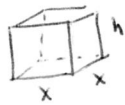


Derivaatta sovelluksia

① $32\,000\text{ l} = 32\,000\text{ dm}^3 = 32\text{ m}^3$



Tilavuus: $V = x^2 h$

$$x^2 h = 32$$

$$h = \frac{32}{x^2}$$

Pohjan ja seinien ala

$$A(x) = x^2 + xh \cdot 4 = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + 128x^{-1}, \quad x > 0$$

$$A'(x) = 2x - 128x^{-2}$$

Derivaatan nollakohdat:

$$\frac{2x - 128}{x^2} = 0$$

$$\frac{2x^3 - 128}{x^2} = 0$$

$$2x^3 - 128 = 0$$

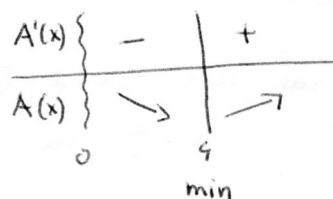
$$2x^3 = 128$$

$$x^3 = 64$$

$$x = \sqrt[3]{64}$$

$$x = 4$$

Kulkukaavio:



Funktio saa pienimmän

arvonsa kohdassa $x = 4$ ja

$$\text{tällöin korkeus on } h = \frac{32}{x^2} = \frac{32}{4^2} = 2$$

②



Olkoon teltan pohjan säde r ja sivujana s ,

jolloin korkeus $h = \sqrt{s^2 - r^2}$.

Teltan raipan ala $A = \pi r s = 16$, josta $s = \frac{16}{\pi r}$.

Teltan tilavuus $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{s^2 - r^2}$, josta

$$V(r) = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{\left(\frac{16}{\pi r}\right)^2 - r^2} = \frac{1}{3} \sqrt{256r^2 - \pi^2 r^6}$$

$V(r)$ on suurin, kun juurettava $f(r) = 256r^2 - \pi^2 r^6$, $r > 0$,
on suurin.

$$\text{Derivoidaan: } f'(r) = 512r - 6\pi^2 r^5 = 2r(256 - 3\pi^2 r^4)$$

$$\text{Nollakohdat: } f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 0 \text{ tai } r^4 = \frac{256}{3\pi^2} \Leftrightarrow r = \pm \sqrt[4]{\frac{256}{3\pi^2}}$$

Näistä vain $r = \sqrt[4]{\frac{256}{3\pi^2}}$ on kelvollinen, ja sen likiarvo on 1,715.

Se on myös tilavuuden $V(r)$ maksimikohta, joten kysyy
lattian halkaisija $2r \approx 3,43\text{ (m)}$.