

9.1

- a) Ympyrän pinta-ala on 18cm^2 .

Ratkaistaan ympyrän säde r .

$$A = \pi r^2$$

Sijoitetaan $A = 18$.

$$18 = \pi r^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$r = -2,3936... \text{ tai } r = 2,3926...$$

Pituus on positiivinen luku, joten $r = 2,3926... \text{ cm}$.

Lasketaan ympyrän halkaisija.

$$d = 2r = 2 \cdot 2,3936... \text{ cm} = 4,7873... \text{ cm} \approx 4,8 \text{ cm}$$

- b) Lasketaan ympyrän piiri.

$$p = 2\pi r$$

Sijoitetaan $r = 2,3926... \text{ .}$

$$= 2\pi \cdot 2,3926...$$

$$= 15,0397...$$

$$\approx 15 \text{ (cm)}$$

Vastaus

- a) $4,8 \text{ cm}$

- b) 15 cm

9.2

- a) Lasketaan ympyrän kehän pituus.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r && \text{Sijoitetaan } r = 4,5. \\ &= 2\pi \cdot 4,5 \\ &= 28,2743... \\ &\approx 28 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 && \text{Sijoitetaan } r = 4,5. \\ &= \pi \cdot 4,5^2 \\ &= 63,6172... \\ &\approx 64 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

- b) Lasketaan ympyrän säde r .

$$\begin{aligned} r &= \frac{d}{2} && \text{Sijoitetaan } d = 5,0. \\ &= \frac{5,0}{2} \\ &= 2,5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän kehän pituus.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r && \text{Sijoitetaan } r = 2,5. \\ &= 2\pi \cdot 2,5 \\ &= 15,7079... \\ &\approx 16 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 && \text{Sijoitetaan } r = 2,5. \\ &= \pi \cdot 2,5^2 \\ &= 19,6349... \\ &\approx 20 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Vastaus

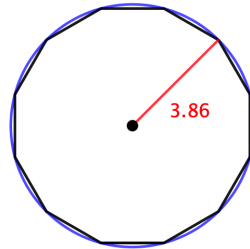
- a) $p = 28 \text{ cm}$, $A = 64 \text{ cm}^2$
b) $p = 16 \text{ cm}$, $A = 20 \text{ cm}^2$

9.3

- a) Piirretään jana, jonka pituus on 2. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on 12 kärkipistettä.

Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki 12-kulmion kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.

Määritetään ympyrän keskipiste ja mitataan ympyrän säde. Ympyrän säde on 3,86.



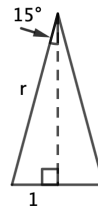
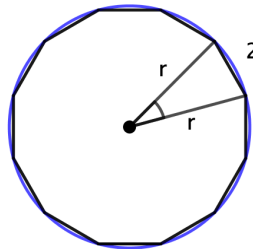
- b) Ympyrällä ja 12-kulmiolla on yhteinen keskipiste.

Keskipisteestä 12-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 12-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.

Vastaavia kolmioita muodostuu kaksitoista, joten kolmion huippukulman suuruus on

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ.$$

Tasakylkisen kolmion huippukulmasta kannalle piirretty korkeusjana puolittaa huippukulman ja kannan. Ratkaistaan ympyrän säde r suorakulmaisesta kolmiosta.



$$\sin 15^\circ = \frac{1}{r}$$

Sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$\begin{aligned} r &= (\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

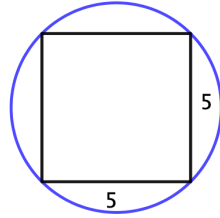
Vastaus

a) 3,86

b) $(\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

9.4

a) Piirretään jana, jonka pituus on 5. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on 4 kärkipistettä.



Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki neliön kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.

b) Neliön lävistä on yhtä suuri kuin ympyrän halkaisija.

Ratkaistaan ympyrän halkaisija d Pythagoraan lauseella.

$$d^2 = 5^2 + 5^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$d = -5\sqrt{2} \text{ tai } d = 5\sqrt{2}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $d = 5\sqrt{2}$.

Lasketaan säteen r pituus.

$$\begin{aligned} r &= \frac{d}{2} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

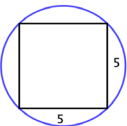
Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$A = \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } r = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\begin{aligned} &= \pi \cdot \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)^2 \\ &= \frac{25}{5} \pi \end{aligned}$$

Ympyrän pinta-ala on $\frac{25}{2} \pi$.

Vastaus

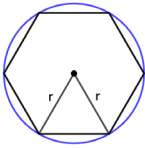


a)

b) $\frac{25}{2} \pi$

9.5

- a) Ympyrällä ja säännöllisellä kuusikulmiolla on yhteinen keskipiste. Keskipisteestä kuusikulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat kuusikulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion. Vastaavia kolmioita muodostuu kuusi, joten kolmion huippukulman suuruus on $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$. Kolmio on siten myös tasasivuinen.



Ratkaistaan kolmion korkeus h Pythagoraan lauseella.

$$h^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 = r^2 \quad \left| -\left(\frac{r}{2}\right)^2 \right. \quad a^2 + b^2 = c^2, \text{ missä}$$

$$a = h, b = \frac{r}{2} \text{ ja } c = r.$$

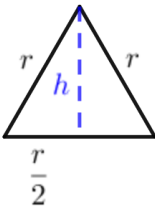
$$h^2 = r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 4) r^2 - \frac{r^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4r^2 - r^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3r^2}{4}$$

$$h = -\frac{\sqrt{3}}{2}r \text{ tai } h = \frac{\sqrt{3}}{2}r$$



Pituus on positiivinen luku, joten $h = \frac{\sqrt{3}}{2}r$.

Kolmion pinta-ala on $\frac{1}{2}r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}r = \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$.

Kuusikulmiossa vastaavia kolmioita on kuusi, joten kuusikulmion pinta-ala on $\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \frac{\sqrt{3}}{4}r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}r^2$.

Ympyrän pinta-ala on πr^2 .

Lasketaan ympyrän pinta-alan suhde kuusikulmion pinta-alaan.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{\pi}} \overset{2}{\cancel{r^2}}}{\overset{2}{\cancel{3\sqrt{3}}} \overset{1}{\cancel{r^2}}} = \pi \cdot \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$$

b) Ilmaistaan pinta-alojen suhde prosentteina.

$$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \approx 1,2091... \approx 120,9 \%$$

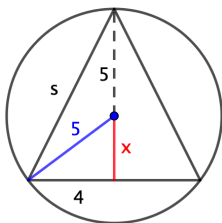
Ympyrän pinta-ala on 120,9 % kuusikulmion pinta-alasta, joten ympyrän pinta-ala on $120,9 \% - 100 \% = 20,9 \% \approx 21 \%$ suurempi kuin kuusikulmion pinta-ala.

Vastaus

a) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

b) 21 %

9.6



Ratkaistaan x Pythagoraan lauseella.

$$x^2 + 4^2 = 5^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -3 \text{ tai } x = 3$$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = 3$.

Tasakylkisen kolmion korkeus on $x + 5 = 3 + 5 = 8$.

Ratkaistaan sivun s pituus Pythagoraan lauseella.

$$8^2 + 4^2 = s^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$s = -4\sqrt{5} \text{ tai } s = 4\sqrt{5}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $s = 4\sqrt{5}$.

Vastaus

$$4\sqrt{5}$$

9.7

Lammen piiri on 270 metriä. Ratkaistaan lammen säde r .

$$p = 2\pi r \quad \text{Sijoitetaan } p = 270.$$

$$270 = 2\pi r \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r = 42,9718... \text{ (m)}$$

Lasketaan lammen pinta-ala A .

$$A = \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } r = 42,9718... .$$

$$= \pi \cdot 42,9718...^2$$

$$= 5801,1976... \text{ (m}^2\text{)}$$

Lammen pinta-ala on $5801,1976... \text{ m}^2 \approx 0,58 \text{ ha}$.

Vastaus

0,58 ha

9.8

Muutetaan renkaan ulkohalkaisija senttimetreiksi.

$$d = 26'' = 26 \cdot 2,54 \text{ cm} = 66,04 \text{ cm}$$

Lasketaan renkaan ympärysmitta p .

$$\begin{aligned} p &= \pi d && \text{Sijoitetaan } d = 66,04. \\ &= \pi \cdot 66,04 \\ &= 207,4707... \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monta kertaa rengas pyörähtää mökkitiellä.

$$\begin{aligned} &\frac{20\,000}{207,4707...} && 200 \text{ m} = 20\,000 \text{ cm} \\ &= 96,3991... \\ &\approx 96 \end{aligned}$$

Tarvitaan 96 pyörähdystä.

Vastaus

96 pyörähdystä

9.9

Ratkaistaan sisemmän kehätien säde r .

$$p_1 = 2\pi r_1 \quad \text{Sijoitaan } p_1 = 97.$$

$$97 = 2\pi r_1 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r_1 = 15,4380... \text{ (km)}$$

Lasketaan ulomman kehätien säde r_2 .

$$r_2 = 8,5 \text{ km} + 15,4380... \text{ km} = 23,9380... \text{ km}$$

Lasketaan ulomman kehätien pituus p_2 .

$$p_2 = 2\pi r_2 \quad \text{Sijoitetaan } r_2 = 23,9380... .$$

$$= 2\pi \cdot 23,9380...$$

$$= 150,4070...$$

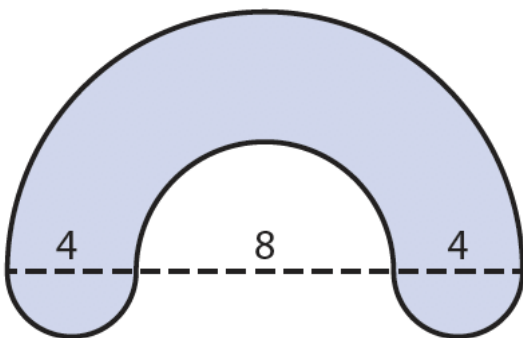
$$\approx 150 \text{ (km)}$$

Ulomman kehätien pituus on 150 km.

Vastaus

150 km

9.10



Alue koostuu puolimpiyröistä, joiden säteet ovat 2, 2, 4 ja 8.

Lasketaan väritetyn alueen piiri.

$$p = 2\pi \cdot 2 + \pi \cdot 4 + \pi \cdot 8 = 16\pi$$

Lasketaan väritetyn alueen pinta-ala.

$$A = \frac{1}{2}\pi \cdot 8^2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 = 28\pi$$

Vastaus

$$p = 16\pi, \quad A = 28\pi$$

9.11

- a) Altaan pohjan pinta-ala on $1,2 \text{ m}^2$. Ratkaistaan altaan pohjan säde r .

$$A = \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } A = 1,2.$$

$$1,2 = \pi r^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r = -0,6180... \text{ tai } r = 0,6180...$$

Pituus on positiivinen luku, joten $r = 0,6180... \text{ m}$.

Lasketaan altaan halkaisija.

$$d = 2r = 2 \cdot 0,6179... \text{ m} = 1,2360... \text{ m} \approx 1,2 \text{ m}$$

- b) Lasketaan altaan ympärysmitta.

$$p = \pi d \quad \text{Sijoitetaan } d = 1,2360... .$$

$$= \pi \cdot 1,2360...$$

$$= 3,8832...$$

$$\approx 3,9 \text{ (m)}$$

Vastaus

a) $1,2 \text{ m}$

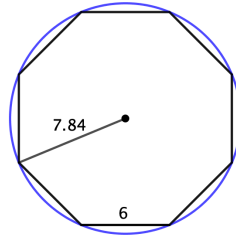
b) $3,9 \text{ m}$

9.12

- a) Piirretään jana, jonka pituus on 6. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on 8 kärkipistettä.

Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki 8-kulmion kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.

Määritetään ympyrän keskipiste ja mitataan ympyrän säde. Ympyrän säde on 7,84.



- b) Ympyrällä ja 8-kulmiolla on yhteinen keskipiste.

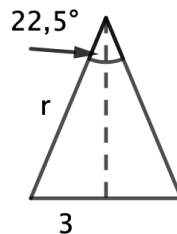
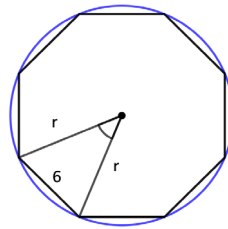
Keskipisteestä 8-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 8-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.

Vastaavia kolmioita muodostuu kahdeksan, joten kolmion huippukulman suuruus on

$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ.$$

Tasakylkisen kolmion huippukulmasta kannalle piirretty korkeusjana puolittaa huippukulman ja kannan.

Ratkaistaan ympyrän säde r suorakulmaisesta kolmiosta.



$$\sin 22,5^\circ = \frac{3}{r}$$

Sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

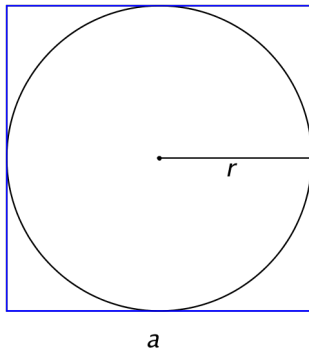
$$r = 3\sqrt{2(\sqrt{2} + 2)}$$

Vastaus

a) 7,84 b) $3\sqrt{2(\sqrt{2} + 2)}$

9.13

Piirretään mallikuva.



Neliön pinta-ala on $A_n = a^2$.

Ympyrän säde on puolet neliön sivun pituudesta: $r = \frac{a}{2}$.

Ympyrän pinta-ala on $A_y = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Lasketaan pinta-alojen suhde.

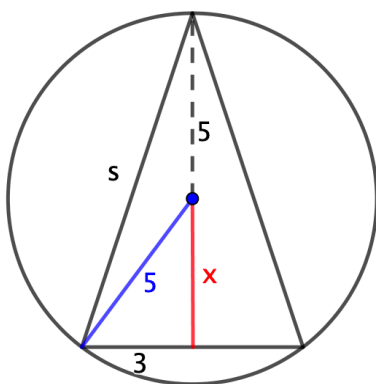
$$\frac{A_y}{A_n} = \frac{\frac{\pi a^2}{4}}{a^2} = \frac{\pi}{4} = 0,7853... \approx 78,53... \%$$

Ympyrän pinta-ala on $78,53... \% \approx 79 \%$ neliön pinta-alasta.

Vastaus

79 %

9.14



Ratkaistaan x Pythagoraan lauseella.

$$x^2 + 3^2 = 5^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -4 \text{ tai } x = 4$$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = 4$.

Tasakylkisen kolmion korkeus on $x + 5 = 4 + 5 = 9$.

Ratkaistaan sivun s pituus Pythagoraan lauseella.

$$9^2 + 4^2 = s^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$s = -3\sqrt{10} \text{ tai } s = 3\sqrt{10}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $s = 3\sqrt{10}$.

Tasakylkisen kolmion piirin pituus on $3\sqrt{10} + 3\sqrt{10} + 6 = 6\sqrt{10} + 6$.

Vastaus

$$6\sqrt{10} + 6$$

9.15

Muutetaan renkaiden ulkohalkaisijat senttimetreiksi.

$$d_1 = 28'' = 28 \cdot 2,54 \text{ cm} = 71,12 \text{ cm}$$

ja

$$d_2 = 26'' = 26 \cdot 2,54 \text{ cm} = 66,04 \text{ cm}$$

Lasketaan 28 tuuman renkaan ympärysmitta.

$$\begin{aligned} p &= \pi d && \text{Sijoitetaan } d = 71,12. \\ &= \pi \cdot 71,12 \\ &= 223,4300... \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monta kertaa 28 tuumainen rengas olisi pyörrähtänyt 23,5 kilometrin matkalla.

$$\begin{aligned} \frac{2\,350\,000}{223,4300...} &&& 23,5 \text{ km} = 23\,500 \text{ m} = 2\,350\,000 \text{ cm} \\ &= 10\,517,8322... \end{aligned}$$

Lasketaan todellinen matka oikealla rengaskoolla.

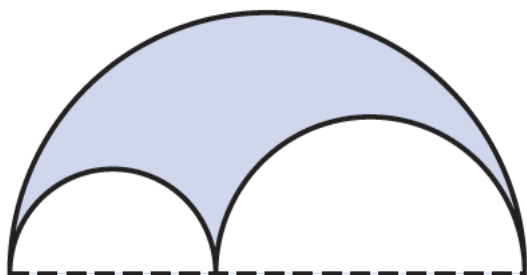
$$10\,517,8322... \cdot \pi \cdot 66,04 \text{ cm} = 2\,182\,142,8571... \text{ cm} \approx 21,8 \text{ km}$$

Iiro ajoi 21,8 kilometrin matkan.

Vastaus

21,8 km

9.16



Pienempien puoliympyröiden säteet ovat 2 ja 3.

Ison puoliympyrän säde on $2 + 3 = 5$.

Varjostetun kuvion piiri p saadaan, kun lasketaan yhteen puoliympyröiden piirit.

Varjostetun kuvion piiri $p = \pi \cdot 2 + \pi \cdot 3 + \pi \cdot 5 = 10\pi$.

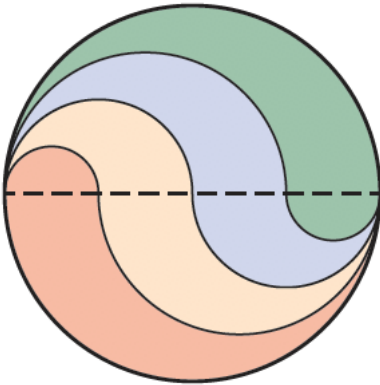
Varjostetun kuvion pinta-ala A saadaan, kun vähennetään ison puoliympyrän pinta-alasta pienempien puoliympyröiden pinta-alat.

Varjostetun kuvion pinta-ala on $A = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 6\pi$.

Vastaus

$$p = 10\pi, \quad A = 6\pi$$

9.17



Ympyrän säde on 4. Käyrät jakavat ympyrän halkaisijan neljään yhtä suureen osaan, joiden pituus on 2.

Oranssin alueen pinta-ala muodostuu ympyrän halkaisijan yläpuolella olevan 1-säteisen puoliympyrän pinta-alasta sekä halkaisijan alapuolella olevien 4- ja 3-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta.

$$\text{Oranssin alueen pinta-ala on } \frac{\pi \cdot 1^2}{2} + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 4\pi.$$

Symmetrian nojalla oranssin ja vihreän alueen pinta-alat ovat samat, eli vihreän alueen pinta-ala on myöskin 4π .

Keltaisen alueen pinta-ala muodostuu ympyrän halkaisijan yläpuolella olevien 2- ja 1-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta sekä ympyrän halkaisijan alapuolella olevien 3- ja 2-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta.

$$\text{Keltaisen alueen pinta-ala on } \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} + \frac{\pi \cdot 3^2}{2} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 4\pi$$

Symmetrian nojalla keltaisen ja sinisen alueen pinta-alat ovat samat, eli sinisen alueen pinta-ala on myöskin 4π .

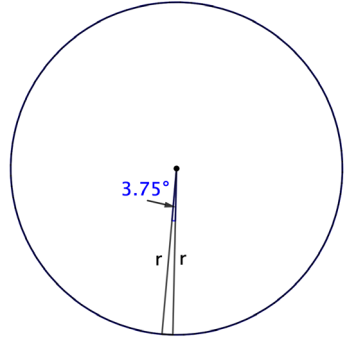
On osoitettu, että eriväristen alueiden pinta-alat ovat samat. $\square$

9.18

a)

Ympyrällä ja sen sisään piirretyllä säännöllisellä 96-kulmiolla on yhteinen keskipiste. Keskipisteestä 96-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 96-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.

Vastaavia kolmioita muodostuu 96, joten kolmion huippukulman suuruus on $\frac{360^\circ}{96} = 3,75^\circ$.



Lasketaan yhden kolmion pinta-ala.

$$A = \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin 3,75^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} ac \sin \beta, \text{ missä}$$

$$a = r, \quad b = r \quad \text{ja} \quad \beta = 3.75^\circ.$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin 3,75^\circ$$

$$96\text{-kulmion pinta-ala on } 96 \cdot \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin 3,75^\circ = 48 r^2 \cdot \sin 3,75^\circ.$$

Ympyrän pinta-ala on πr^2 .

Ratkaistaan luvun π kaksidesimaalinen likiarvo arvioimalla ympyrän pinta-alaa ympyrän sisään piirretyin 96-sivuisen monikulmion pinta-alan avulla.

$$\pi r^2 \approx 48 r^2 \cdot \sin 3,75^\circ \quad | : r^2$$

$$\pi \approx 48 \sin 3,75^\circ$$

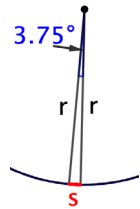
$$\approx 3,1393\dots$$

$$\approx 3,14$$

Luvun π kaksidesimaalinen likiarvo on 3,14.

b)

Ratkaistaan 96-kulmion sivun s pituus kosinilauseella.



$$s^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 3,75^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, \text{ missä } c = s, a = r, b = r \text{ ja } \gamma = 3,75^\circ.$$

$$= 2r^2 - 2r^2 \cdot \cos 3,75^\circ$$

$$= 2r^2(1 - \cos 3,75^\circ)$$

$$s = r\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)} \text{ tai } s = -r\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $s = r\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)}$.

96-kulmion piiri on $96 \cdot r\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)}$.

Ympyrän piiri on $2\pi r$.

Ratkaistaan luvun π kaksidesimaalinen likiarvo arvioimalla ympyrän piiriä ympyrän sisään piirretyn 96-sivuisen monikulmion piirin avulla.

$$2\pi r \approx 96r\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)} \quad |: 2r$$

$$\pi \approx 48\sqrt{2(1 - \cos 3,75^\circ)}$$

$$\approx 3,1410\dots$$

$$\approx 3,14$$

Luvun π kaksidesimaalinen likiarvo on 3,14.

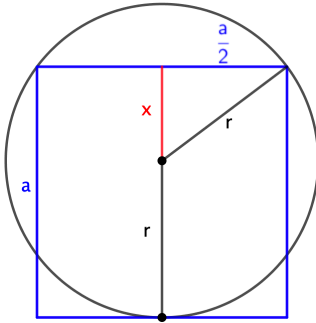
Vastaus

a) $3,1393\dots \approx 3,14$

b) $3,1410\dots \approx 3,14$

9.19

a) Täydennetään kuvaa ja käytetään kuvan merkintöjä.



Ratkaistaan x Pythagoraan lauseella.

$$x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = r^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -\frac{\sqrt{4r^2 - a^2}}{2} \quad \text{tai} \quad x = \frac{\sqrt{4r^2 - a^2}}{2}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = \frac{\sqrt{4r^2 - a^2}}{2}$.

Ratkaistaan ympyrän säde r .

$$a = x + r \quad \text{Sijoitetaan } x = \frac{\sqrt{4r^2 - a^2}}{2}.$$

$$a = \frac{\sqrt{4r^2 - a^2}}{2} + r \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r = \frac{5a}{8}$$

Neliön piiri on $4a$.

$$\text{Ympyrän piiri on } 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{5a}{8} = \frac{5a\pi}{4} = 3,9269...a$$

Neliön piiri on pidempi.

Lasketaan neliön piirin suhde ympyrän piiriin.

$$\frac{\frac{4a}{5a\pi}}{4} = 1,0185... = 101,85... \%$$

Neliön piiri on $101,85... \% - 100 \% = 1,85... \% \approx 1,9 \%$ pidempi kuin ympyrän piiri.

b) Neliön pinta-ala on a^2 .

$$\text{Ympyrän pinta-ala on } \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{5a}{8}\right)^2 = \frac{25a^2\pi}{64} = 1,2271...a^2$$

Ympyrän pinta-ala on suurempi.

Lasketaan ympyrän pinta-alan suhde neliön pinta-alaan

$$\frac{\frac{25a^2\pi}{64}}{a^2} = 1,2271... = 122,71... \%$$

Ympyrän pinta-ala on $122,71... \% - 100 \% = 22,71... \% \approx 22,7 \%$ suurempi kuin neliön pinta-ala.

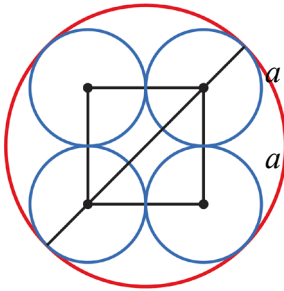
Vastaus

a) Neliön piiri on $1,9 \%$ pidempi.

b) Ympyrän pinta-ala on $22,7 \%$ suurempi.

9.20

Piirretään mallikuva



Merkitään pienen ympyrän sädettä kirjaimella a .

Pienten ympyröiden keskipisteet muodostavat neliön, jonka sivun pituus on $2a$.

Ratkaistaan neliön lävistäjä d Pythagoraan lauseella.

$$(2a)^2 + (2a)^2 = d^2$$

$$d = -2\sqrt{2}a \text{ tai } d = 2\sqrt{2}a$$

Pituus on positiivinen luku, joten lävistäjä $d = 2\sqrt{2}a$.

Ison ympyrän halkaisija on $2R = 2a + 2\sqrt{2}a$.

Ratkaistaan pienen ympyrän säde a .

$$2R = 2a + 2\sqrt{2}a \quad \text{Erotetaan yhteinen tekijä } 2a.$$

$$2R = 2a(1 + \sqrt{2}) \quad |:2$$

$$R = a(1 + \sqrt{2}) \quad |:(1 + \sqrt{2})$$

$$a = \frac{R}{1 + \sqrt{2}}$$

Huomaa, jos ratkaiset säteen a CAS-laskimella, voit saada vastaukseksi

$$\text{esimerkiksi } a = (\sqrt{2} - 1)R \text{ tai } a = \frac{2R}{2\sqrt{2} + 2}.$$

Vastaus

$$\frac{R}{1 + \sqrt{2}}$$