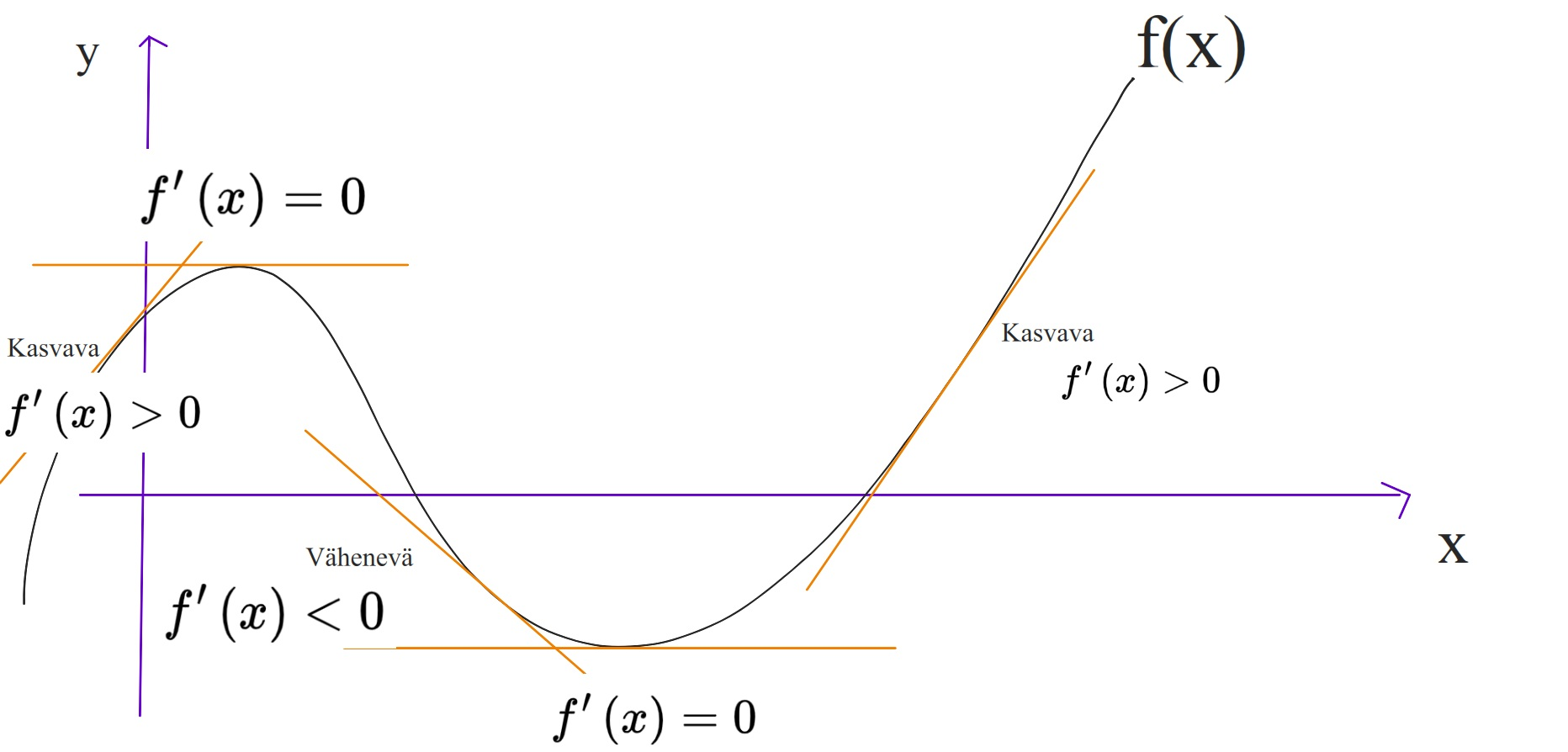
Ensimmäisellä tunnilla voit ottaa muita kiinni, eli kerrata kappaleet 1-7 tai siirry jo itsenäisesti kappaleeseen 8, johon me muut tulemme ensi tunnilla

Polynomifunktion kulku

Polynomifunktio on aina jatkuva, eli sillä ei ole määrittelyjoukkoa. Ollaan opittu, että tangentin kulmakerroin on sama kuin derivaatta -> Voidaan tutkia kulkeeko funktio ylöspäin (kasvava), alaspäin (vähenevä) tai vaakasuora -> Kasvava, jos tangentti nouseva suora, eli kulmakerroin pos, eli derivaatta pos. Vastaavasti vähenevä, jos tangentti laskeva suora, eli kulmakerroin neg., eli derivaatta neg. Vaakasuora, jos tangentti vaakasuora, eli kulmakerroin 0, eli derivaatta 0.


y
f(x)
$f'(x) = 0$
Kasvava
$f'(x) > 0$
Kasvava
$f'(x) > 0$
Vähenevä
$f'(x) < 0$
$f'(x) = 0$
x

Ratkaisuohjeet:

1) Derivoi funktio

2) Määritä derivaatan nollakohdat

3) Laske derivaatan arvot nollakohdan molemmilla puolilla

4) Muodosta ns. merkkikaavio

Muodosta funktiolle $f(x) = x^2 - 2x - 3$ kulkukaavio.

(1. vuonna ollaan opittu, että kyseessä ylöspäin aukeava paraabeli, joka leikkaa y-akselin kohdassa -3)

$f'(x) = 2x - 2 = 0 \;\; -> \;\; x = 1$ Saatiin selville paraabelin huipun x-arvo

Valitaan nollakohdan molemmilta puolilta jokin arvo ja sijoitetaan se derivaattaan

$f'(0) = 2 \cdot 0 - 2 = -2$ vähenevä vas. puolella

$f'(2) = 2 \cdot 2 - 2 = 2$ kasvava oikealla puolella

x		1	
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

Kulkukaavion voi myös tehdä piirto-ohjelmalla. Siinä viivojen täytyy olla suorat, muuten merkit voi tehdä vapaalla kädellä

8.5

E3

Määritä derivaattaa käyttäen funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ ääriarvot, kun $x \geq -1$.

Ääriarvot tarkoittavat funktion suurinta ja pienintä arvoa, jotka löydetään kulkukaaviolla.

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$

$f'(x) = 3x^2 - 12x = 0$

$x(3x - 12) = 0$

$x = 0 \; tai \; x = 4$ Molemmat kelpaavat, kun oli ehtona $x \geq -1$

Lasketaan derivaatan arvot -1 ja 0 välissä, 0 ja 4 välissä ja 4 oikealla puolella

$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} + 6 = \frac{27}{4}$ kasvava

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 = 3 - 12 = -9$ vähenevä

$f'(5) = 3 \cdot 5^2 - 12 \cdot 5 = 75 - 60 = 15$ kasvava

x	-1		0		4	
$f'(x)$		+		−		+
$f(x)$		↗		↘		↗
	min		max		min	

Kohdat, joissa kulkusuunta vaihtuu ovat maksimeja ja minimejä

Funktion maksimi saadaan sijoittamalla x=0 funktioon

$f(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 5 = 5$

Funktion minimi saadaan sijoittamalla x=4 funktioon

$f(4) = 4^3 - 6 \cdot 4^2 + 5 = 64 - 96 + 5 = -27$

Toinen minikohta on alueen reuna, eli x=-1

$f(-1) = (-1)^3 - 6 \cdot (-1)^2 + 5 = -1 - 6 + 5 = -2$