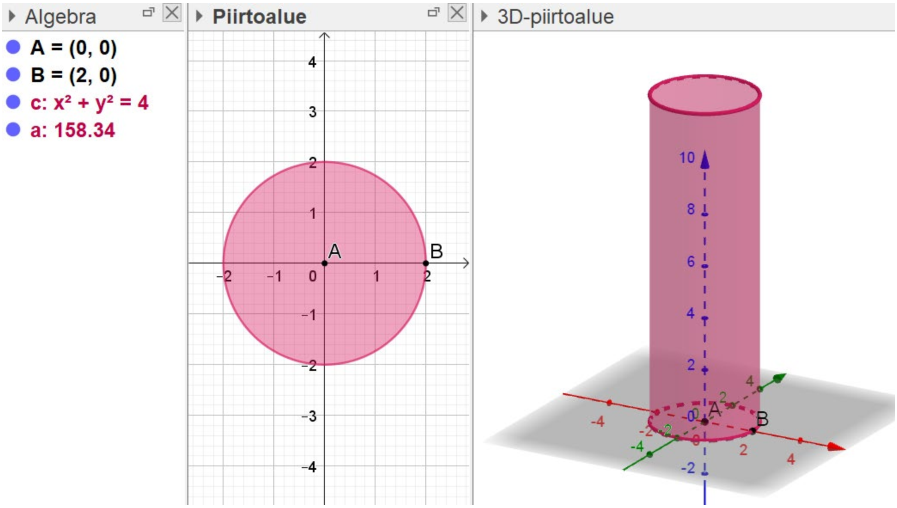
14.1

Piirretään 2D-piirtoalueessa lieriön pohjaksi ympyrä, jonka säde on 2,0. Laajennetaan 3D-piirtoalueessa ympyrä suoraksi ympyrälieriöksi, jonka korkeus on 12,6. Mitataan lieriön tilavuus.



Lieriön tilavuus on kahden numeron tarkkuudella 160.

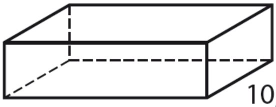
Lasketaan lieriön tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= A_p h && \text{Pohja on ympyrä, joten } A_p = \pi r^2. \\ &= \pi r^2 h && \text{Sijoitetaan } r = 2{,}0 \text{ ja } h = 12{,}6. \\ &= \pi \cdot 2{,}0^2 \cdot 12{,}6 \\ &= 158{,}33\ldots \\ &\approx 160 \end{aligned}$$

Vastaus
160

14.2

a)



Koska kysytään tilavuutta litroina, muunnetaan pituusmitat desimetreiksi.

12,5 cm = 1,25 dm
10,0 cm = 1,00 dm
1,45 cm = 0,145 dm

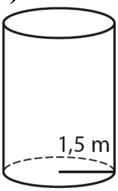
Lasketaan tilavuus.

$$V = 1,25 \cdot 1,00 \cdot 0,145 = 0,18125 \ \ (\mathrm{dm}^3)$$

Muunnetaan tilavuus litroiksi.

$$0,18125 \ \mathrm{dm}^3 = 0,18125 \ \mathrm{L} \approx 0,181 \ \mathrm{L}$$

b)



Koska kysytään tilavuutta litroina, muunnetaan pituusmitat desimetreiksi.

1,5 m = 15 dm
4,0 m = 40 dm

Lasketaan tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= A_p h && \Big| \ A_p = \pi r^2 \\ &= \pi r^2 \cdot h && \Big| \ r = 15 \text{ dm}, \ h = 40 \text{ dm} \\ &= \pi \cdot 15^2 \cdot 40 \\ &= 28\,274,3... \ \ (\mathrm{dm}^3) \end{aligned}$$

Muunnetaan tilavuus litroiksi.

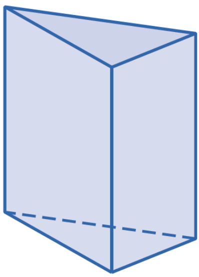
$$28\,274,3... \ \mathrm{dm}^3 = 28\,274,3... \ \mathrm{dm}^3 \approx 28\,000 \ \mathrm{L}$$

Vastaus

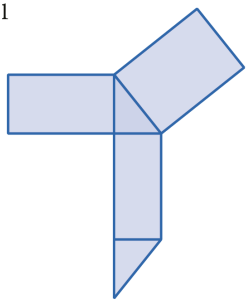
a) 0,181 L **b)** 28 000 L

14.3

Piirretään 2D-piirtoalueessa särmiön pohjaksi suorakulmainen kolmio, jonka kateettien pituudet ovat 4 ja 5. Laajennetaan 3D-piirtoalueessa kolmio suoraksi särmiöksi, jonka korkeus on 9. Tehdään lopuksi särmiön tasolevitys.



1



Särmiön pohjat ovat suorakulmaisia kolmioita ja sivutahkot suorakulmioita. Lasketaan pohjakolmion pinta-ala.

$$A_k = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Ratkaistaan pohjakolmion hypotenuusan pituus x.

$x^2 = 4^2 + 5^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$x = -\sqrt{41}$ tai $x = \sqrt{41}$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = \sqrt{41}$.
Lasketaan sivutahkojen pinta-alat.

$$A_1 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$A_2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$A_3 = \sqrt{41} \cdot 9 = 9\sqrt{41}$$

Lasketaan kokonaispinta-ala.

$$2A_p + A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 2 \cdot 10 + 36 + 45 + 9\sqrt{41}$$

$$= 9\sqrt{41} + 101$$

Vastaus

$9\sqrt{41} + 101$

14.4

a) Lieriössä on kaksi yhtenevää ja yhdensuuntaista pohjaa ja niitä yhdistävä vaippa.

Kappale 1 on lieriö, jonka pohjat ovat kolmioita, ja kappale 4 on lieriö, jonka pohjat ovat ympyröitä.

b) Särmiö on lieriö, jonka pohja on monikulmio.

Kappale 1 on suora kolmisivuinen särmiö.

Vastaus
a) 1 ja 4
b) 1

14.5

Mitta-astia on suoran ympyrälieriön muotoinen ja koostuu yhdestä pohjaympyrästä ja vaipasta, jonka korkeus on $10{,}0$ cm.

Muunnetaan tilavuuden yksikkö vastaamaan korkeuden yksikköä.

$1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$

Ratkaistaan pohjan säde r.

$$
\begin{aligned}
V &= A_p h && A_p = \pi r^2 \\
V &= \pi r^2 h && \text{Sijoitetaan } h = 10{,}0 \text{ ja } V = 1000. \\
1000 &= \pi r^2 \cdot 10{,}0 && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\
r &= -5{,}64\ldots \text{ tai } r = 5{,}64\ldots
\end{aligned}
$$

Pituus on positiivinen luku, joten $r = 5{,}64\ldots$ (cm).

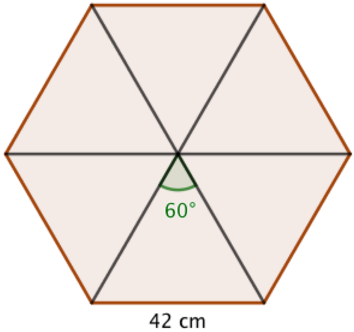
Lasketaan mitta-astian pinta-ala.

$$
\begin{aligned}
& A_p + A_v && \text{Pohja on ympyrä, joten } p = 2\pi r. \\
& = \pi r^2 + 2\pi r h && \text{Sijoitetaan } r = 5{,}64\ldots \text{ ja } h = 10{,}0. \\
& = \pi \cdot (5{,}64\ldots)^2 + 2\pi \cdot 5{,}64\ldots \cdot 10{,}0 \\
& = 454{,}49\ldots \\
& \approx 454 \ \ (\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

Vastaus
$454\ \text{cm}^2$

14.6

Särmiön pohja on säännöllinen kuusikulmio. Pohja koostuu kuudesta tasasivuisesta kolmiosta, joiden sivun pituus on 42 cm.



Lasketaan yhden kolmion pinta-ala.

$$A_k = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 42 \cdot \sin 60° = 763{,}83... \ (\mathrm{cm}^2)$$

Lasketaan pohjan pinta-ala.

$$A_p = 6 \cdot 763{,}83... = 4583{,}00... \ (\mathrm{cm}^2)$$

Vaippa muodostuu kuudesta suorakulmiosta, joiden leveys on 42 cm ja korkeus 1,06 m = 106 cm. Lasketaan vaipan pinta-ala.

$$A_v = 6 \cdot 106 \cdot 42 = 26712 \ (\mathrm{cm}^2)$$

Lasketaan särmiön kokonaispinta-ala.

$$A = 2 \cdot 4583{,}00... + 26712 = 35989{,}01... \ (\mathrm{cm}^2)$$

Ilmaistaan pinta-ala neliömetreinä.

$$35989{,}01... \ \mathrm{cm}^2 = 3{,}598901... \ \mathrm{m}^2 \approx 3{,}6 \ \mathrm{m}^2$$

Vastaus

$3{,}6 \ \mathrm{m}^2$

14.7

Maapallon säde on noin 6370 km. Merenpinnan nousu on hyvin pieni Maan säteeseen verrattuna, joten maanpinnan kaarevuus ei vaikuta tulokseen merkittävästi.

Sulamisvedet muodostavat merien pinnalle suoran lieriön muotoisen kerroksen, jonka pohjan pinta-ala on $381\ 000\ 000\ \text{km}^2$ ja korkeus h.

Jäätiköiden tilavuus on $3\ 000\ 000\ \text{km}^3$. Lasketaan sulamisveden tilavuus.

$$0{,}90 \cdot 3\,000\,000 = 2\,700\,000 \ \ (\text{km}^3)$$

Ratkaistaan merenpinnan nousukorkeus.

$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ 2\,700\,000 &= 381\,000\,000 \cdot h \\ h &= 0{,}00708... \ (\text{km}) \end{aligned}$$

Muunnetaan korkeus metreiksi.

$$0{,}00708... \ \text{m} = 7{,}08... \ \text{m} \ \approx 7 \ \text{m}$$

Vastaus
7 m

14.8

Kuparin tiheys on $8960\ \text{kg/m}^3$.
Kuparilangan massa on $360\ \text{g} = 0{,}360\ \text{kg}$.
Ratkaistaan kuparilangan tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= \frac{m}{\rho} \\ &= \frac{0{,}360\ \text{kg}}{8960\ \text{kg/m}^3} \\ &= 0{,}00004017...\ \text{m}^3 \end{aligned}$$

Suoristettu kuparilanka on suora ympyrälieriö, jonka pohjan säde on 0,6 mm = 0,0006 m. Ratkaistaan kuparilangan pituus.

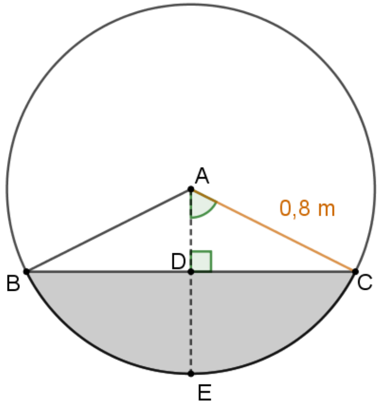
$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ 40{,}17... &= \pi \cdot 0{,}0006^2 \cdot h \\ h &= 35{,}5256... \\ &\approx 36 \ \ (\text{m}) \end{aligned}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Vastaus
36 m

14.9

Öljy muodostaa säiliön pohjalle lieriön, jonka pääty on kuvan harmaa segmentti. Kuviossa $AE = 0{,}8$ m, $DE = 0{,}5$ m ja $AD = 0{,}3$ m. Ratkaistaan kulman DAC suuruus α.



$$\cos\alpha = \frac{0,3}{0,8}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{0,3}{0,8}\right)$$
$$= 67,97...^\circ$$

Lasketaan kolmion ABC pinta-ala.

$$A_k = \frac{1}{2}\cdot 0,8\cdot 0,8\cdot \sin\left(2\cdot 67,97...^\circ\right) = 0,2224...\ (\mathrm{m}^2)$$

Lasketaan sektorin ABC pinta-ala.

$$A_s = \frac{2\cdot 67,97...^\circ}{360^\circ}\cdot \pi\cdot 0,8^2 = 0,7592...\ (\mathrm{m}^2)$$

Lasketaan segmentin pinta-ala.

$$A_{seg} = A_s - A_k$$
$$= 0,7592... - 0,2224...$$
$$= 0,5368...\ (\mathrm{m}^2)$$

Lasketaan öljyn tilavuus.

$$V = A_p h$$
$$= 0,5368...\cdot 3,5$$
$$= 1,8788...\ (\mathrm{m}^3)$$

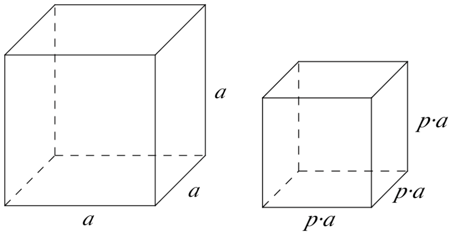
Ilmaistaan tilavuus litroina.

$$1,8788...\ \mathrm{m}^3 = 1878,8...\ \mathrm{dm}^3 = 1878,8...\ \mathrm{L} \approx 1900\ \mathrm{L}$$

Vastaus

1900 L

14.10



Olkoon alkuperäisen kuution särmän pituus a.
Kuutio pienennetään siten, että särmän pituudeksi tulee $p \cdot a$.
Alkuperäinen kokonaispinta-ala:
$A_1 = 6a^2$.
Kokonaispinta-ala pienennyksen jälkeen:
$A_2 = 6 \cdot (p \cdot a)^2 = 6p^2a^2$.
Muodostetaan yhtälö pinta-alojen suhteen avulla. Pinta-ala pienenee 36 %, joten uusi pinta-ala on 100 % – 36 % = 64 % alkuperäisestä pinta-alasta.

$$\frac{A_2}{A_1} = 0{,}64 \qquad 64\ \% = 0{,}64$$

$$\frac{6p^2a^2}{6a^2} = 0{,}64$$

$$p^2 = 0{,}64$$

$$p = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8 \quad \text{tai} \quad p = -\sqrt{0{,}64} = -0{,}8$$

Kerroin p on positiivinen luku, joten $p = 0{,}8$.
Alkuperäinen tilavuus:
$V_1 = a^3$.
Tilavuus pienennyksen jälkeen:
$V_2 = (pa)^3 = p^3a^3 = 0{,}8^3a^3$.
Tilavuuksien suhde:

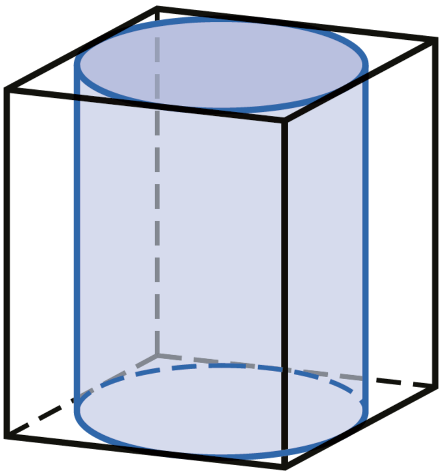
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{0{,}8^3a^3}{a^3} = 0{,}8^3 = 0{,}512 = 51{,}2\ \%.$$

Uusi tilavuus on 51,2 % alkuperäisestä tilavuudesta, joten tilavuus pienenee $100\ \% - 51{,}2\ \% = 48{,}8\ \% \approx 49\ \%$.

Vastaus
49 %

14.11

a) Piirretään 2D-piirtoalueessa lieriön pohjaksi ympyrä, jonka säde on 2,0. Laajennetaan 3D-piirtoalueessa ympyrä suoraksi ympyrälieriöksi, jonka korkeus on Piirretään tämän jälkeen lieriön ympärille säännöllinen nelisivuinen särmiö.



b) Lasketaan särmiön tilavuus.

$$V = A_p h = 4{,}0 \cdot 4{,}0 \cdot 5{,}0 = 80$$

Lasketaan lieriön tilavuus

$$V = A_p h = \pi r^2 h = \pi \cdot 2{,}0^2 \cdot 5{,}0 = 62{,}83... \approx 63$$

Vastaus
särmiön tilavuus 80, lieriön tilavuus 63

14.12

a) Lasketaan suoran ympyrälieriön tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ &= \pi \cdot 5{,}0^2 \cdot 14{,}0 \\ &= 1099{,}55... \\ &\approx 1100\ (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

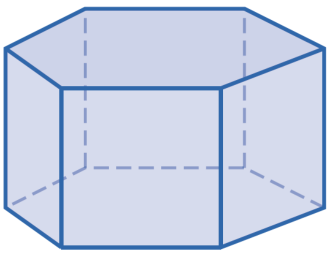
b) Lasketaan kolmisivuisen särmiön tilavuus.

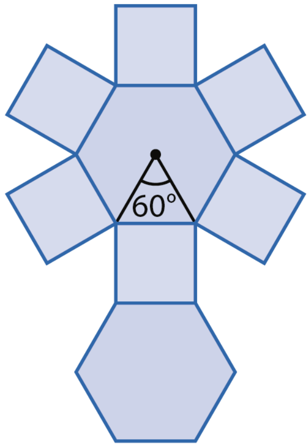
$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2{,}0 \cdot 3{,}5 \cdot 6{,}4 \\ &= 22{,}4 \\ &\approx 22\ (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Vastaus
a) 1100 cm^3
b) 22 cm^3

14.13

Piirretään 2D-piirtoalueessa säännöllinen kuusikulmio, jonka sivun pituus on 2, ja laajennetaan se 3D-piirtoalueessa särmiöksi, jonka korkeus on 2. Tehdään tasolevitys.





Pohjan kuusikulmio muodostuu kuudesta yhtenevästä tasasivuisesta kolmiosta.
Lasketaan yhden kolmion pinta-ala.

$$A_k = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60° = \sqrt{3}$$

Lasketaan CAS-laskimella.

Särmiön pinta muodostuu kahdestatoista yhtenevästä kolmiosta ja kuudesta yhtenevästä neliöstä.

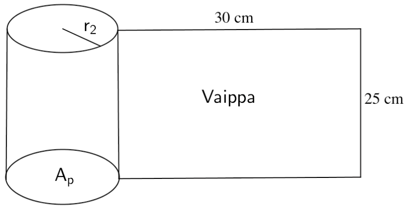
Lasketaan särmiön pinta-ala.

$$A_s = 12 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot 2 \cdot 2 = 12\sqrt{3} + 24$$

Vastaus

pinta-ala $12\sqrt{3} + 24$

14.14



Vaipan levys on yhtä suuri kuin pohjaympyrän kehän pituus.
Ratkaistaan pohjan säde (laskuissa r, kuvassa r_2).

$$2\pi r = 30$$
$$r = \frac{30}{2\pi} = 4{,}774...\ \text{(cm)}$$

Lasketaan lieriön tilavuus.

$$\begin{aligned} V_2 &= A_p h \\ &= \pi r^2 h && \left| \begin{array}{l} r = 4{,}774...\ \text{cm} \\ h = 25\ \text{cm} \end{array} \right. \\ &= \pi \cdot 4{,}774...^2 \cdot 25 \\ &= 1790{,}49... \\ &\approx 1800\ (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Lieriön tilavuus on $1800\ \text{cm}^3$.

Vastaus
$1800\ \text{cm}^3$

14.15

a) Muunnetaan tilavuuden yksikkö vastaamaan korkeuden yksikköä.

$360 \text{ ml} = 360 \text{ cm}^3$

Ratkaistaan pohjaneliön särmän pituus a.

$V = A_p h$

$360 = a^2 \cdot 15{,}0$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$a = 4{,}898...$ tai $a = -4{,}898...$

Pituus on positiivinen luku, joten $a = 4{,}898... \text{ cm}$.

Lasketaan lieriön kokonaispinta-ala.

$$
\begin{aligned}
A &= 2A_p + A_v \\
&= 2 \cdot 4{,}898...^2 + 4 \cdot 15{,}0 \cdot 4{,}898... \\
&= 341{,}93... \\
&\approx 340 \ (\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

Lieriön pinta-ala on 340 cm^2.

b) Ratkaistaan pohjaympyrän säde r.

$V = A_p h$

$V = \pi r^2 h$

$360 = \pi r^2 \cdot 15{,}0$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$r = 2{,}76...$ tai $r = -2{,}76...$

Lasketaan lieriön kokonaispinta-ala.

$$
\begin{aligned}
A &= 2A_p + A_v \\
&= 2 \cdot \pi \cdot 2{,}76...^2 + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}76... \cdot 15{,}0 \\
&= 308{,}49... \\
&\approx 310 \ (\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

Lieriön pinta-ala on 310 cm^2.

Vastaus

a) 340 cm^2 **b)** 310 cm^2

14.16

Voidaan ajatella, että putkesta virtaava ilma muodostaa suoran ympyrälieriön, jonka pohjan säde on $5{,}0\text{ cm}$ ja korkeus matka, jonka ilma virtaa yhdessä minuutissa.

Lasketaan ilman virtaama matka.

$$60\,\text{s}\cdot 1{,}6\,\text{m/s} = 96\,\text{m} = 9600\,\text{cm}$$

Lasketaan ilman tilavuus.

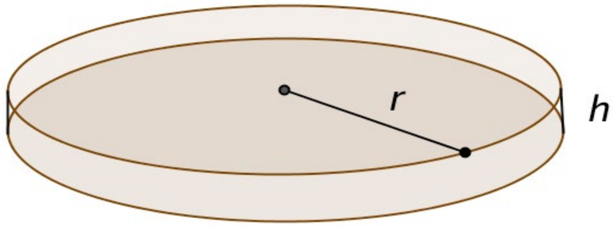
$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ &= \pi r^2 h \\ &= \pi\cdot 5{,}0^2\cdot 9600 \\ &= 753982{,}23...\ (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Ilmaistaan tilavuus litroina.

$$753982{,}23...\text{cm}^3 = 753{,}98223...\text{dm}^3 \approx 750\text{ L}$$

Vastaus
750 L

14.17



Öljylautta on likimain suora ympyrälieriö, jonka pohjan säde on r ja korkeus h.
Öljylautan ympärysmitta on 576 m. Ratkaistaan säde.

$$p = 2\pi r$$

$$576 = 2\pi r \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r = 91{,}67...\ (\mathrm{m})$$

Öljylautan massa on 1250 kg ja tiheys 700 kg/m^3.
Lasketaan tilavuus.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1250}{700} = 1{,}785...\ (\mathrm{m}^3)$$

Ratkaistaan öljykalvon paksuus h.

$$V = \pi r^2 h \qquad \left| \begin{array}{l} r = 91{,}67...\ \mathrm{m} \\ V = 1{,}785...\ \mathrm{m}^3 \end{array} \right.$$

$$1{,}785... = \pi \cdot 91{,}67...^2 h \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$= 6{,}76... \cdot 10^{-5}$$

$$= 0{,}0000676...\ (\mathrm{m})$$

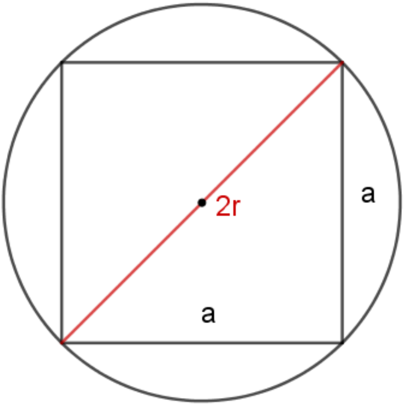
Ilmaistaan öljykalvon paksuus millimetreinä.

$$0{,}0000676...\ \mathrm{m} = 0{,}0676...\ \mathrm{mm} \approx 0{,}07\ \mathrm{mm}$$

Vastaus
0,07 mm

14.18

Särmiö on mahdollisimman suuri, kun sen pohjat ovat ympyrälieriön pohjilla ja sen pohjaneliön kärjet lieriön pohjaympyrän kehällä.



Ilmaistaan pohjasärmän pituus a ympyrän säteen r avulla.

$(2r)^2 = a^2 + a^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$a = \sqrt{2}r$ tai $a = -\sqrt{2}r$

Pituus on positiivinen luku, joten $a = \sqrt{2}r$.

Lasketaan tilavuuksien suhde.

$$\frac{V_s}{V_y} = \frac{a^2 h}{\pi r^2 h} \quad \Big| a = \sqrt{2}r$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2}r\right)^2}{\pi r^2}$$ Sievennetään CAS-laskimella.

$$= \frac{2}{\pi} = 0{,}637... \approx 63{,}7\ \%$$

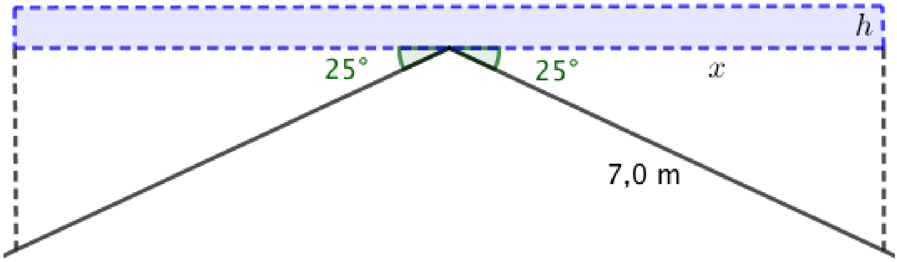
Vastaus

$\frac{2}{\pi} \approx 63{,}7\%$

14.19

Tehtävänä on laskea, kuinka paksun kerroksen vesi muodostaisi, jos se sataisi tasaiselle pinnalle.

Piirretään kuva.



Ratkaistaan katon lappeen sadetta vastaan kohtisuora leveys x.

$$\cos 25° = \frac{x}{7}$$
$$x = 7{,}0 \cdot \cos 25°$$

Lasketaan vesikerroksen pinta-ala.

$$A_p = 12{,}0 \cdot 2 \cdot 7{,}0 \cdot \cos 25° = 152{,}25... \ (\mathrm{m}^2)$$

Vettä satoi 850 L = 0,850 m³. Ratkaistaan vesikerroksen paksuus.

$$V = A_p h$$
$$0{,}850 = 152{,}25... \cdot h \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$h = 0{,}00558... \ (\mathrm{m})$$

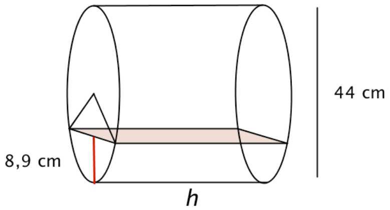
Ilmaistaan sademäärä millimetreinä.

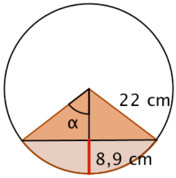
$0{,}00558...\ \mathrm{m} = 5{,}58...\ \mathrm{mm} \approx 5{,}6\ \mathrm{mm}$

Vastaus

5,6 mm

14.20





Selvitetään tynnyrin pituus h tilavuuden lausekkeen avulla.

$V = A_p h \qquad \Big| \; A_p = \pi r^2$

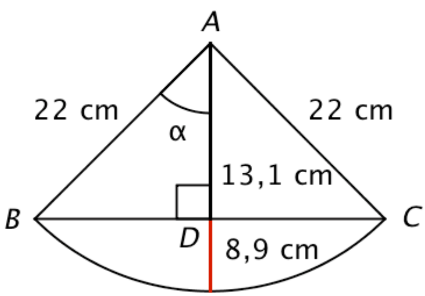
$V = \pi r^2 h \qquad \Big| \; V = 200 \text{ L} = 200 \text{ dm}^3, \quad r = 22 \text{ cm} = 2{,}2 \text{ dm}$

$200 = \pi \cdot 2{,}2^2 \cdot h$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$h = 13{,}153\ldots \text{ (dm)}$

Polttoainekerroksen poikkileikkaus on ympyräsegmentti. Selvitetään segmentin pinta-ala.

Suorakulmaisen kolmion ABD kateetin AD pituus on
22 cm – 8,9 cm = 13,1 cm.



Ratkaistaan kulma α suuruus.

$$\cos\alpha = \frac{13{,}1}{22}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{13{,}1}{22}\right) = 53{,}425...^\circ$$

Lasketaan segmentin pinta-ala.

$$A_{segmentti} = A_{sektori} - A_{kolmio}$$

$$= \frac{2\alpha}{360}\cdot \pi r^2 - \frac{1}{2} r\cdot r\cdot \sin(2\alpha) \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 53{,}425...^\circ \\ r = 2{,}2\ \text{dm} \end{array} \right.$$

$$= \frac{2\cdot 53{,}425...^\circ}{360}\cdot \pi\cdot 2{,}2^2 - \frac{1}{2}\cdot 2{,}2^2\cdot \sin(2\cdot 53{,}425...^\circ)$$

$$= 2{,}2001...\ (\text{dm}^2)$$

Lasketaan polttoaineen tilavuus.

$$V_{polttoaine} = A_{segmentti}\cdot h \quad \left| \begin{array}{l} A_{segmentti} = 2{,}2001...\ \text{dm}^2 \\ h = 13{,}153...\ \text{dm} \end{array} \right.$$

$$= 2{,}2001...\cdot 13{,}153...$$

$$= 28{,}939...\ (\text{dm}^3)$$

Polttoainetta on 28,939… dm^3 = 28,939… L.

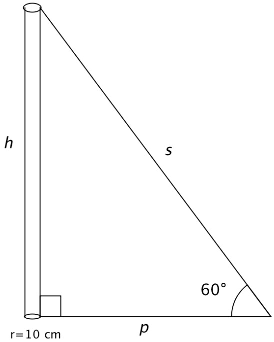
Lasketaan tynnyrin ja polttoaineen yhteishinta.

$$1{,}32\ \frac{€}{\text{L}}\cdot 28{,}939...\ \text{L} + 17{,}99\ € = 56{,}190...\ € \approx 56{,}19\ €$$

Vastaus

56,19 €

14.21



Kuvitellaan, että lipputangon ympärille kierretty naru rullataan auki asentonsa säilyttäen. Tällöin muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusa s on narun pituinen, kateetti h on lipputangon pituinen ja kateetti p on 12 kertaa lipputangon ympärysmitta. Kolmion terävä kulma on $60°$.

Lasketaan kateetin p pituus.

$p = 12 \cdot 2\pi r = 12 \cdot 2\pi \cdot 10 = 753{,}982...$ (cm)

Lasketaan toisen kateetin h pituus.

$$\tan 60° = \frac{h}{p} \qquad \left| p = 753{,}982... \text{ cm}\right.$$

$$\tan 60° = \frac{h}{753{,}982...} \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$h = 1305{,}935...$ (cm)

Lipputangon korkeus on $1305{,}935\ldots \text{ cm} \approx 13$ m.

Lasketaan narun s pituus.

$$\cos 60° = \frac{p}{s} \qquad \left| p = 753{,}982... \text{ cm}\right.$$

$$\cos 60° = \frac{753{,}982...}{s} \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

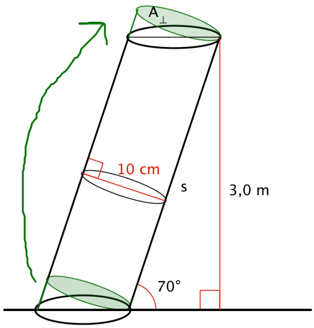
$s = 1507{,}964...$ (cm)

Narun pituus on $1507{,}964\ldots \text{ cm} \approx 15$ m.

Vastaus

tanko 13 m, naru 15 m

14.22



Putki on vino lieriö, jonka kohtisuora poikkileikkaus on ympyrä. Ajatellaan, että putki katkaistaan kohtisuorasti ja esimerkiksi alapäästä siirretään pala yläpäähän. Näin saadaan suora ympyrälieriö, jonka pohjan halkaisija on 10 cm (ja pohjan säde 5,0 cm).

Saadun suoran ympyrälieriön pituus on sama kuin alkuperäisen vinon lieriön sivujanan pituus s.

$$\sin 70° = \frac{3{,}0}{s}$$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$s = 3{,}192...\ (\text{m})$$

Lasketaan putken tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= A_\perp s & \Big|\ & A_\perp = \pi r^2 \\ &= \pi r^2 s & \Big|\ & r = 5{,}0 \text{ cm},\ s = 3{,}192...\text{ m} = 319{,}2...\text{ cm} \\ &= \pi \cdot 5{,}0^2 \cdot 319{,}2... \\ &= 25\,074{,}09...\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Ilmaistaan putken tilavuus kuutiodesimetreinä.
$25\,074{,}09\ldots \text{ cm}^3 = 25{,}07\ldots \text{ dm}^3 \approx 25 \text{ dm}^3$ (= 25 L)

Vastaus
25 dm^3