

A-osa

1. Määritellään funktio $f(x) = (3x + 2)(2x - 1)$.

- a) Laske $f(2)$
- b) Laske $f'(2)$
- c) Laske $f'(x)$

Ratkaisu

a) $f(2) = (3 \cdot 2 + 2)(2 \cdot 2 - 1) = (6 + 2)(4 - 1) = 8 \cdot 3 = \mathbf{24}$.

b) $f(x) = (3x + 2)(2x - 1) = 6x^2 - 3x + 4x - 2 = 6x^2 + x - 2$
 $f'(x) = D(6x^2 + x + 2) = 12x + 1$
 $f'(2) = 12 \cdot 2 + 1 = \mathbf{25}$.

c) $f'(x) = \mathbf{12x + 1}$

2.

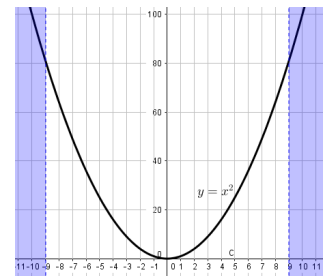
- a) Sievennä lauseke $\frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$.
- b) Ratkaise epäyhtälö $2x^2 > 162$.
- c) Ratkaise yhtälö $3^{2x} = 27^{x+2}$

Ratkaisu

a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6+2+4}{9} = \frac{12}{9} = \mathbf{1\frac{1}{3}}$

(Vastaus saa olla myös muodossa $\frac{4}{3}$)

- b) $2x^2 > 162$ jaetaan puolittain luvulla 2
 $x^2 > 81$ Tutkitaan, milloin on yhtä suuri
 $x^2 = 81$ Plusmiinus neliöjuuri...
 $x = -9$ tai $x = 9$
Päätellään ratkaisuksi, että $x^2 > 81$,
kun $x < -9$ tai $x > 9$

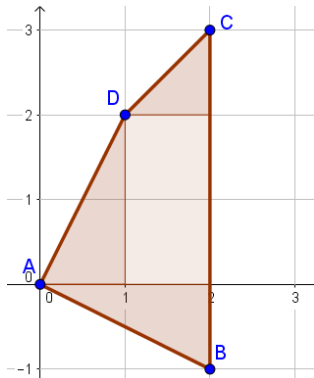


- c) $3^{2x} = 27^{x+2}$ yritetään muuttaa oikealle puolellekin kantaluvuksi luku 3
Luku 27 on sama asia kuin $3 \cdot 3 \cdot 3$

$3^{2x} = (3^3)^{x+2}$ Potenssin potenssi laskusääntö: $(x^a)^b = x^{ab}$
 $3^{2x} = 3^{3(x+2)}$ Yhtälö on tosi, kun eksponentit ovat yhtäsuuret...
 $2x = 3(x + 2)$
 $2x = 3x + 6$
 $2x - 3x = 6$
 $-x = 6$
 $x = -6$

3. Monikulmion kärjet sijaitsevat pisteissä $(0, 0)$, $(2, -1)$, $(2, 3)$ ja $(1, 2)$.
Laske monikulmion pinta-ala.

Ratkaisu



Pilkotaan alue kolmioksi ja yhdeksi suorakulmioksi. Kolmioiden pinta-alat lasketaan kaavalla kanta kertaa korkeus jaettuna kahdella ja suorakulmion ala on kanta kertaa korkeus:

$$\frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{1 \cdot 2}{2} + \frac{1 \cdot 1}{2} + 1 \cdot 2 = 1 + 1 + \frac{1}{2} + 2 = 4\frac{1}{2}$$

Vastaus saa olla myös muodossa 4,5

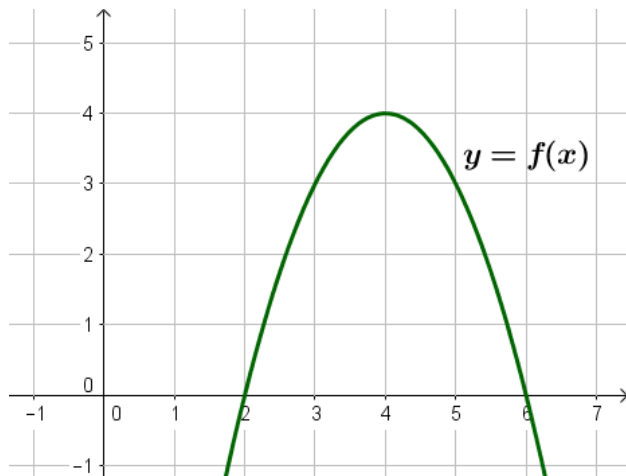
(Voi kuviosta perustella mullakin tavalla, että pinta-ala on 4,5. Alimmainen kolmio voidaan kiertää ylöspäin, jolloin syntyy 2×2 kokoinen neliö ja puolikas ruutu, eli ala on 4,5)

4. Täydennä oikeiden vaihtoehtojen numerot alempaan taulukkoon.

		1	2	3
A	Lausekkeen $1,2^3$ arvo on	17,28	1,728	1,44
B	Tilavuus puoli litraa on sama kuin	50 cl	500 cl	5000 cl
C	Luvun $b - a$ vastaluku on	$a - b$	$b + a$	$-a + b$
D	Tuotteen hinta nousee 20 %, jonka jälkeen se laskee 20 %. Lopullinen hinta on alkuperäiseen verrattuna...	kalliimpi	halvempi	yhtä suuri
E	Luvuista $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{6}$ ja $\frac{1}{6}$ suurin on	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$
F	Kun luku 5 jaetaan luvulla $\frac{1}{3}$, saadaan luku...	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$	15

kohta	A	B	C	D	E	F
vaihtoehdon numero	2	1	1	2	2	3

5. Alla oleva kuva esittää 2. asteen polynomifunktion $f(x)$ kuvaajaa.



a) Ratkaise $f(x) = 3$. Vastaus: **x=3 tai x=5**

b) Ratkaise $f'(x) = 0$. Vastaus: **x=4**
(derivaatan nollakohta on paraabelin huipussa.)

c) Onko funktion f derivaattafunktion kuvaaja nouseva vai laskeva suora?

Vastaus: **laskeva suora**

(Derivaatta on aluksi positiivinen, koska funktio on kasvava, ja kohdan $x=4$ jälkeen derivaatta on negatiivinen, koska kuvaaja on vähenevä, derivaatan kuvaaja on laskeva suora, koska sen arvot menevät plussasta miinukseksi, eli vähenevät.)