

8.3

E2

Veden syvyys laiturin päässä Khao Lakissa vaihtelee nousuveden- ja laskuveden myötä 12,5 tunnin jaksoissa. Eräänä päivänä suurin syvyys 2,60 m saavutettiin kello 0.15, ja pienin syvyys 0,46 m saavuttiin kello 6.30. Oletetaan, että veden korkeuden metreinä x tunnin kuluttua keskiyöstä ilmaisee funktio $f(x) = a \sin(bx + c) + d$.

- Määritä funktion f lauseke kolmen numeron tarkkuudella.
- Arvioi 10 senttimetrin tarkkuudella veden korkeus samana päivänä kello 23.15.

Jakson kesto on 12,5 (h)

- Kijotta vastauksesta tullaan:

$$\frac{2\pi}{b} = 12,5 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{12,5} = \frac{4\pi}{25}$$

Suurin arvo on 2,6 m ja pienin arvo 0,46 m
 $\rightarrow$ Aallon leveys pystysuunnassa=2,14 m
 Tällöin suurin/pienin arvo poikkeaa aallonkeskikohdasta
 $2,14/2=1,07=\text{amplitudi}=a$

Aallon keskikohta löytyy, kun huippuarvosta vähennetään amplitudi=2,6-1,07=1,53
 Tämä kertoo kuinka paljon aaltoa nostettu ylöspäin=d.

Viimeinen muuttuja c saadaan, kun jokin piste sijoitetaan funktioon. Nyt tiedetään suurin ja pienin arvo.

$$f(x) = 1,07 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{25}x + c\right) + 1,53$$

Valitaan pienin arvo (klo 6:30=6,5h)

$$f\left(\frac{13}{2}\right) = 1,07 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{25} \cdot \frac{13}{2} + c\right) + 1,53 = 0,46$$

$$\sin\left(\frac{26\pi}{25} + c\right) = -1$$

Yksi ratkaisu löytyy kohdasta $3\pi/2$

$$\frac{26\pi}{25} + c = \frac{3\pi}{2}$$

$$c = \frac{23\pi}{50}$$

$$\rightarrow f(x) = 1,07 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{25}x + \frac{23\pi}{50}\right) + 1,53$$

$$(b) f(23,25) = 1,07 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{25} \cdot 23,25 + \frac{23\pi}{50}\right) + 1,53$$

$$\sin(4 \times \pi \div 25 \times 23,25 + 23 \times \pi \div 50) + 1,53$$

$$= 2,10333467062752638155$$

8.7

SkyWheel Helsinki on Suomen suurin maailmanpyörä. Sen halkaisija on noin 40 metriä ja lähtötaso sijaitsee pyörän alimmassa kohdassa.

Yksi kierros kestää noin 11 minuuttia. Funktio $f(t) = a \sin(bt + c) + d$ ilmaisee matkustajan lähtötasosta mitatun korkeuden metreinä t minuutin kuluttua lähtöhetkestä.

- Määritä funktion f lauseke kahden desimaalin tarkkuudella.
- Arvioi metrin tarkkuudella matkustajan korkeus lähtötasoon verrattuna 4 minuuttia lähdön jälkeen.

$$\frac{2\pi}{b} = 11 \rightarrow b = \frac{2\pi}{11}$$

Suurin arvo=40 m, kun jaksosta p
eli 5,5 min. Pienin arvo on 0, kun
kulunut koko jakso, eli 11 min.

Aallon leveys on 40 m

-> amplitudi puolet tästä=20 m=a

Samoin voidaan päätellä aallon k
kohdan olevan kohdassa 20=c

$$\frac{2\pi}{b} = 11 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{11}$$

$$f(t) = 20 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{11} \cdot t + c\right) + 20$$

Tiedetään suurin arvo

$$f\left(\frac{11}{2}\right) = 40$$

$$20 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{11} \cdot \frac{11}{2} + c\right) + 20 = 40$$

$$\sin(\pi + c) = 1 \quad \text{Yksi ratkaisu kulmalla } \pi/2$$

$$\pi + c = \frac{\pi}{2}$$

$$c = -\frac{\pi}{2}$$

$$f(t) = 20 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{11} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) + 20$$

b) $f(4) = ?$

$$f(4) = 20 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{11} \cdot 4 - \frac{\pi}{2}\right) + 20$$

$$20 \times \sin((2 \times \pi \div 11) \times 4 - \pi \div 2) + 20$$

33,0972146789057012811