3x - 2) = 50$,
 $x = 8$, kolmion sivujen pituudet ovat 11, 17 ja 22
- S282.** a) $x = 7$ b) $x = 5$
- S283.** a) 5 b) 21
 c) 123 d) 46

S284.

Rivi	A	B	C	D	E
1.	2	3	4	5	
2.		9	8	7	6
3.	10	11	12	13	
4.		17	16	15	14
5.	18	19	20	21	
6.		25	24	23	22
7.	26	27	28	29	
8.		33	32	31	30

- S285.** a) sarakkeeseen E riville 12
 b) sarakkeeseen C riville 12
 c) sarakkeeseen A riville 15
 d) sarakkeeseen C riville 16
- S286.** a) Kaikki neljällä jaolliset luvut ovat sarakkeessa C. $2\,000 : 4 = 500$, joten sarake on C ja rivi 500.
 b) $2\,008 : 4 = 502$. 502 on parillinen rivi, joten sarakkeessa B on 2009. 2010 on sarakkeessa A rivillä 503.

57 Yhtälöharjoittelua**214**

- S287.** a) $3x + 10 = 2x + 3$
 b) $4x + 7 = 3x + 10$
 c) $-x + 11 = -2x + 2$, $-x + 11 = -3x - 7$ ja $-2x + 2 = -3x - 7$
 d) $2x + 3 = 4x + 7$, $2x + 3 = -3x - 7$ ja $4x + 7 = -3x - 7$

S288. a) -27 b) 6 c) 39

S289. a) 13 b) 5

S290. a) $a = -4$ b) $a = -2$

S291. $a = 7$

S292. a) $x = 0$ b) $x = 0$ c) $x = -9$

S293. a) $x = 0$ tai $x = 5$
 b) $x = 1$ tai $x = -3$
 c) $x = -4$ tai $x = \frac{2}{3}$
 d) $x = -1$, $x = 0$ tai $x = 1$

S294. a) $x(x + 4) = 0$, $x = 0$ tai $x = -4$
 b) $3x(x - 3) = 0$, $x = 0$ tai $x = 3$

S295. a) $(x + 1)^2 = 0$, $x = -1$
 b) $(x + 2)^2 = 0$, $x = -2$
 c) $(x - 1)^2 = 0$, $x = 1$

58 Yhtälöiden sovelluksia**215**

S296. 120° , 40° ja 20°

S297. $\frac{x}{5} + \frac{x}{7} + \frac{x}{10} = 93$, $x = 210$

S298. $\frac{8 + x}{20 + x} = 0,75$,
 $x = 28$, 28 suomalaisen artistin levyä

S299. $\frac{2x}{5} + \frac{x}{5} + \frac{0,5x}{5} + \frac{0,2x}{5} + \frac{0,1x}{5} = 95$,
 $x = 125$, 125 kolikkoa

S300. $0,75 \cdot 0,85x = 51$, $x = 80$, 80 €

S301. arvosanan 11

S302. $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 = x$, $x = 28$,
 Pythagoraalla oli 28 oppilasta

S303. Kulhot painoivat 18, 19, 20, 21 ja 22 drakmaa.

S304. $x + x + 1 + x + 2 = 135$, $x = 44$,
 pienin luvuista on 44

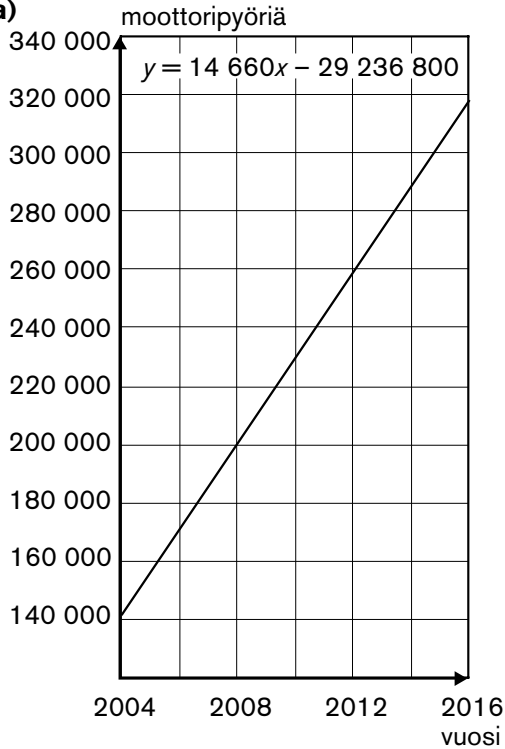
S305. $200 + x = 470 - x$, $x = 135$,
 $135 \text{ l} : 23 \text{ l/min} \approx 5 \text{ min } 52 \text{ s}$

S306. 20 %

S307. Muodostuu sana MODISTI.

- S308.** a) (7, 9) b) (-2, 3)
c) (14, 7) d) (3, 6)

S309. a)



- b) noin 170 000 moottoripyörää
c) $14\,660x - 29\,236\,800 = 200\,000$,
 $x = 2007,96\dots$, vuonna 2008

S310. a) 14 660

- b) $14\,660x - 29\,236\,800 = 300\,000$,
 $x = 2014,78\dots$, vuonna 2015
c) Lasketaan ensin moottoripyörien
lukumäärä vuonna 2004.
 $14\,660 \cdot 2004 - 29\,236\,800$
 $= 141\,840$,
 $18\,000x + 141\,840 = 300\,000$,
 $x = 8,78\dots$, vuonna 2013

- S311.** a) (-8, -3) b) (3, -11)

- S312.** a) $k = 4$ b) $k = 1$ c) $k = 2\frac{1}{2}$

- S313.** a) $b = 4$ b) $b = -2$ c) $b = 16$

- S314.** a) $k = -2$ b) $b = -1$

S315. a) esim.

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \text{ ja } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

b) esim.

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \text{ ja } \begin{cases} y = -x \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

- S316.** a) $y = 4x + 19$, $y = -3x - 9$ ja $y = \frac{1}{2}x - 2$

b) Kärkipisteet saadaan yhtälöpareista

$$\begin{cases} y = 4x + 19 \\ y = -3x - 9 \end{cases}, \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = -3x - 9 \end{cases} \text{ ja}$$

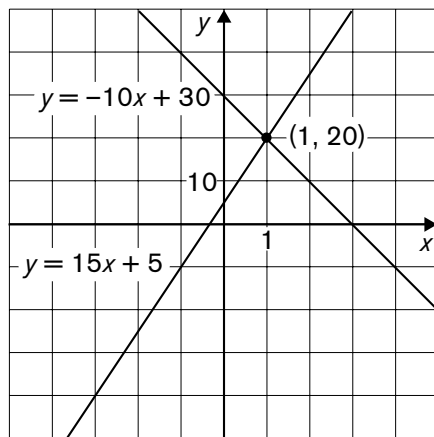
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = 4x + 19 \end{cases}.$$

- S317.** a) $k \neq 2$, b voi olla mikä tahansa luku

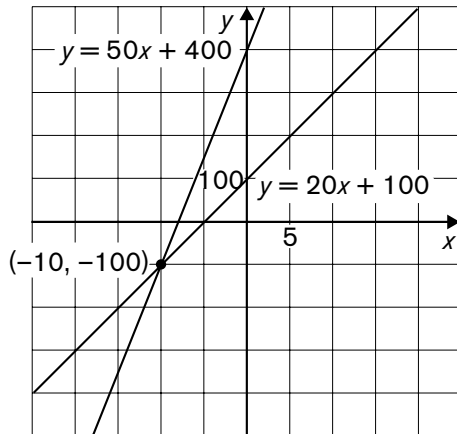
b) $k = 2$ ja $b \neq -1$

c) $k = 2$ ja $b = -1$

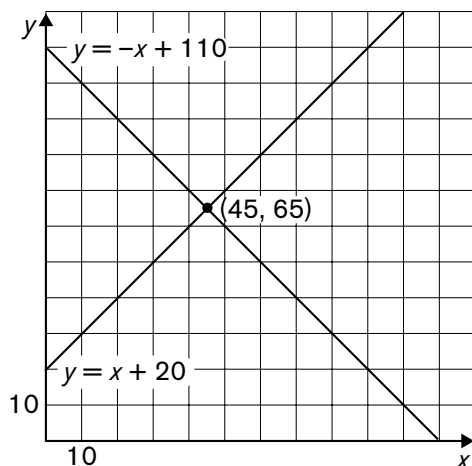
S318. a) (1, 20)



b) (-10, -100)



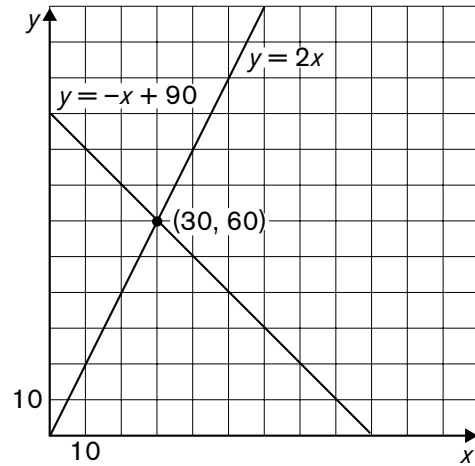
S319. Yhtälöparin $\begin{cases} y = x + 20 \\ x + y = 110 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 45$ ja $y = 65$.



Jamilla on 45 mainoskynää ja Juholla 65.

S320. Merkitään Liisan postimerkkien lukumäärää muuttujalla x ja Sannan muuttujalla y .

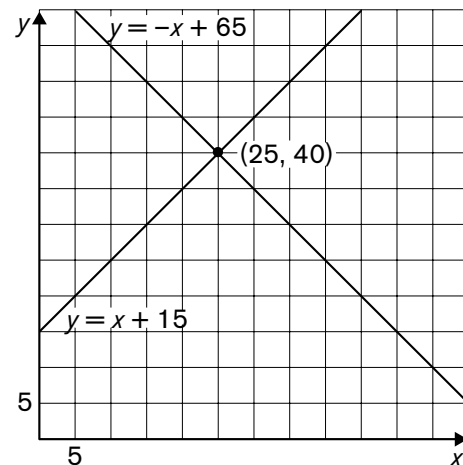
Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 90 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 30$ ja $y = 60$.



Liisalla on 30 ja Sannalla 60 postimerkkiä.

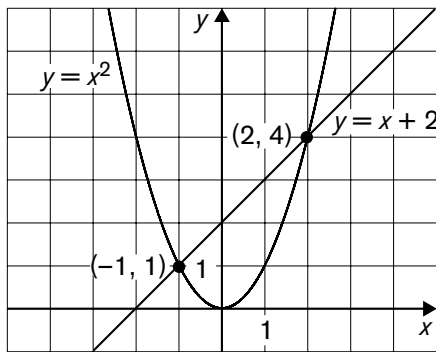
S321. Merkitään veitsien lukumäärää muuttujalla x ja haarukoiden muuttujalla y .

Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 15 \\ x + y = 65 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 25$ ja $y = 40$.

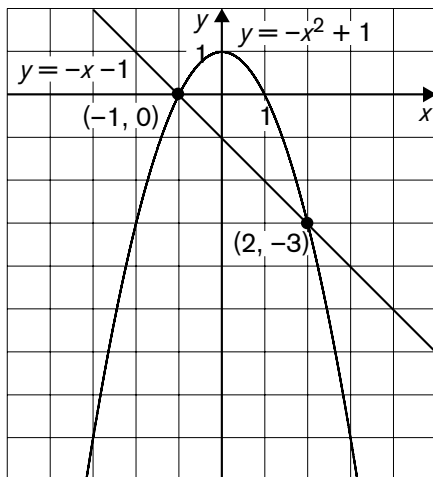


Lautasia on yhtä monta kuin veitsiä eli 25.

S322. $(2, 4)$ ja $(-1, 1)$



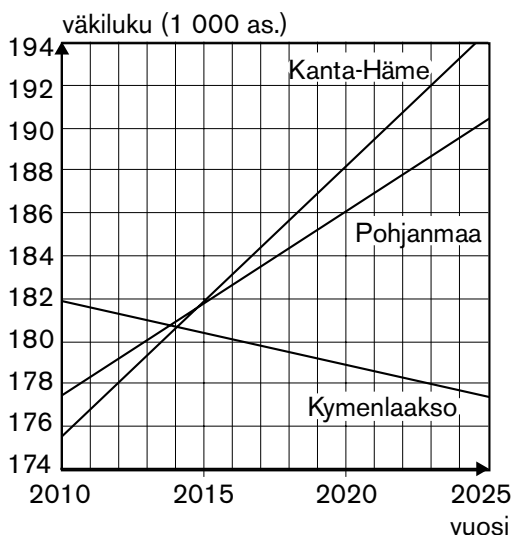
S323. a)



$(-1, 0)$ ja $(2, -3)$

b) $\sqrt{3^2 + 3^2} \cdot 10 \text{ m} \approx 42 \text{ m}$

S324.



S325. a) 2014 **b)** 2014 **c)** 2013

S326. Kanta-Hämeen asukasluku vuonna 2025 on noin 195 000, Pohjamaan 190 000 ja Kymenlaakson 177 000.

62 Sijoitusmenetelmä

219

S327. a) $x = 6$ ja $y = 2$

b) $x = -6$ ja $y = -12$

S328. a) $x = 3\frac{1}{2}$ ja $y = 1\frac{1}{2}$

b) $x = -\frac{2}{3}$ ja $y = 2\frac{2}{3}$

S329. a) $x = -15$ ja $y = -6$

b) $x = 18$ ja $y = 16$

S330. a) $x = 4$ ja $y = 8$

b) $x = -3$ ja $y = -5$

S331. a) Yhtälöpari ei toteudu millään muuttujien x ja y arvoilla.

b) Yhtälöpari toteutuu kaikilla muuttujien x ja y arvoilla, jotka toteuttavat yhtälön $y = 0,7x + 5$.

S332. Yhtälöparin $\begin{cases} y = 4x + 41 \\ y = -1\frac{1}{2}x + 19 \end{cases}$ ratkaisu on

$x = -4$ ja $y = 25$,

yhtälöparin $\begin{cases} y = -1\frac{1}{2}x + 19 \\ y = \frac{1}{3}x - 14 \end{cases}$ ratkaisu on

$x = 18$ ja $y = -8$

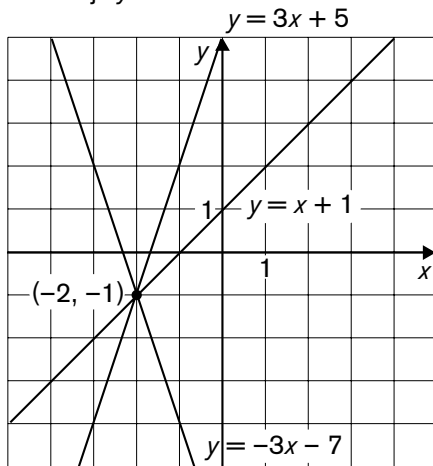
ja yhtälöparin $\begin{cases} y = 4x + 41 \\ y = \frac{1}{3}x - 14 \end{cases}$ ratkaisu on

$x = -15$ ja $y = -19$.

S333. Merkitään muuttujalla x ensimmäistä lukua ja muuttujalla y toista lukua. Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 34 \\ 2x + y = 47 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 13$ ja $y = 21$. Ensimmäinen luku on 13 ja toinen luku 21.

S334. Merkitään ensimmäistä lukua muuttujalla x ja toista muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x - y = 22 \\ x + y = 52 \end{cases}$, jonka ratkaisu on $x = 37$ ja $y = 15$. Ensimmäinen luku on 37 ja toinen luku 15.

S335. Yhtälöparin $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ y = x + 1 \end{cases}$ ratkaisu on $x = -2$ ja $y = -1$,
yhtälöparin $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ y = -3x - 7 \end{cases}$ ratkaisu on $x = -2$ ja $y = -1$
ja yhtälöparin $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -3x - 7 \end{cases}$ ratkaisu on $x = -2$ ja $y = -1$.



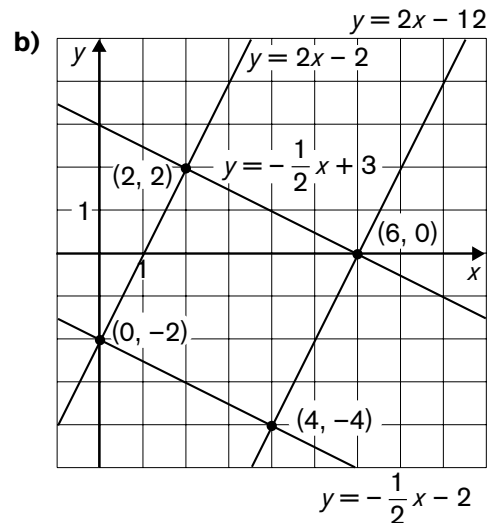
S336. a) Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = x + 112 \\ x + y = 464 \end{cases}$,
jonka ratkaisu on $x = 176$ ja $y = 288$.
Lipun leveys on 288 cm ja korkeus 176 cm.

b) Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 465 \end{cases}$,
jonka ratkaisu on $x = 155$ ja $y = 310$.
Lipun leveys on 310 cm ja korkeus 155 cm.

63 Sijoitusmenetelmän harjoittelua 220

S337. a) $x = 21$ ja $y = 11$ **b)** $x = 5$ ja $y = 4$
c) $x = 5$ ja $y = 3$ **d)** $x = 23$ ja $y = -31$

S338. a) Yhtälöparin $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 2$ ja $y = 2$,
yhtälöparin $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 0$ ja $y = -2$,
yhtälöparin $\begin{cases} y = 2x - 12 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 6$ ja $y = 0$
ja yhtälöparin $\begin{cases} y = 2x - 12 \\ y = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 4$ ja $y = -4$.



S339. a)

Ikä	Pinja	Roosa
nyt	x	y
vuosi sitten	$x - 1$	$y - 1$
vuoden kuluttua	$x + 1$	$y + 1$

b) Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} y - 1 = 4(x - 1) \\ y + 1 = 3(x + 1) \end{cases}$,
jonka ratkaisu on $x = 5$ ja $y = 17$.
Roosa on nyt 17 v. ja Pinja 5 v.

S340. a) Yhtälöpari on $\begin{cases} -k + b = 8 \\ 5k + b = 2 \end{cases}$.

b) $k = -1$ ja $b = 7$

S341. a) Kaikki suorat kulkevat pisteen $(-4, -3)$ kautta.

b) Eivät kulje.

S342. a) on **b)** ei ole

S343. a) Yhtälöparin $\begin{cases} y = x + 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ ratkaisu on $x = 3$ ja $y = 5$.

b) $z = -2$

c) $(x, y, z) = (3, 5, -2)$

S344. a) $(x, y, z) = (3, 2, -1)$

b) $(x, y, z) = (2, 3, 1)$

64 Yhteenlaskumenetelmä

221

S345. Mikon tuntipalkka on 7 € ja Aleksin 6 €.

S346. Marilla on yhteensä 16 lasihelmeä, joista oikeassa kädessä on 11 ja vasemmassa 5.

S347. $\begin{cases} A + B = 1 \\ 10A + 15B = 13 \end{cases}$

Yhteen kilogrammaan tarvitaan halvempaa kahvilaatua 0,4 kg ja kalliimpaa 0,6 kg.

S348. Kevytmaitoa on nautittu 800 g ja A-jogurttia 300 g.

S349. Messinkiseokseen tarvitaan messinkilaatua A 300 kg ja B 700 kg.

S350. $\begin{cases} a - b + c = -360 \\ a - b - c = -100, \\ a - b = -230 \end{cases}$

S351. a) Merkitään matkan alkuosuuden pituutta kilometreinä muuttujalla x ja loppuosuuden muuttujalla y . Saadaan

yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 160 \\ \frac{x}{70} + \frac{y}{110} = 2, \end{cases}$

jonka ratkaisu on $x = 105$ ja $y = 55$.

Tuula ajoi moottoritiellä 55 km.

b) 1,5 h

65 Yhteenlaskumenetelmän harjoittelua

222

S352. a) $x = -12$ ja $y = -15,25$

b) $x = 2$ ja $y = -1$

S353. a) $x = 3$ ja $y = 5$ **b)** $x = -7$ ja $y = 8$

S354. a) $x = 32$ ja $y = -6$ **b)** $x = 8$ ja $y = -12$

S355. a) $x = 6$ ja $y = 7$ **b)** $x = 8$ ja $y = -5$

S356. Merkitään 5-prosenttisen suolahapon massaa grammoina muuttujalla x ja 25-prosenttisen suolahapon muuttujalla y .

Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 300 \\ 0,05x + 0,25y = 45, \end{cases}$

jonka ratkaisu on $x = 150$ ja $y = 150$.

Seokseen tarvitaan kumpaakin liuosta 150 g.

S357. Saadaan yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 8 \\ 9x - 9y = 18, \end{cases}$

jonka ratkaisu on $x = 5$ ja $y = 3$.

Alkuperäinen luku on 53.

S358. Yksi CAD on 0,7133 euroa ja yksi USD 0,7317 euroa.

70 Itseisarvo

223

S359.

Luku	Itseisarvo	Käänteisluku	Vastaluku
7	7	$\frac{1}{7}$	-7
-9	9	$-\frac{1}{9}$	9
0	0	ei määritelty	0
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	3	$-\frac{1}{3}$
$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{4}$	$\frac{4}{21}$	$-5\frac{1}{4}$
a	a ($a \geq 0$), $-a$ ($a < 0$)	$\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$)	$-a$

S360. a) $|-3 - (-8)| = |5| = 5$

b) $\left|\frac{1}{4} \cdot (-24)\right| = |-6| = 6$

c) $-(-7) - |-8| = 7 - 8 = -1$

S361. a) 18

b) -9

c) -36

d) -45

S362. a) -4

b) -2

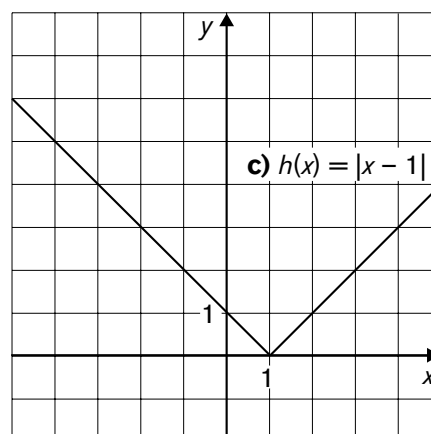
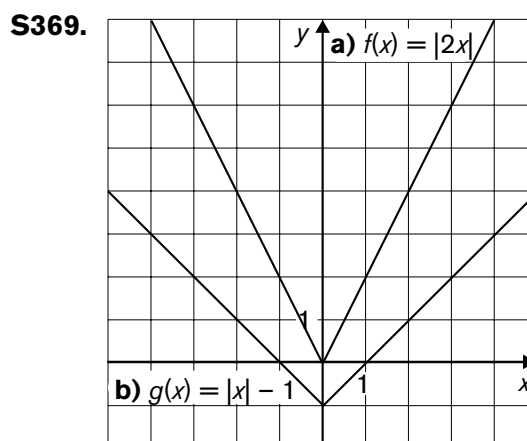
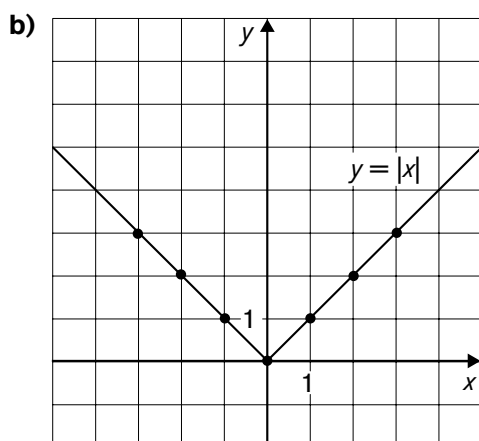
c) -14

d) -18

- S363.** a) 239 b) 0
- S364.** a) $-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9$
b) $-7, -8, -9, \dots$ tai $13, 14, 15, \dots$
c) $-20, -19, -18, \dots, 18, 19, 20$
d) $-11, -10, -9, \dots, 13, 14, 15$
- S365.** a) $\sqrt{2} - 1$ b) $2 - \sqrt{2}$
c) $4 - \pi$ d) $\sqrt{5} - 2$
- S366.** a) 1 ja -15 , -1 ja 15 , 3 ja -5 , -3 ja 5
b) Toinen muuttujista on 1 tai -1 ja toinen 15 tai -15 tai toinen muuttujista on 3 tai -3 ja toinen 5 tai -5 .
- S367.** a) $x \geq 0$ ja $y \geq 0$ tai $x \leq 0$ ja $y \leq 0$
b) $x + y \geq 0$
c) $x - y \geq 0$ eli $x \geq y$
d) $x - y \leq 0$ eli $x \leq y$
e) x ja y ovat erimerkkiset
f) pätee kaikille luvuille x ja y

S368. a)

x	$y = x $	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
-1	1	(-1, 1)
2	2	(2, 2)
-2	2	(-2, 2)
3	3	(3, 3)
-3	3	(-3, 3)



71 Kertausta: Murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskua 224

- S370.** a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4}$
- S371.** a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{7}{18}$ d) $\frac{43}{49}$
- S372.** a) $1 - \frac{1}{12}$ b) $-\frac{1}{45}$ c) $-\frac{5}{33}$ d) $-4\frac{5}{21}$
- S373.** a) $-\frac{1}{56}$ b) $-\frac{4}{5}$
- S374.** a) 6, 7, 8, 9 ja 10
b) 10, 11, 12, 13, 14 ja 15
- S375.** a) lukujen $-\frac{4}{25}$ ja $-\frac{3}{8}$
b) lukujen $\frac{3}{8}$ ja $\frac{1}{8}$
- S376.** a) $x = 9$ ja $y = 3$ b) $x = -\frac{1}{2}$ ja $y = -\frac{1}{6}$
- S377.** a) $x = \frac{1}{3}$ ja $y = \frac{1}{2}$ b) $x = 1$ ja $y = -1$

72 Kertausta: Murtolukujen kerto- ja jakolaskua
225

S378. a)	$\frac{1}{144}$	V
b)	$\frac{1}{4}$	I
c)	$\frac{1}{3}$	S
d)	$\frac{2}{3}$	U
e)	$\frac{8}{125}$	A
f)	$\frac{121}{144}$	L
g)	$\frac{1}{4}$	I
h)	$\frac{1}{3}$	S
i)	5	T
j)	$\frac{1}{4}$	I

Muodostuu sana VISUALISTI.

S379. a) $1\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $\frac{3}{16}$

S380. 46

S381. a) $\frac{19}{30}$ **b)** $3\frac{1}{6}$ km

S382. a) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{4}$ **b)** $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$

c) $f\left(\frac{3}{4}\right) = 3\frac{1}{16}$

S383. a) $g\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{6}{25}$ **b)** $g\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{36}$

c) $g\left(\frac{2}{3}\right) = -1\frac{1}{9}$

S384. a) on **b)** ei ole

S385. a) nelinkertainen **b)** $1\frac{1}{4}$ -kertainen

S386. a) $1\frac{1}{3}$ -kertainen **b)** $1\frac{3}{5}$ -kertainen

73 Kertausta: Prosenttilaskentaa
226

S387. a) 22 % **b)** 27 %

S388. 280 €

S389. 80 €

S390. a) 22 % **b)** 72 %

S391. a) 75 % **b)** 300 %

S392. a) 1 **b)** 8

S393. a) 21 % **b)** 19 % **c)** 5,1 %

S394. a) vähentynyt 13 %

b) vähentynyt 7 %

c) kasvanut 19 %

S395. a) laskenut 2,8 prosenttiyksiköllä

b) laskenut 1,4 prosenttiyksiköllä

c) noussut 3,9 prosenttiyksiköllä

74 Prosenttilaskuja
227

S396. 20 %

S397. 35 %

S398. a) 900 g

b) 1 200 g

S399. 16 %

S400. Merkitään 68-prosenttisen tyyppihapon massaa grammoina muuttujalla x ja 20-prosenttisen muuttujalla y . Saadaan

yhtälöpari $\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,68x + 0,20y = 150, \end{cases}$

jonka ratkaisu on $x \approx 104$ ja $y \approx 396$.

68-prosenttista tyyppihappoa käytetään 104 g ja 20-prosenttista 396 g.

S401. Merkitään 5-prosenttisen rikkihapon massaa grammoina muuttujalla x ja 30-prosenttisen muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$\begin{cases} x + y = 120 \\ 0,05x + 0,30y = 18 \end{cases}$, jonka ratkaisu on

$x = 72$ ja $y = 48$. 5-prosenttista rikkihappoa käytetään 72 g ja 30-prosenttista 48 g.

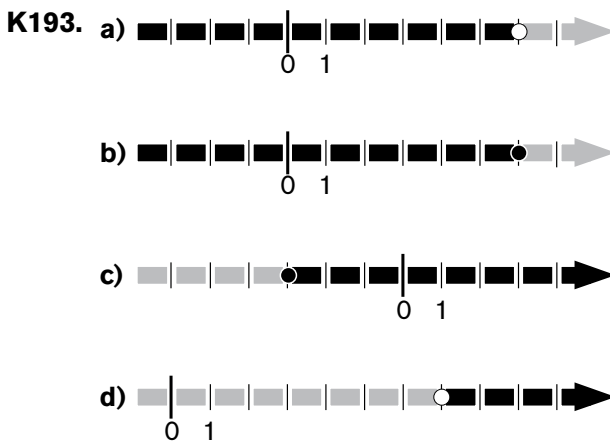
75 Verot ja maksut
228

S402. 28 620,10 €

S403. 1 542,52 €

S404. a) 21 821,60 € **b)** 438,40 €

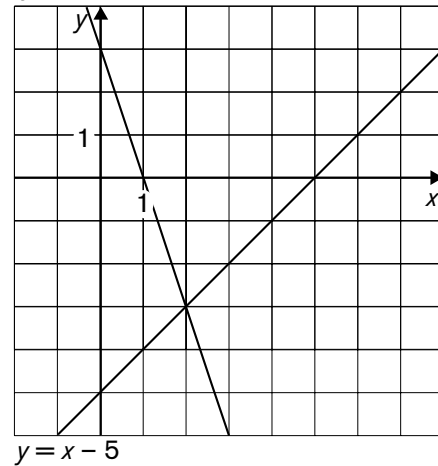
- K191.** a) Epäyhtälö $100 \geq 99$ on tosi, joten $x = 100$ on epäyhtälön $x \geq 99$ ratkaisu.
 b) Epäyhtälö $99 \geq 99$ on tosi, joten $x = 99$ on epäyhtälön $x \geq 99$ ratkaisu.
 c) Epäyhtälö $98 \geq 99$ on epätosi, joten $x = 98$ ei ole epäyhtälön $x \geq 99$ ratkaisu.
- K192.** a) Epäyhtälö $-11 < -12$ on epätosi, joten $x = -11$ ei ole epäyhtälön $x < -12$ ratkaisu.
 b) Epäyhtälö $-12 < -12$ on epätosi, joten $x = -12$ ei ole epäyhtälön $x < -12$ ratkaisu.
 c) Epäyhtälö $-13 < -12$ on tosi, joten $x = -13$ on epäyhtälön $x < -12$ ratkaisu.



- K194.** a) $x > 0$ b) $x \geq -4$
 c) $x < -5$ d) $x \leq -7$
- K195.** a) Epäyhtälö $-4 < -6$ on epätosi, joten $x = 0$ ei ole epäyhtälön $x - 4 < -6$ ratkaisu.
 b) Epäyhtälö $-5 < -6$ on epätosi, joten $x = -1$ ei ole epäyhtälön $x - 4 < -6$ ratkaisu.
 c) Epäyhtälö $-7 < -6$ on tosi, joten $x = -3$ on epäyhtälön $x - 4 < -6$ ratkaisu.

- K196.** a) $x > -1$ b) $x \leq -1$
K197. a) $x < 2$ b) $x \geq 2$

K198. $y = -3x + 3$



- a) $x \geq 5$ b) $x < 5$ c) $x < 1$ d) $x \geq 1$

- K199.** a) $x \geq 6$ b) $x > 4$
 c) $x < 1$ d) $x \leq -6$
- K200.** a) $f(x) = 0$, kun $x = -1$ tai $x = 1$
 b) $x < -1$ tai $x > 1$

54 Kertausta: Polynomien yhteen- ja vähennyslaskua

- K201.** a) $5x + 9 + (4x - 1) = 9x + 8$
 b) $5x + 9 - (4x - 1) = x + 10$

- K202.** a) $5x^2 - 1$
 b) $x^3 - 3$
 c) $2x^3 - 3$
 d) $5x^2 + 1$
 e) $5x^2 - 2x$
 f) $-5x^2 - 2x$

I
S
T
O
U
L

Muodostuu väärinpäin sana LUOTSI.

- K203.** a) $-3x - 3; -18$ b) $10x^2 - 2x; 240$
K204. a) $-4x + 1$ b) $3x^2 + 9x$
 c) $x - 4$
K205. a) $-4x$ ja $5x$ b) $x^2 - 5x$ ja $3x^2 - x$

55 Kertausta: Polynomien kerto- ja jakolaskua**249**

- K206.** a) $20x^6$ b) $-42x^{10}$
c) $5x^2$ d) $21x$

- K207.** a) $12x^2$ b) $4x^2 + 1$

- K208.** a) $9x^3 - 6x^2$

I

b) $-18x^4 + 12x^3$

R

c) $-12x^3 - 30x^2$

E

d) $3x^2 - 4x$

S

e) $-18x^4 + 12x^3$

R

f) $5x^3 - 6x^2$

U

g) $4x^5 - 4x^4$

P

Muodostuu väärinpäin sana PURSERI.

- K209.** a) $8x - 6$ b) $5x + 4$
c) $-3x + 2$ d) $-8x^6$

- K210.** a) $-10x$; 190
b) -40
c) $x - 15$; -34

56 Yhtälö ja sen ratkaisut**250**

- K211.** a) vasen puoli: $3 + 12 = 15$,
oikea puoli: 15,
 $x = 3$ on yhtälön ratkaisu
b) vasen puoli: $3 \cdot 3 + 2 = 11$,
oikea puoli: $4 \cdot 3 - 1 = 11$,
 $x = 3$ on yhtälön ratkaisu

- K212.** a) $x = 26$

F

b) $x = -8$

L

c) $x = 0$

O

d) $x = -12$

R

e) $x = -20$

I

f) $x = -6$

S

g) $x = 99$

T

h) $x = -20$

I

Muodostuu sana FLORISTI.

- K213.** a) $x = 0$
b) Yhtälö on identtisesti epätosi. Ratkaisuja ei ole olemassa.
c) $x = -2$
d) Yhtälö on identtisesti tosi. Ratkaisuina ovat kaikki muuttujan x arvot.

- K214.** a) ei ole b) on c) on d) ei ole

- K215.** a) $x = -7$ b) $x = 9$ c) $x = -1$ d) $x = 8$

57 Yhtälöharjoittelua**250**

- K216.** a) $x = -1$ b) $x = 5$ c) $x = -7$

- K217.** a) $x = 20$

G

b) $x = 16$

R

c) $x = 18$

A

d) $x = 18$

A

e) $x = -36$

F

f) $x = 40$

I

g) $x = -11$

K

h) $x = -11$

K

i) $x = -6$

O

Muodostuu sana GRAAFIKKO.

- K218.** a) $x = -49$
b) Yhtälö on identtisesti tosi. Ratkaisuina ovat kaikki muuttujan x arvot.
c) Yhtälö on identtisesti epätosi. Ratkaisuja ei ole olemassa.

- K219.** a) $x = 12$ b) $x = -26$

- K220.** a) $5(x + 8) = -5$, $x = -9$
b) $\frac{x - 2}{7} = 4$, $x = 30$

58 Yhtälöiden sovelluksia**251**

- K221.** Mökeissä yöpyi 24 ja teltoissa 36 leirikoululaista.

- K222.** 37 kirjaa

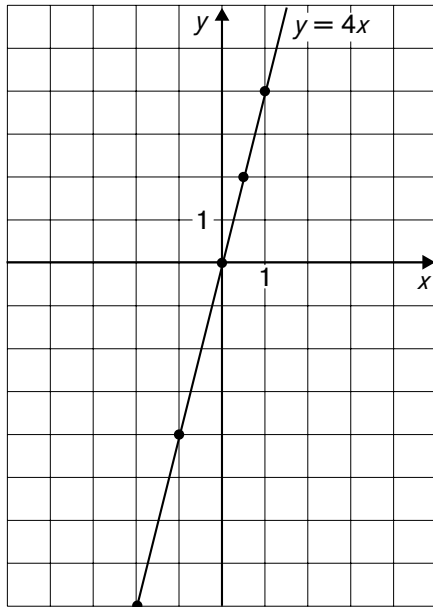
- K223.** 24 salibandypalloa

- K224.** $2(x + 16) = x + 44$, $x = 12$,
12 vuoden kuluttua

- K225.** Hannalla oli 12 euroa ja Riikalla 15 euroa.

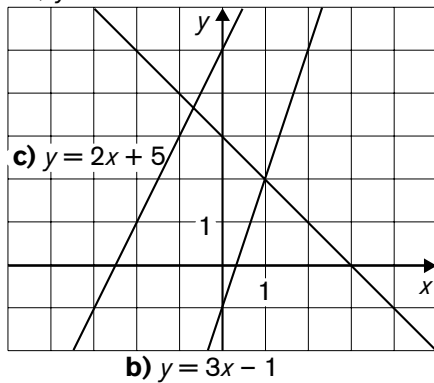
K226. a) kyllä b) kyllä c) ei d) kyllä

K227.



K228. a) esim. (8, 5), (9, 4) ja (10, 3)
 b) esim. (7, 6), (6, 5) ja (5, 4)
 c) (7, 6)

K229. a) $y = -x + 3$



K230. $A = 9$, $B = -7$, $C = 0$ ja $D = -2$

Kuva-arvoituksen luku on 28.

K231. $(-2, -3)$

K232. a) ei ole b) on

K233. a) $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = -4x \\ y = -x - 3 \end{cases}$ ja $\begin{cases} y = -4x \\ y = x - 5 \end{cases}$

K234.

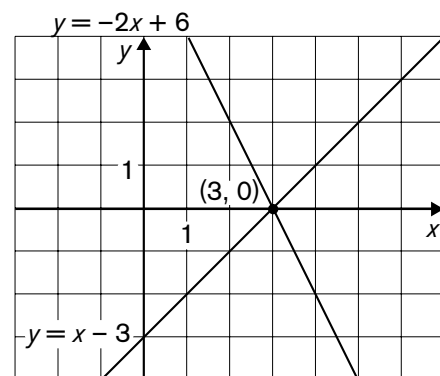
yhtälö	vasen puoli	oikea puoli
$y = x - 6$	-8	$-2 - 6 = -8$
$y = 4x$	-8	$4 \cdot (-2) = -8$

Molemmat yhtälöt toteutuvat, joten molemmat suorat kulkevat pisteen $(-2, -8)$ kautta.

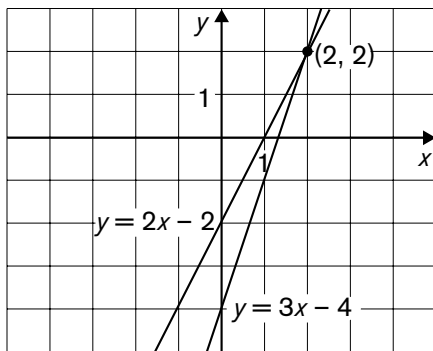
K235. a) 7 ja 7 b) 5 ja 11

61 Yhtälöparin ratkaiseminen graafisesti

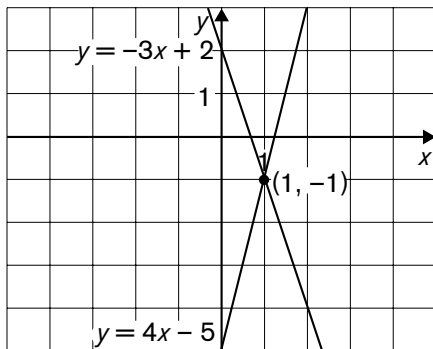
K236. $(3, 0)$



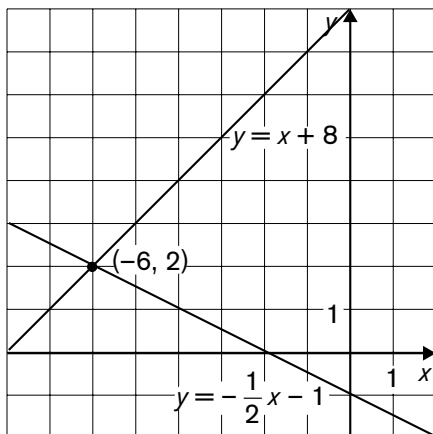
K237. a) (2, 2)



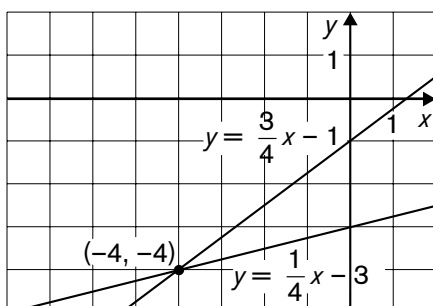
b) (1, -1)



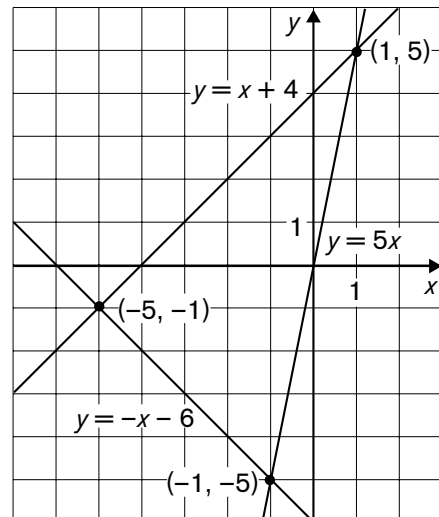
K238. a) (-6, 2)



b) (-4, -4)



K239.



Kolmion kärkipisteet ovat (-1, -5), (1, 5) ja (-5, -1).

K240. ratkaisu piste A, suorat t ja r:

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = 2 \end{cases}$$

ratkaisu piste B, suorat s ja r:

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

ratkaisu piste C, suorat t ja s:

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

K241. $x = 6$ ja $y = 25$

K242. a) $x = -3$ ja $y = -16$

b) $x = 13$ ja $y = -20$

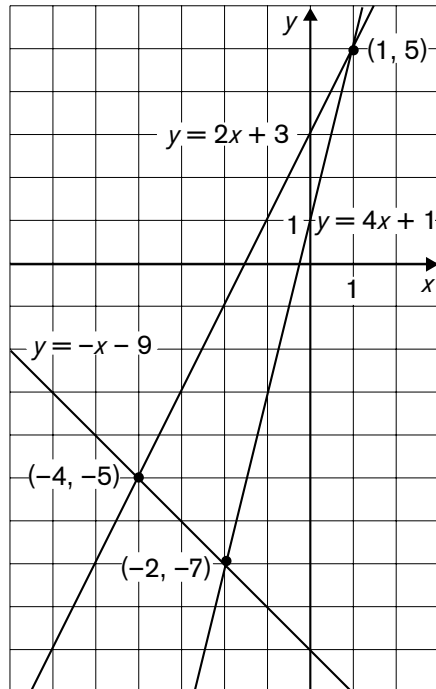
K243. a) $x = -3$ ja $y = -2$

b) $x = -2$ ja $y = -6$

K244. a) $x = -8$ ja $y = -33$

b) $x = 3$ ja $y = 5$

K245.



Kolmion kärkipisteet ovat $(-2, -7)$, $(-4, -5)$ ja $(1, 5)$.

Kuva-arvoituksen vastaus: poikasen massa on 300 g

K246. a) $x = -4$ ja $y = -15$

b) $x = 2$ ja $y = -5$

K247. a) $x = -3$ ja $y = 13$

b) $x = -5$ ja $y = -3$

K248. a) $\begin{cases} x + y = 9,2 \\ y = x + 1,6 \end{cases}$

b) Ollin repun massa on 5,4 kg ja Antin 3,8 kg.

K249. a) $x = 3$ ja $y = -3$

b) $x = \frac{1}{3}$ ja $y = \frac{2}{3}$

K250. Merkitään vesipullon hintaa muuttujalla x ja sisällön muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 2,10 \\ y = x + 1,30 \end{cases}$$

jonka ratkaisu on $x = 0,4$ ja $y = 1,7$.

Pullo maksaa 0,40 €.

K251. a) $x = 3$ ja $y = 4$

b) $x = -9$ ja $y = -5$

K252. a) $x = 6$ ja $y = 4$

b) $x = -3$ ja $y = -2$

K253. a) $x = 11$ ja $y = 13$

b) $x = -9$ ja $y = 8$

K254. Merkitään kuulakärkikynän hintaa muuttujalla x ja lyijykynän muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

jonka ratkaisu on $x = 1$ ja $y = 2$.

Kuulakärkikynän hinta oli 1 € ja

lyijykynän 2 €.

K255. Merkitään Liisan ansiota muuttujalla x ja Antin muuttujalla y . Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 3\,190 \\ x - y = 108 \end{cases}$$

jonka ratkaisu on $x = 1\,649$ ja $y = 1\,541$.

Antin kesätyöansio oli 1 541 € ja Liisan

1 649 €.

65 Yhteenlaskumenetelmän harjoittelua**254**

K256. a) $x = 5$ ja $y = 7$

b) $x = -2$ ja $y = -5$

K257. a) $x = 4$ ja $y = -20$

b) $x = 5$ ja $y = 5$

K258. Merkitään Hannan luistelupuvun hintaa muuttujalla x ja Annikan muuttujalla y .

Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 121, \end{cases}$$

jonka ratkaisu on $x = 64$ ja $y = 57$. Hannan luistelupuku maksoi 64 € ja Annikan 57 €.

K259. a) $x = -2$ ja $y = -1$

b) $x = 3$ ja $y = 4$

K260. Merkitään 20 euron stipendien lukumäärää muuttujalla x ja 50 euron muuttujalla y .

Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 20x + 50y = 400 \end{cases},$$

jonka ratkaisu on $x = 10$ ja $y = 4$. Koulussa jaettiin 10 kappaletta 20 euron stipendiä ja 4 kappaletta 50 euron stipendiä.**70 Itseisarvo****255**

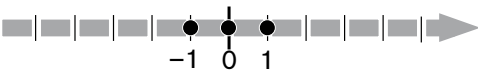
K261. a) 31 **b)** 17 **c)** 0

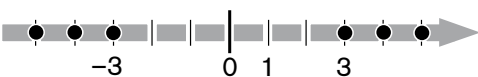
K262. a) $|0,42| = 0,42$ **b)** $|-2,33| = 2,33$

c) $|\sqrt{400}| = 20$ **d)** $|\sqrt{1,44}| = 1,2$

e) $|\frac{5}{6}| = \frac{5}{6}$ **f)** $|-1\frac{1}{7}| = 1\frac{1}{7}$

K263. a) 61 **b)** 42 **c)** 0

K264. a) 

b) 

c) kaikki kokonaisluvut toteuttavat epäyhtälön

K265. a) $-8, -7, -6, \dots, 0, 1, 2$

b) $-1, 0$ ja 1

c) $3, 4, 5, 6$ ja 7

d) $-7, -6, -5, \dots, 5, 6, 7$

71 Kertausta: Murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskua**255**

K266. a) 1 **b)** $-\frac{3}{11}$ **c)** $-\frac{1}{4}$ **d)** $-\frac{1}{2}$

K267. $^{10)} \frac{2}{3} = \frac{20}{30}, ^{2)} \frac{8}{15} = \frac{16}{30}, ^{5)} \frac{1}{6} = \frac{5}{30},$

$^{6)} \frac{3}{5} = \frac{18}{30}, ^{15)} \frac{1}{2} = \frac{15}{30} \text{ ja } ^{3)} \frac{7}{10} = \frac{21}{30},$

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{2} < \frac{8}{15} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10}$$

K268. a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{13}{20}$ **c)** 0 **d)** $\frac{13}{15}$

K269. a) $-\frac{3x}{4}$ **b)** $-\frac{7x}{24}$

K270. $1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{7}{20}$

72 Kertausta: Murtolukujen kerto- ja jakolaskua**256**

K271. a) $\frac{3}{8}$ b) $1\frac{1}{2}$ c) 4 d) $\frac{2}{3}$

K272. a)	$\frac{3}{7}$	A	f)	$1\frac{1}{4}$	E
b)	$\frac{2}{5}$	M	g)	$1\frac{1}{2}$	N
c)	$\frac{3}{7}$	A	h)	$\frac{4}{9}$	S
d)	$\frac{1}{9}$	N	i)	$\frac{4}{9}$	S
e)	$2\frac{1}{2}$	U	j)	$8\frac{1}{4}$	I

Muodostuu sana AMANUENSSI

K273. a) -3 b) $\frac{8}{49}$

K274. a) $12x^5$ b) $3x^6$ c) $\frac{18x^2}{5}$ d) x^3

K275. a) $-\frac{2x^6}{5}$ b) $2x^5$ c) $\frac{6x^2}{5}$ d) $\frac{7x^2}{5}$

73 Kertausta: Prosenttilaskentaa**256**

K276. a) 20 b) 12 %
c) 615 d) 260 %

K277. $3,15 \text{ g} \approx 3,2 \text{ g}$

K278. a) 2,61 € b) 4,41 €

K279. $\frac{46,9 \text{ g}}{0,067} = 700 \text{ g}$

K280. a) 102 € b) 86,70 €
c) $\frac{33,30 \text{ €}}{120 \text{ €}} = 27,75 \% \approx 28 \%$

74 Prosenttilaskuja**257**

K281. a) 72 g
b) 1,2 %

K282. a) $1,68 \text{ g} \approx 1,7 \text{ g}$
b) $0,876 \text{ g} \approx 0,88 \text{ g}$
c) $\frac{100 \text{ g}}{0,752 \cdot 12 \text{ g}} \approx 11$

K283. $1,23 \cdot 27,64 \text{ €} \approx 34,00 \text{ €}$

K284. a) $\frac{26,90 \text{ €}}{1,09} \approx 24,68 \text{ €}$
b) 2,22 €

K285. $0,85 \text{ €} + \frac{0,85 \text{ €}}{0,13} \approx 7,39 \text{ €}$

75 Verot ja maksut**257**

K286. a) $0,23 \cdot 2\,356,50 \text{ €}$
 $\approx 542,00 \text{ €}$
b) $0,23 \cdot 2\,917,20 \text{ €} +$
 $0,465 \cdot (3\,265,00 \text{ €} - 2\,917,20 \text{ €})$
 $\approx 832,68 \text{ €}$

K287. a) $0,1925 \cdot 15\,711,10 \text{ €} \approx 3\,024,39 \text{ €}$
b) $0,1950 \cdot 15\,711,10 \text{ €} \approx 3\,063,66 \text{ €}$

K288. a) 0 €
b) $0,215 \cdot (45\,210,41 \text{ €} - 36\,800,00 \text{ €})$
 $+ 2\,974,00 \text{ €} \approx 4\,782,24 \text{ €}$

K289. $0,065 \cdot (17\,180,88 \text{ €} - 15\,200,00 \text{ €})$
 $+ 8,00 \text{ €} + 0,1975 \cdot 15\,286,71 \text{ €}$
 $\approx 3\,155,88 \text{ €}$

K290. Katri joutuu maksamaan tuloveroa
 $0,175 \cdot (22\,734,61 \text{ €} - 22\,600,00 \text{ €})$
 $+ 489,00 \text{ €} + 0,19 \cdot 19\,692,56 \text{ €}$
 $\approx 4\,254,14 \text{ €}.$
Katri saa veronpalautusta
 $4\,617,11 \text{ €} - 4\,254,14 \text{ €} = 362,97 \text{ €}.$