

⑪ Kertolaskusääntö:

$$P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Yhteenlaskusääntö:

⑫ $P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B)$

esim. Millä todennäköisyydellä kahdella nopalla heitetään

a) molemmilla [6]?

$$P(1. \text{ noppa on } [6] \text{ ja } 2. \text{ noppa } [6]) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

	1	2	3	4	5	6
1	•					
2		•				
3			•			
4				•		
5					•	
6						•

b) molemmilla sama silmäluuku?

$$\begin{aligned} &P(1. [1] \text{ ja } 2. [1] \text{ TAI } 1. [2] \text{ ja } 2. [2] \text{ TAI } \dots 1. [6] \text{ ja } 2. [6]) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{36} \cdot 6 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad (= 0,166\dots \approx 17\%) \end{aligned}$$

KOMPLEMENTTI

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

11.2 Arpajaisissa mainostetaan: ”Joka kuudes arpa voittaa!” Lilli ostaa viisi arpa. Millä todennäköisyydellä Lilli voittaa

a) kaikilla arvoilla

b) ainakin yhdellä arvalla?

Anna vastaukset kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$P(\text{voitto}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{ei voittoa}) = \frac{5}{6}$$

$$P(1. \text{ voitto ja } 2. \text{ voitto ja } 3. \text{ voitto} \\ \text{ja } 4. \text{ voitto ja } 5. \text{ voitto}) \\ = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{7776}$$

$$= 0,000128600823045267489712$$

$$\approx 0,013\%$$

b) ainakin 1?

1. voitto, 2. ei, 3. ei, 4. ei, 5. ei
 TAI 1. ei, 2. voitto, 3. ei, 4. ei, 5. ei jne

$$P(\text{ainakin 1}) = 1 - P(\text{ei yhtään voittoa}) \\ = 1 - \overset{1. \text{ ei}}{\frac{5}{6}} \cdot \overset{2. \text{ ei}}{\frac{5}{6}} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \\ = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \overset{1 - (5/6)^5}{0,59812242798353909465} \\ \approx 60\%$$

11.5 Noin 20 % Suomen asukkaista asuu pääkaupunkiseudulla.

Tietokone arpoo kaksi suomalaista. Millä todennäköisyydellä

a) kumpikaan ei ole pääkaupunkiseudulta

b) ainakin toinen on pääkaupunkiseudulta?

Anna vastaukset prosentin tarkkuudella.

$$P(\text{on pk-seudulta}) = 0,20$$

$$P(\text{ei ole pk-seudulta}) = 0,80$$

$$a) P(1. \text{ ei ole ja } 2. \text{ ei ole}) \\ = 0,8 \cdot 0,8 = \underline{0,64}$$

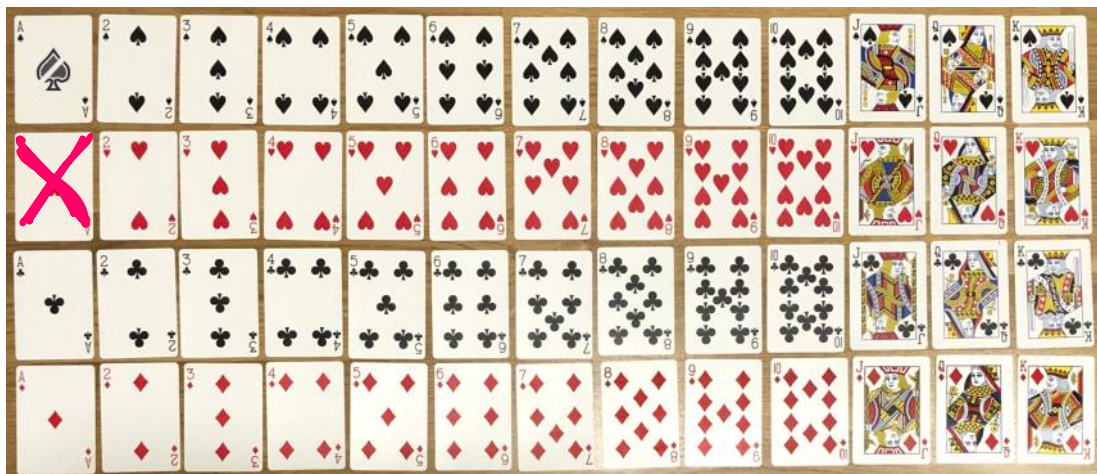
$$b) P(1. \text{ on ja } 2. \text{ ei} \\ \text{TAI } 1. \text{ ei ja } 2. \text{ on}) = 0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,2$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Tai 1. ei ja 2. on} = 0,2 \cdot 0,8 \\
 & \text{Tai 1. on ja 2. on} = + 0,8 \cdot 0,2 \\
 & \quad + 0,2 \cdot 0,2 \\
 & = 0,16 + 0,16 + 0,04 \\
 & = 0,36
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(\text{ainakin yksi on}) \\
 & = 1 - P(\text{ei kumpikaan}) \\
 & = 1 - 0,64 = 0,36
 \end{aligned}$$

11.9 Täydestä korttipakasta (52 korttia) nostetaan kolme korttia. Millä todennäköisyydellä saadaan kolme herttaa, kun

- kortit palautetaan pakkaan aina kunkin noston jälkeen
- kortteja ei palauteta pakkaan noston jälkeen?



pata
hertta
risti
ruutu

$$\text{a) } \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \quad \frac{(13 / 52)^3}{0,015625} \approx 1,6\%$$

$$\text{b) } \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \quad \frac{13 / 52 \times 12 / 51 \times 11 / 50}{0,0129411764705882352941} \approx 1,3\%$$

11.15 Pankkikortin tunnusluvussa on neljä numeroa, jotka voivat olla mitä tahansa numeroita 0–9. Minttu on unohtanut oman tunnuslukunsa. Millä todennäköisyydellä hän umpimähkään kokeillessaan näppäilee

a) oikean tunnusluvun

b) ainakin yhden oikean numeron?

0000, 0001, ... 9999

$$P(1. \text{ oikein ja } 2. \text{ oikein ja } 3. \text{ oikein ja } 4. \text{ oikein}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10000} = 0,0001$$

b) **KOMPLEMENTTI!**

$$1 - P(\text{ei yhtään oikein}) = 1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = 1 - (9/10)^4 = 0,3439 \approx 34\%$$

1. väärin ja 2. väärin ja 3. väärin ja 4. väärin