10.1

a) Kaaren pituus on 4,5 cm. Ratkaistaan keskuskulma α.

$$\begin{aligned} b &= \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r && \text{Sijoitetaan } b = 4,5 \text{ ja } r = 3,2. \\ 4,5 &= \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi \cdot 3,2 && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ \alpha &= 80,57...° \\ \alpha &\approx 81° \end{aligned}$$

b) Lasketaan sektorin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 && \text{Sijoitetaan } \alpha = 80,57...° \text{ ja } r = 3,2. \\ &= \frac{80,57...°}{360°} \cdot \pi \cdot (3,2)^2 \\ &= 7,2 \left(\mathrm{cm}^2\right) \end{aligned}$$

Vastaus
a) 81°
b) 7,2 cm^2

10.2

Ratkaistaan keskuskulman α.

$$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } A = 1{,}0 \text{ ja } r = 1{,}5.$$

$$1{,}0 = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$\alpha = 50{,}92...°$$

$$\alpha \approx 51°$$

Vastaus

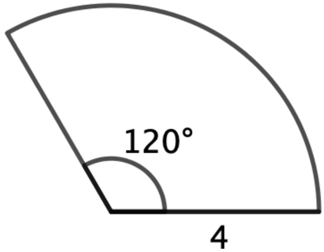
51°

10.3

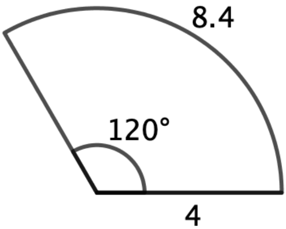
Piirretään jana, jonka pituus on 4.

Piirretään janan toiseen päätepisteeseen kulma, jonka koko on $120°$.

Piirretään ympyräsektori valitsemalla keskipisteeksi kulman $120°$ kärkipiste.



a) Mitataan kaaren pituus.



Kaaren pituus on $8{,}4$.

b) Lasketaan sektorin kaaren pituuden tarkka arvo.

$$b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r \qquad \text{Sijoitetaan } \alpha = 120° \text{ ja } r = 4.$$

$$b = \frac{120°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 4$$

$$b = \frac{8}{3}\pi$$

Sektorin piirin pituuden tarkka arvo on $4 + 4 + \frac{8}{3}\pi = 8 + \frac{8}{3}\pi$

Vastaus

a) 8,4

b) $8 + \frac{8}{3}\pi$

10.4

Lasketaan sektorin kaaren pituus.

$$\begin{aligned} b &= \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r && \text{Sijoitetaan } \alpha = 80^\circ \text{ ja } r = 12. \\ &= \frac{80^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 12 \\ &= \frac{16\pi}{3} \end{aligned}$$

Lasketaan sektorin piiri.

$$p = 12 + 12 + \frac{16\pi}{3} = 24 + \frac{16\pi}{3} = 40{,}755... \approx 41 \ \ \text{(cm)}$$

Lasketaan sektorin pinta-ala.

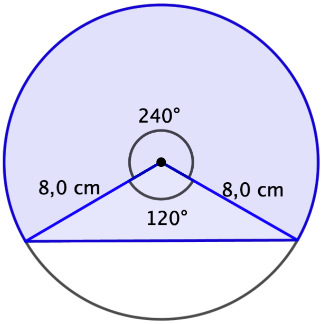
$$\begin{aligned} A &= \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2 && \text{Sijoitetaan } \alpha = 80^\circ \text{ ja } r = 12. \\ &= \frac{80^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 12^2 \\ &= 100{,}530... \\ &\approx 100 \ \ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Vastaus

$p \approx 41$ cm, $A \approx 100$ cm^2

10.5

Täydennetään kuvaa.



Lasketaan sektorin pinta-ala A_s.

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } \alpha = 240° \text{ ja } r = 8,0. \\ &= \frac{240°}{360°} \cdot \pi \cdot 8,0^2 \\ &= 134,04... \ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Lasketaan kolmion pinta-ala A_k.

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{2} ac \sin\gamma \quad \text{Sijoitetaan } a = 8,0;\ c = 8,0 \text{ ja } \gamma = 120°. \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8,0 \cdot 8,0 \cdot \sin 120° \\ &= 27,71... \ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

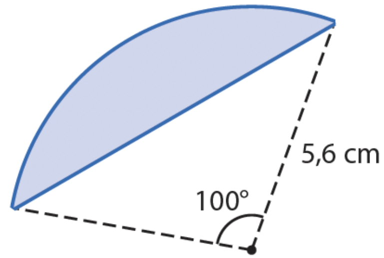
Lasketaan segmentin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= A_s + A_k \\ &= 134,04... \text{ cm}^2 + 27,71... \text{ cm}^2 \\ &= 161,75... \text{ cm}^2 \\ &\approx 160 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Vastaus

160 cm^2

10.6

Segmentin piiri p on kaaren pituuden ja jänteen pituuden summa.	

Lasketaan kaaren pituus b.

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{\alpha}{360^\circ}\cdot 2\pi r \qquad \text{Sijoitetaan } \alpha = 100^\circ \text{ ja } r = 5{,}6.\\
&= \frac{100^\circ}{360^\circ}\cdot 2\pi\cdot 5{,}6\\
&= 9{,}77\ldots\ \text{(cm)}
\end{aligned}
$$

Ratkaistaan jänteen pituus kosinilauseella.

$$c^2 = 5{,}6^2 + 5{,}6^2 - 2\cdot 5{,}6\cdot 5{,}6\cdot \cos 100^\circ$$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, missä $a = 5{,}6$; $b = 5{,}6$ ja $\gamma = 100^\circ$.

$c = -8{,}57\ldots$ tai $AB = 8{,}57\ldots$

Pituus on positiivinen luku, joten $c = 8{,}57\ldots$ cm.

Lasketaan segmentin piiri p.

$$
\begin{aligned}
p &= b + c\\
&= 9{,}77\ldots\ \text{cm} + 8{,}57\ldots\ \text{cm}\\
&= 18{,}35\ldots\ \text{cm}\\
&\approx 18\ \text{cm}
\end{aligned}
$$

Segmentin pinta-ala on sektorin pinta-alan ja kolmion pinta-alan erotus.

Lasketaan sektorin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{\alpha}{360°}\cdot \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } \alpha{=}100° \text{ ja } r = 5{,}6. \\ &= \frac{100°}{360°}\cdot \pi \cdot 5{,}6^2 \\ &= 27{,}36\ldots\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{2}ac\sin\gamma \qquad \text{Sijoitetaan } a = 5{,}6;\ c = 5{,}6 \text{ ja } \gamma{=}100°. \\ &= \frac{1}{2}\cdot 5{,}6\cdot 5{,}6\cdot \sin 100° \\ &= 15{,}44\ldots\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Lasketaan segmentin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_{seg} &= A_{sek} - A_k \\ &= 27{,}36\ldots\ \text{cm}^2 - 15{,}44\ldots\ \text{cm}^2 \\ &= 11{,}92\ldots\ \text{cm}^2 \\ &\approx 12\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

Vastaus

$p \approx 18$ cm, $A \approx 12\ \text{cm}^2$

10.7

a) Ympyrä jaetaan viideksi yhtä suureksi sektoriksi, joten sektorin kaarta vastaava keskuskulma on $\frac{1}{5}$ täydestä kulmasta.

$$\frac{1}{5} \cdot 360° = 72°$$

b) Lasketaan sektorin kaaren pituus b.
TAPA 1:

$$\begin{aligned} b &= \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r \quad \text{Sijoitetaan } \alpha = 72° \text{ ja } r = 5. \\ &= \frac{72°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 5 \\ &= 2\pi \end{aligned}$$

TAPA 2:
Ympyrä jaetaan viideksi yhtä suureksi sektoriksi, joten sektorin kaaren pituus on $\frac{1}{5}$ ympyrän kehän pituudesta.

$$b = \frac{1}{5} \cdot 2\pi \cdot 5 = 2\pi$$

c) Lasketaan sektorin pinta-ala A.
TAPA 1:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \quad \text{Sijoitetaan } \alpha = 72° \text{ ja } r = 5. \\ &= \frac{72°}{360°} \cdot \pi \cdot 5^2 \\ &= 5\pi \end{aligned}$$

TAPA 2:
Ympyrä jaetaan viideksi yhtä suureksi sektoriksi, joten sektorin pinta-ala on $\frac{1}{5}$ ympyrän pinta-alasta.

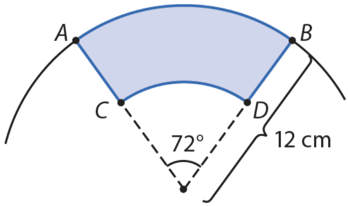
$$A = \frac{1}{5} \cdot \pi \cdot 5^2 = 5\pi$$

Vastaus

a) $72°$ **b)** 2π **c)** 5π

10.8

Väritetyn alueen pinta-ala A_v saadaan suuremman sektorin pinta-alan A_s ja pienemmän sektorin pinta-alan A_p erotuksena.

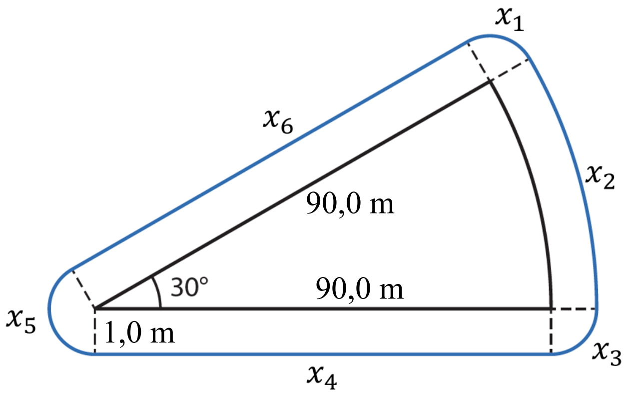


$$\begin{aligned} A_v &= A_s - A_p \\ &= \frac{72°}{360°} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{72°}{360°} \cdot \pi \cdot (12-5)^2 \\ &= 59,69... \\ &\approx 60 \ \ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Vastaus

60 cm^2

10.9



Lasketaan reitin osien pituudet.

$$x_1 = x_3 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1{,}0 \text{ m} = 1{,}57... \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{30^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot (90{,}0 \text{ m } + 1{,}0 \text{ m}) = 47{,}64... \text{ m}$$

$$x_4 = x_6 = 90{,}0 \text{ m}$$

$$x_5 = \frac{360^\circ - 2 \cdot 90^\circ - 30^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1{,}0 \text{ m} = 2{,}61... \text{ m}$$

Lasketaan reitin pituus.

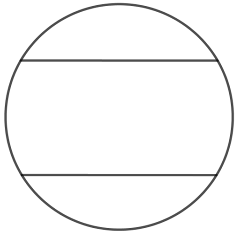
$$2 \cdot 1{,}57... \text{ m} + 47{,}64... \text{ m} + 2 \cdot 90{,}0 \text{ m} + 2{,}61... \text{ m} = 233{,}407... \text{ m} \approx 233 \text{ m}$$

Vastaus
$233{,}407... \text{ m} \approx 233 \text{ m}$

10.10

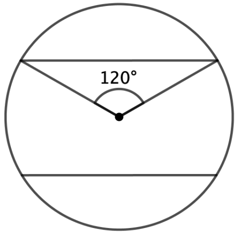
Piirretään mallikuva.

Pizza jakaantuu kahdeksi yhteneväksi segmentiksi ja niiden väliin jääväksi alueeksi.



Koska jokaisessa viipaleessa yhtä paljon reunaa, on yhden segmentin kaaren pituus $\frac{1}{3}$ ympyrän kehän pituudesta. Tällöin kaarta vastaava keskuskulma on $\frac{1}{3}$ täydestä kulmasta eli

$\frac{1}{3} \cdot 360° = 120°$.



Pizzan halkaisija on 28 cm eli pizzan säde on 14 cm.

Ympyräsektorin pinta-ala on $\frac{120°}{360°} \cdot \pi \cdot 14^2 = 205{,}250...\ (\text{cm}^2)$.

Kolmion pinta-ala on $\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 14 \cdot \sin 120° = 84{,}870...\ (\text{cm}^2)$

Segmentin pinta-ala on
$205{,}250...\ \text{cm}^2 - 84{,}870...\ \text{cm}^2 = 120{,}380...\ \text{cm}^2 \approx 120\ \text{cm}^2$.

Toinen segmentti on yhtä suuri.

Segmenttien väliin jäävän alueen pinta-ala on
$\pi \cdot 14^2 - 2 \cdot 120{,}380... = 374{,}991... \approx 375\ (\text{cm}^2)$

Vastaus
Viipaleiden pinta-alat ovat $120\ \text{cm}^2$, $375\ \text{cm}^2$ ja $120\ \text{cm}^2$.

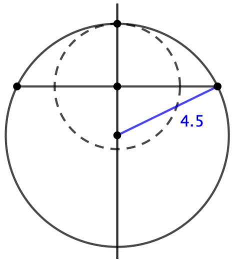
10.11

a)

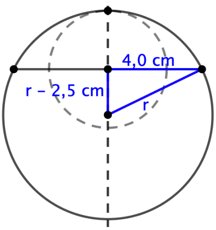
Piirretään jana, jonka pituus on 8,0.

Piirretään janalle keskinormaali.
Merkitään janan ja keskinormaalin leikkauspiste.
Piirretään, jonka säde on 2,5 ja keskipiste on janan ja keskinormaalin leikkauspiste.
Merkitään keskinormaalin ja ympyrän leikkauspiste.

Piirretään uusi ympyrä kolmen pisteen eli janan päätepisteiden sekä keskinormaalin ja 2,5-säteisen ympyrän leikkauspisteen kautta.
Merkitään uuden ympyrän keskipiste.
Piirretään ympyrän säde janan päätepisteestä ympyrän keskipisteeseen.
Mitataan säteen pituus.
Säteen pituus on 4,5 cm.



b) Piirretään mallikuva.



Ratkaistaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.

$$\left(r-2{,}5\right)^2+4^2=r^2 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r=4{,}45$$

$$\approx 4{,}5 \ \ (\text{cm})$$

Vastaus

a) 4,5 cm

b) 4,5 cm

10.12

a) Lasketaan keskuskulman α suuruus.

$$b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$$ Sijoitetaan $b = 5{,}0$ ja $r = 4{,}9$.

$$5{,}0 = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi \cdot 4{,}9$$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$\alpha = 58{,}46...°$$
$$\alpha \approx 58°$$

b) Lasketaan sektorin pinta-ala A.

$$A = \frac{58{,}46...°}{360°} \cdot \pi \cdot 4{,}9^2$$ Sijoitetaan $\alpha = 58{,}46...°$ ja $r = 4{,}9$.

$$= 12{,}25$$
$$\approx 12 \ \ (\text{cm}^2)$$

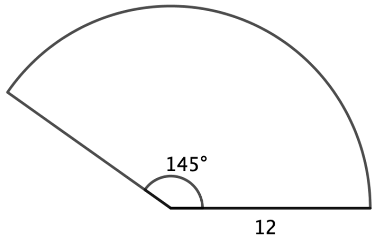
Vastaus
a) 58°
b) 12 cm²

10.13

Piirretään jana, jonka pituus on 12.

Piirretään janan toiseen päätepisteeseen kulma, jonka koko on $145°$.

Piirretään ympyräsektori valitsemalla keskipisteeksi kulman $145°$ kärkipiste.



a) Mitataan sektorin pinta-ala. Pinta-ala on 180.

Mitataan sektorin kaaren pituus. Kaaren pituus on 30.

b) Lasketaan sektorin pinta-alan tarkka arvo.

$$\begin{aligned} A &= \frac{145°}{360°} \cdot \pi \cdot 12^2 \\ &= 58\pi \end{aligned}$$

Lasketaan sektorin kaaren pituuden tarkka arvo.

$$\begin{aligned} b &= \frac{145°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 12 \\ &= \frac{29}{3}\pi \end{aligned}$$

Sektorin piirin tarkka arvo on $12 + 12 + \frac{29}{3} = 24 + \frac{29}{3}$.

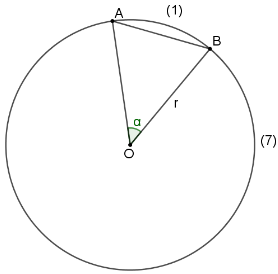
Vastaus

a) $p \approx 54,\ A = 180$

b) $p = 24 + \frac{29}{3}\pi,\ A = 58\pi$

10.14

Piirretään mallikuva.



Koska kaarien pituuksien suhde on 1 : 7, on lyhemmän kaaren pituus $\frac{1}{8}$ ympyrän kehän pituudesta. Tällöin kaarta vastaava keskuskulma on $\frac{1}{8}$ täydestä kulmasta.

$$\alpha = \frac{1}{8} \cdot 360° = 45°$$

Pienemmän segmentin pinta-ala saadaan vähentämällä 120°:n sektorin pinta-alasta sektorin sisältämän kolmion pinta-ala.

Lasketaan sektorin pinta-ala.

$$A_s = \frac{45°}{360°} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{8}\pi r^2$$

Lasketaan kolmion pinta-ala.

$$A_k = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} r^2$$

Muodostetaan pienemmän segmentin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= A_s - A_k \\ &= \frac{1}{8}\pi r^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} r^2 \\ &= \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) r^2 \end{aligned}$$

Lasketaan pienemmän segmentin pinta-alan suhde ympyrän pinta-alaan.

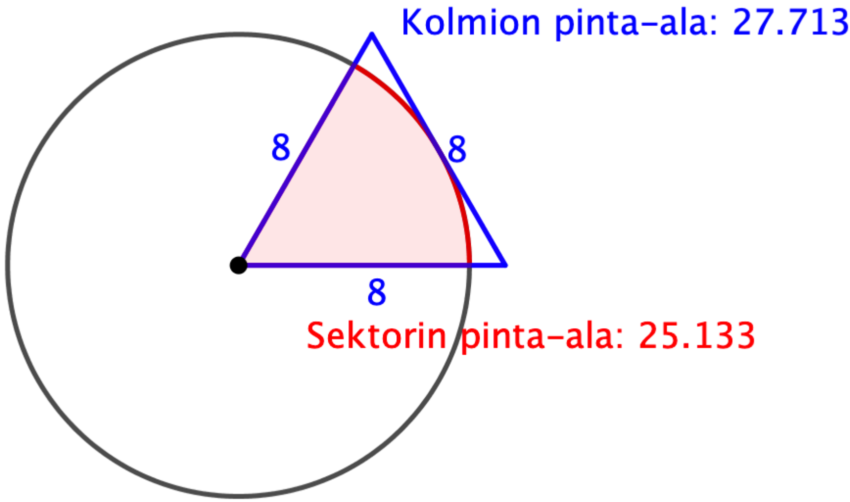
$$\begin{aligned} \frac{A}{A_y} &= \frac{\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) r^2}{\pi r^2} \\ &= 0{,}0124... \\ &\approx 1{,}2\ \% \end{aligned}$$

Vastaus

1,2 %

10.15

Piirretään kuva. Havaitaan, kuvaan muodostuu ympyräsektori. Mitataan kolmion ja ympyräsektorin pinta-alat.



Lasketaan ympyräsektorin ja kolmion pinta-alojen suhde prosentteina.

$$\frac{A_s}{A_k} = \frac{25{,}133}{27{,}713} = 0{,}9069... = 90{,}69...\ \%$$

Kolmion pinta-alasta jää $100\ \% - 90{,}69...\ \% = 9{,}30...\% \approx 9{,}3\ \%$ ympyrän ulkopuolelle.

Vastaus

$A_{\text{sektori}} \approx 25{,}133$; $A_{\text{kolmio}} = 27{,}713$

Kolmiosta jää ympyrän ulkopuolelle $9{,}3\ \%$.

10.16

Merkitään ympyrän sädettä kirjaimella r.

Sektorin piirin pituus on $\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r + 2r$.

Ympyrän kehän pituus on $2\pi r$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan keskuskulman suuruus.

$$\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r + 2r = 2\pi r$$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

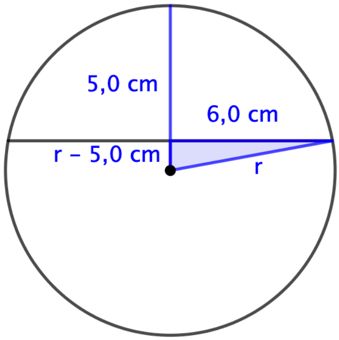
$$\alpha = 245{,}40...° \approx 245°$$

Keskuskulman suuruus on $245°$.

Vastaus
245º

10.17

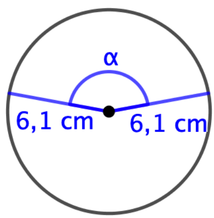
Piirretään mallikuva.



Ratkaistaan ympyrän säde r Pythagoraan lauseella.

$$(r-5)^2+6^2=r^2$$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$r=6{,}1$$



Ratkaistaan keskuskulma kosinilauseella.

$$12{,}0^2=6{,}1^2+6{,}1^2-2\cdot 6{,}1\cdot 6{,}1\cdot\cos\alpha$$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

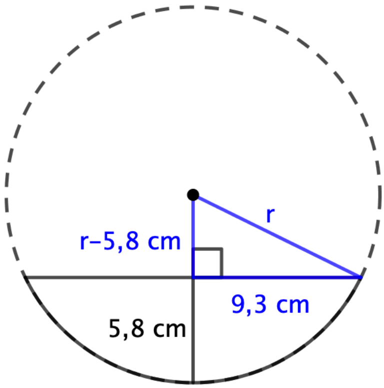
$$\alpha=159{,}22...^\circ$$

$$\alpha\approx 159^\circ$$

Vastaus
säde 6,1 cm, kaaren asteluku 159º.

10.18

Piirretään mallikuva.



Ratkaistaan pallon säde Pythagoraan lauseella.

$$r^2 = 9{,}3^2 + (r - 5{,}8)^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$r = 10{,}35...$$

Lasketaan pallon halkaisija.

$$\begin{aligned} d &= 2r \\ &= 2 \cdot 10{,}35... \\ &= 20{,}71... \\ &\approx 20{,}7 \quad \text{(cm)} \end{aligned}$$

Vastaus
20,7 cm

10.19

Sijoitetaan sektorin kaaren pituus $b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$ kaavaan.

$$\frac{br}{2} = \frac{\frac{\alpha}{360°} \cdot \cancelto{1}{2}\,\pi r \cdot r}{\cancelto{1}{2}}$$

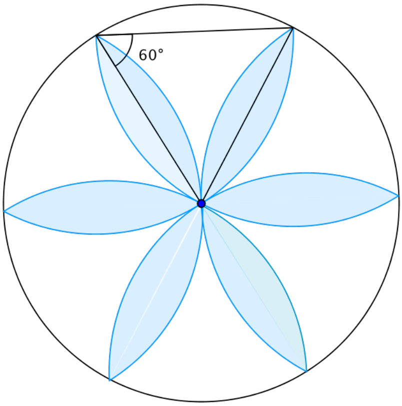
Sievennetään lauseketta.

$$= \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$$
$$= A_s$$

Saatiin $\frac{br}{2} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 = A_s$.

On osoitettu, että sektorin pinta-ala voidaan laskea myös kaavalla $\frac{br}{2}$. □

10.20



Terälehti muodostuu kahdesta 60° kaarta vastaavasta segmentistä.
Olkoon ympyrän säde r.

Lasketaan segmentin pinta-ala.

$$A_s = \underbrace{\frac{60°}{360°}\cdot \pi r^2}_{\text{Sektorin pinta-ala}} - \underbrace{\frac{1}{2}\cdot r^2 \cdot \sin 60°}_{\text{Kolmion pinta-ala}} = r^2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Yhden terälehden pinta-ala on $2A_s$.

Kukka koostuu kuudesta terälehdestä, joten kukan pinta-ala on

$$12A_s = 12r^2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = r^2\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right).$$

Ympyrän pinta-ala on $A_y = \pi r^2$.

Lasketaan kuinka monta prosenttia kukan pinta-ala on ympyrän pinta-alasta.

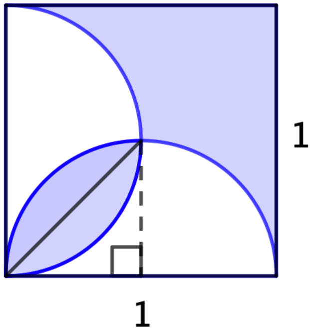
$$\frac{12A_s}{A_y} = \frac{\cancel{r^2}\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)}{\pi \cancel{r^2}} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{\pi} = 0{,}346\ldots \approx 35\,\%$$

Vastaus

34,6 %

10.21

Täydennetään kuvaa.



Lasketaan yhden sinisen ympyräsegmentin pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_{seg} &= A_{sek} - A_k \\ &= \underbrace{\frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\text{sektorin pinta-ala}} - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{kolmion pinta-ala}} \\ &= \frac{1}{16}\pi - \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Lasketaan valkoisen alueen pinta-ala. Alue muodostuu kahdesta puoliympyrästä, joista vähennetään kahden segmentin pinta-ala.

$$A_v = 2(A_{py} - 2 \cdot A_{seg})$$

$$= 2 \cdot \left(\underbrace{\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\substack{\text{puoliympyrän} \\ \text{pinta-ala}}} - \underbrace{2 \cdot \left(\frac{1}{16}\pi - \frac{1}{8}\right)}_{\substack{\text{kahden segmentin} \\ \text{pinta-ala}}} \right)$$

$$= \frac{1}{2}$$

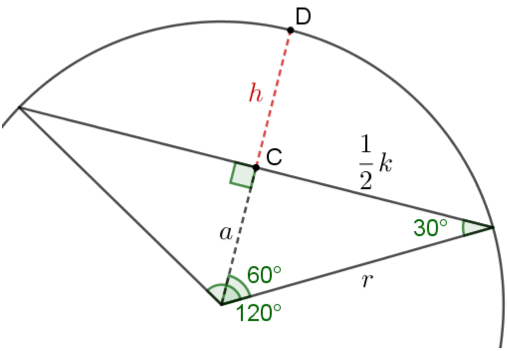
Neliön pinta-ala on 1, joten väritetyn alueen pinta-ala on $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Vastaus

$\frac{1}{2}$

10.22

Piirretään mallikuva.



Ratkaistaan jänteen pituus k.

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}k}{r} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$k = \sqrt{3}r$$

Ratkaistaan kolmion sivu a.

$$\cos 60^\circ = \frac{a}{r} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$a = \frac{1}{2}r$$

Lasketaan segmentin korkeus h.

$$h = r - a \quad \text{Sijoitetaan } a = \frac{1}{2}r.$$
$$= r - \frac{1}{2}r$$
$$= \frac{1}{2}r$$

Lasketaan segmentin pinta-ala sektorin ja kolmion pinta-alojen erotuksena.

$$\begin{aligned} A_{seg} &= A_{sek} - A_k \\ &= \frac{120°}{360°} \cdot \pi r^2 - \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin 120° \\ &= \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) r^2 \end{aligned}$$

Lasketaan segmentin pinta-ala kaavalla $A = \frac{2}{3} kh$.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} kh &= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} r \cdot \frac{1}{2} r \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} r^2 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $k = \sqrt{3} r$ ja $h = \frac{1}{2} r$.

Lasketaan kaavan antaman pinta-alan likiarvon ja segmentin todellisen pinta-alan suhde prosentteina.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} r^2}{\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) r^2} &= 0{,}940... \\ &\approx 94\ \% \end{aligned}$$

Kaavan antama tulos on $100\ \% - 94\ \% = 6\ \%$ pienempi.

Vastaus

Likiarvo on $6\ \%$ pienempi.