$$\begin{cases} y = x e^{2x-1} \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x e^{2x-1} = x \quad | : x \neq 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow e^{2x-1} = 1 = e^0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

(*) Erityistapaus $x = 0 \Rightarrow$ yhtälö: $0 = 0$ ✓.

TAI: $x e^{2x-1} = x \Leftrightarrow x e^{2x-1} - x = 0$

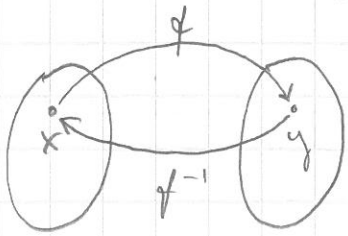
$$\Leftrightarrow x(e^{2x-1} - 1) = 0$$

$\Leftrightarrow x = 0$ tai $e^{2x-1} - 1 = 0$

$\vdots$ ⌟

$\Rightarrow$ kärkipisteet: $\underline{(0,0) \text{ ja } (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}$

7. Käänteisfunktion derivaatta



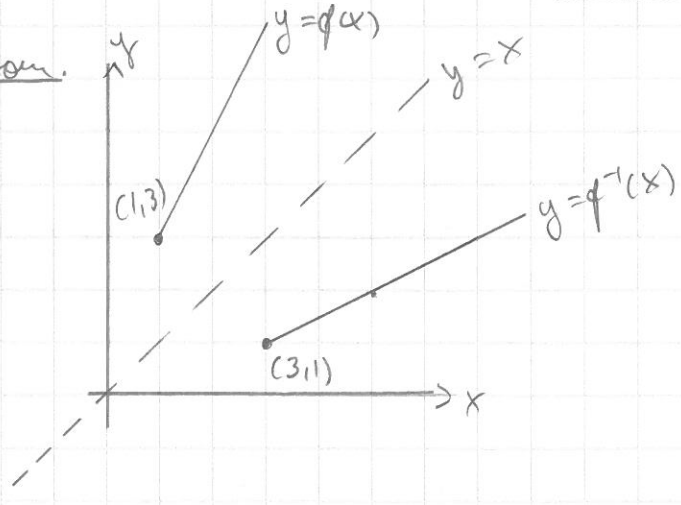
$M_f = A_{f^{-1}}$ $A_f = M_{f^{-1}}$

$$f^{-1}(f(x)) = x \quad | \frac{d}{dx} \text{ (derivoidaan } x\text{:n suhteen)}$$

$$(f^{-1})'(\underbrace{f(x)}_{y}) \cdot f'(x) = 1 \quad | : f'(x) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}}$$

Huom.



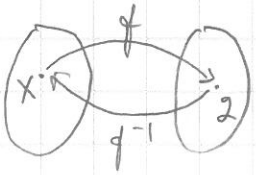
f:n ja f^{-1}:n kuvaajat ovat toistensa peilikuvia suoran $y = x$ suhteen $\Rightarrow$ f:n ja f^{-1}:n derivaatat ovat toistensa käänteisluvuja vastinpisteissään

$$\left.\begin{aligned} f'(1) &= 2 \\ (f^{-1})'(3) &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ ✓}$$

7.2 $f(x) = 2x + \ln x$, $x > 0$ f jatk. ja derivoit. aina kun $x > 0$

$f'(x) = 2 + \frac{1}{x} > 0$ kun $x > 0$ $\Rightarrow$ f aid. kasvava $\Rightarrow$ f^{-1} on olemassa

$f(x) = 2x + \ln x = y$ ei saada ratkaistua x:ää $\Rightarrow$ ei saada f^{-1}:n lauseketta



$f(x) = 2x + \ln x = 2 \Leftrightarrow x = 1$ ei muita ratk. koska f aid. kasvava