

Tunnin alkuun noin vartin verran
sinulle sopivia tehtäviä kpl 1.

tai

siirry jo kappaleeseen 2

Raja-arvon määrittäminen

Taulukoimalla tai kuvaajan avulla saadaan suhteellisen hyvä tulos raja-arvosta, mutta se ei ole täydellinen.

Parempi saadaan, kun epäjatkuvuuskohta sievennetään lausekkeesta pois. Läheskään kaikkia lausekkeitä ei saada sievennettyä.

Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^5 - 4x}{x} \rightarrow \frac{3 \cdot 0^5 - 4 \cdot 0}{0} = \frac{0}{0} \text{ Error}$$

Yritetään sieventää

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^5 - 4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(3x^4 - 4)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 3x^4 - 4 \rightarrow 3 \cdot 0^4 - 4 = -4$$

Geogebra

$$\text{RajaArvo}\left(\frac{3x^5 - 4x}{x}, 0\right)$$

→ -4

Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \rightarrow \frac{4^2 - 16}{4 - 4} = \frac{0}{0} \text{ Error}$$

Haetaan MAFY:sta muistikaavat

Muistikaavat:

summan neliö	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
erotuksen neliö	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
summan ja erotuksen tulo	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4^2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x + 4)(x - 4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} x + 4 \rightarrow 4 + 4 = 8$$

Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{5})^2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{5}}{(\sqrt{x} - \sqrt{5})(\sqrt{x} + \sqrt{5})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{5}} = \frac{1}{0}$$

ERROR -> Raja-arvoa ei ole olemassa.

Haetaan MAFY:sta muistikaavat

Muistikaavat:

summan neliö	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
erotuksen neliö	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
summan ja erotuksen tulo	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

Haetaan MAFY:stä miten toisen asteen funktio hajotetaan tekijöihin

Toisen asteen polynomiyhtälö:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Toisen asteen yhtälö jaettuna tekijöihin nollakohtien avulla:

$$a_n(x - x_1)(x - x_2) = 0,$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, \quad a = 1, b = -5 \text{ ja } c = 6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 2 \text{ tai } x = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x - 3 \rightarrow 2 - 3 = -1$$

Lopputunti sinulle
sopivia tehtäviä kpl 2.