

# Binomi 7 – Luku 7 – Tehtävien malliratkaisut

7.1

a)

Lainaa lyhennetään kuukausittain, joten lainan kuukausikorkokanta on

$$\frac{3,6\%}{12} = 0,3\%.$$

Korkotekijä on tällöin  $q = 1,003$ .

Laina-aika on 5 vuotta, joten maksueriä on yhteensä  $5 \cdot 12 = 60$  kappaletta.

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 25000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,003$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 60$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 25000 \cdot 1,003^{60} \cdot \frac{1 - 1,003}{1 - 1,003^{60}} = 455,914 \dots \approx 455,91 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Maksuerän suuruus on 455,91 €.

b)

Jokaisen maksuerän suuruus on 455,91 €. Näitä maksueriä on yhteensä 60 kappaletta, joten Roni maksaa pankille yhteensä

$$60 \cdot 455,91 \text{ €} = 27354,60 \text{ €}$$

Lainan suuruus oli 25 000 €, joten Roni maksaa korkoa yhteensä

$$27354,60 \text{ €} - 25000 \text{ €} = 2354,60 \text{ €}$$

**Vastaus**    a) 455,91 €

                  b) 2354,60 €

## 7.2

Lainan korkokanta on  $1,26 \% + 2,10 \% = 3,36 \%$ .

Kuukausikorkokanta on tällöin  $\frac{3,36 \%}{12} = 0,28 \%$  ja korkotekijä  $q = 1,0028$ .

Laina-aika on 15 vuotta, joten kuukausittaisia maksueriä on yhteensä  $15 \cdot 12 = 180$  kappaletta eli  $n = 180$ .

Merkitään lainan määrää kirjaimella  $K$ . Tasaerän suuruus voi olla korkeintaan 850 € eli  $A = 850$ . Muodostetaan annuiteetin avulla yhtälö ja ratkaistaan  $K$ .

$$K \cdot 1,0028^{180} \cdot \frac{1 - 1,0028}{1 - 1,0028^{180}} = 850$$
$$K = 120051,875 \dots$$
$$K \approx 120100 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Amanda voi ottaa korkeintaan 120 100 € suuruisen lainan.

**Vastaus**    120 100 €

### 7.3

#### A - I

Tasalyhennyslainassa lyhennys on aina yhtä suuri. Koska korko on alussa suurempi, myös maksuerä on suurempi. Maksuerä pieneen lainasumman ja koron mukana.

#### B - II

Tasaerälainassa maksuerässä on aluksi paljon korkoa, mutta lainasumman pienetessä koron osuus maksuerästä pienenee. Samalla lyhennys siis kasvaa.

#### C - II

Tasaerälainassa maksuerä pysyy aina samana.

#### D - I ja II

Ensimmäisessä maksuerässä korko maksetaan koko lainasummasta. Kun lyhennykset alkavat, myös korko pienenee.

#### E - I

Tasalyhennyslainassa viimeisessä maksuerässä lyhennyksen lisäksi maksetaan korkoa vain jäljellä olevasta lainasummasta eli lyhennyksestä. Maksuerässä on siis vähiten korkoa, joten viimeinen maksuerä on pienin.

#### F - I

Tasalyhennyslainassa lyhennys pysyy aina samana, mutta lyhennykseen lisätään korko, jonka suuruus riippuu lainasummasta. Koska lainaa lyhennetään joka maksuerällä, myös korko pienenee. Jokainen maksuerä on siis eri suuruinen.

**Vastaus** A - I, B - II, C - II, D - I ja II, E - I, F - I

## 7.4

a)

Laina-aika on 10 vuotta, joten maksueriä on yhteensä  $10 \cdot 12 = 120$  kappaletta.

b)

Lainaa lyhennetään kuukausittain, joten lainan kuukausikorkokanta on

$$\frac{3,00\%}{12} = 0,25\%.$$

Korkotekijä on tällöin  $q = 1,0025$ .

c)

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 180000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,0025$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 120$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 180000 \cdot 1,0025^{120} \cdot \frac{1 - 1,0025}{1 - 1,0025^{120}} = 1738,093 \dots \approx 1738,09 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä $A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$
--

Tasaerän suuruus on 1738,09 €.

**Vastaus** a) 120

b)  $q = 1,0025$

c) 1738,09 €

## 7.5

a)

Lasketaan maksuerän suuruus ensin, mikäli lainaa lyhennetään vuosittain.  
Tällöin maksueriä on 12.

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 60000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,015$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 12$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 60000 \cdot 1,015^{12} \cdot \frac{1 - 1,015}{1 - 1,015^{12}} = 5500,799 \dots \approx 5500,80 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Tasaerän suuruus on 5500,80 €.

b)

Lasketaan maksuerän suuruus ensin, mikäli lainaa lyhennetään kuukausittain.

Kuukausikorkokanta on tällöin  $\frac{1,5\%}{12} = 0,125\%$  ja korkotekijä  $q = 1,00125$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 60000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,00125$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 12 \cdot 12 = 144$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 60000 \cdot 1,00125^{144} \cdot \frac{1 - 1,00125}{1 - 1,00125^{144}} = 455,550 \dots \approx 455,55 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Tasaerän suuruus on 455,55 €.

**Vastaus**    a) 5500,80 €

              b) 455,55 €

## 7.6

a)

Kuukausikorkokanta on  $\frac{1,65\%}{12} = 0,1375\%$  ja korkotekijä  $q = 1,001375$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 190000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,001375$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 15 \cdot 12 = 180$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 190000 \cdot 1,001375^{180} \cdot \frac{1 - 1,001375}{1 - 1,001375^{180}}$$
$$= 1192,285 \dots$$
$$\approx 1192,29 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Tasaerän suuruus on 1192,29 €

b)

Jokaisen maksuerän suuruus on 1192,29 €. Näitä maksueriä on yhteensä 180 kappaletta, joten pankille maksetaan yhteensä

$$180 \cdot 1192,29 \text{ €} = 214612,20 \text{ €}$$

c)

Lainan suuruus oli 190 000 €, joten korkoa maksetaan yhteensä

$$214612,20 \text{ €} - 190000 \text{ €} = 24612,20 \text{ €}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia se on lainasummasta.

$$\frac{24612,20 \text{ €}}{190000 \text{ €}} = 0,1295 \dots \approx 13 \%$$

**Vastaus**    a) 1192,29 €    b) 214612,20 €    c) 13 %

## 7.7

a)

Lainan kuukausikorkokanta on  $\frac{1,8\%}{12} = 0,15\%$  ja korkotekijä  $q = 1,0015$ .

Lainan määrä on  $K = 90000$  €

Merkitään maksuerien määrää kirjaimella  $n$ . Tasaerän suuruus voi olla korkeintaan 500 € eli  $A = 500$ . Muodostetaan annuiteetin avulla yhtälö ja ratkaistaan  $n$ .

$$90000 \cdot 1,0015^n \cdot \frac{1 - 1,0015}{1 - 1,0015^n} = 500$$
$$n = 209,964 \dots$$
$$n \approx 210$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Rasmus tarvitsee lainan maksuun 210 maksuerää.

b)

Maksuerien väli on kuukausi eli 210 maksuerää suoritetaan  $\frac{210}{12} = 17,5$  vuodessa.

**Vastaus** a) 210 maksuerää

b) 17,5 vuotta

## 7.8

1. Neliöhinta saadaan jakamalla hinta asunnon neliömäärällä.

$$\text{Asunto 1: } \frac{89000 \text{ €}}{47 \text{ m}^2} = 1893,617 \dots \frac{\text{€}}{\text{m}^2} \approx 1893,62 \frac{\text{€}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Asunto 2: } \frac{96000 \text{ €}}{42 \text{ m}^2} = 2285,714 \dots \frac{\text{€}}{\text{m}^2} \approx 2285,71 \frac{\text{€}}{\text{m}^2}$$

2. Lainan korkokanta on 2,4 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{2,4 \%}{12} = 0,2 \%$ .  
Korkotekijä on siis  $q = 1,0015$ .

Kymmenen vuoden aikana maksetaan  $10 \cdot 12 = 120$  maksuerää eli  $n = 120$ .

Asunto 1:tä varten tarvitaan lainaa  $K = 89000 \text{ €} - 19000 \text{ €} = 70000 \text{ €}$ .  
Annuiteetin suuruus on

$$A = 70000 \cdot 1,002^{120} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{120}} = 656,710 \dots \approx 656,71 \text{ (€)}$$

Lainasta maksetaan siis korkoa  $120 \cdot 656,71 \text{ €} - 70000 \text{ €} = 8805,20 \text{ €}$

Asunto 2:ta varten tarvitaan lainaa  $K = 96000 \text{ €} - 19000 \text{ €} = 77000 \text{ €}$ .  
Annuiteetin suuruus on

$$A = 77000 \cdot 1,002^{120} \cdot \frac{1 - 1,002}{1 - 1,002^{120}} = 722,382 \dots \approx 722,38 \text{ (€)}$$

Lainasta maksetaan siis korkoa  $120 \cdot 722,38 \text{ €} - 77000 \text{ €} = 9685,60 \text{ €}$

Lasketaan, paljonko vaihtoehtoissa kuluu korkoihin ja vastikkeisiin kymmenessä vuodessa.

$$\text{Asunto 1: } 120 \cdot 220 \text{ €} + 8805,20 \text{ €} = 35205,20 \text{ €}$$

$$\text{Asunto 2: } 120 \cdot 147 \text{ €} + 9685,60 \text{ €} = 27325,60 \text{ €}$$

3. Kokonaisedullisuutta huomioidessa kannattaa ottaa huomioon esimerkiksi

- asunnon kunto ja remontointitarve
- asunnon jälleenmyyntiarvo
- matkakustannukset eri sijainneilla
- tulevat taloyhtiön remontit
- yhtiövastikkeen ja korkotason muutokset
- asunnon muut kustannukset kuten vesimaksu
- mikä lämmitysmuoto asunnossa on

**Vastaus** a) asunto 1: 1893,62 €/m<sup>2</sup> ja asunto 2: 2285,71 €/m<sup>2</sup>

b) asunto 1: 35 205,20 € ja asunto 2: 27 325,60 €

c) esim. asunnon kunto ja remontointitarve, asunnon jälleenmyyntiarvo, matkakustannukset eri sijainneilla, tulevat taloyhtiön remontit, yhtiövastikkeen ja korkotason muutokset, asunnon muut kustannukset kuten vesimaksu.



## 7.9

a)

Lainan korkokanta on 3,36 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{3,36\%}{12} = 0,28\%$ .

Koron määrä ensimmäisessä maksuerässä on 0,28 % koko lainasummasta, sillä lainaa ei ole vielä lyhennetty.

$$0,0028 \cdot 32000 \text{ €} = 89,60 \text{ €}$$

Ensimmäisessä maksuerässä korkoa on 89,60 €.

b)

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 32000 \text{ €}$
- korkotekijä on  $q = 1,0028$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 6 \cdot 12 = 72$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 32000 \cdot 1,0028^{72} \cdot \frac{1 - 1,0028}{1 - 1,0028^{72}} = 491,368 \dots \approx 491,37 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Maksuerä sisältää lyhennyksen ja koron, joten ensimmäisessä maksuerässä on lyhennystä  $491,37 \text{ €} - 89,60 \text{ €} = 401,77 \text{ €}$ .

c)

Ensimmäisen lyhennyksen jälkeen lainaa on jäljellä  $32000 \text{ €} - 401,77 \text{ €} = 31598,23 \text{ €}$ .

**Vastaus**    a) 89,60 €

              b) 401,77 €

              c) 31 598,23 €

## 7.10

a)

Luoton korkokanta on 13,5 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{13,5\%}{12} = 1,125\%$ .

Koron määrä ensimmäisessä maksuerässä on 1,125 % television hinnasta, sillä luottoa ei ole vielä lyhennetty.

$$0,01125 \cdot 1999 \text{ €} = 22,488 \dots \text{ €} \approx 22,49 \text{ €}$$

Ensimmäisessä maksuerässä korkoa on 22,49 €.

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 1999 \text{ €}$
- korkotekijä on  $q = 1,01125$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 30$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 1999 \cdot 1,01125^{30} \cdot \frac{1 - 1,01125}{1 - 1,01125^{30}} = 78,879 \dots \approx 78,88 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Ensimmäinen lyhennys on siis  $78,88 \text{ €} - 22,49 \text{ €} = 56,39 \text{ €}$

b)

Toisen lyhennyksen korkoa maksetaan korko jäljellä olevasta luotosta eli  $1999 \text{ €} - 56,39 \text{ €} = 1942,61 \text{ €}$ .

Koron määrä on  $0,01125 \cdot 1942,61 \text{ €} = 21,854 \dots \text{ €} \approx 21,85 \text{ €}$ .

c)

Otto maksaa 30 maksuerää (78,88 €) ja jokaisen maksuerän yhteydessä 5 € käsittelymaksua.

$$30 \cdot 78,88 \text{ €} + 30 \cdot 5 \text{ €} = 2516,40 \text{ €}$$

Otto maksaa televisiosta kokonaisuudessaan 2559,60 €.

**Vastaus**    a) lyhennys 56,39 € ja korko 22,49 €  
              b) 21,85 €  
              c) 2516,40 €

## 7.11

a)

Lainan korkokanta on 3,9 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{3,9\%}{12} = 0,325\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 80000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,00325$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 10 \cdot 12 = 120$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 80000 \cdot 1,00325^{120} \cdot \frac{1 - 1,00325}{1 - 1,00325^{120}} = 806,164 \dots \approx 806,16 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

b)

Viiden vuoden aikana lainaa on lyhennetty yhteensä  $5 \cdot 12 = 60$  maksuerän verran.

Lasketaan jäljellä olevan lainan määrä 60 lyhennyksen jälkeen.

$$\begin{aligned} V_{60} &= 80000 \cdot 1,00325^{60} - 806,16 \cdot \frac{1 - 1,00325^{60}}{1 - 1,00325} \\ &= 43881,720 \dots \\ &\approx 43881,72 \text{ €} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

**Vastaus**    a) 806,16 €

              b) 43 881,72 €

## 7.12

a)

Lainan korkokanta on 3,80 %, joten puolivuosisuoritekijä on  $\frac{3,80\%}{2} = 1,90\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot, kun laina-aika on 5 vuotta.

- lainapääoma on  $K = 35000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,019$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 5 \cdot 2 = 10$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 35000 \cdot 1,019^{10} \cdot \frac{1 - 1,019}{1 - 1,019^{10}} = 3876,069 \dots \approx 3876,07 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

b)

Kymmenessä vuodessa on  $10 \cdot 2 = 20$  maksuerää. Lasketaan tasaerän suuruus.

$$A = 35000 \cdot 1,019^{20} \cdot \frac{1 - 1,019}{1 - 1,019^{20}} = 2119,884 \dots \approx 2119,88 \text{ (€)}$$

c)

Lasketaan, paljonko lainaa on jäljellä 10 vuoden maksuajalla, kun aikaa on kulunut 5 vuotta. Lainaa on lyhennetty tällöin  $5 \cdot 2 = 10$  kertaa.

$$\begin{aligned} V_{10} &= 35000 \cdot 1,019^{10} - 2119,88 \cdot \frac{1 - 1,019^{10}}{1 - 1,019} \\ &= 19142,108 \dots \\ &\approx 19142,11 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

**Vastaus**    a) 3 876,07 €

                  b) 2 119,88 €

                  c) 19 142,11 €

### 7.13

a)

Luoton korkokanta on 19,50 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{19,50\%}{12} = 1,625\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot.

- luottopääoma on  $K = 459 \text{ €}$
- korkotekijä on  $q = 1,01625$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 24$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 459 \cdot 1,01625^{24} \cdot \frac{1 - 1,01625}{1 - 1,01625^{24}} = 23,249 \dots \approx 23,25 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Yhden maksuerän suuruus on 23,25 €.

b)

Maksueriä maksetaan yhteensä 24 kappaletta. Lasketaan kokonaishinta.

$$19,90 \text{ €} + 24 \cdot 23,25 \text{ €} = 577,90 \text{ €}$$

c)

Verrataan osamaksun kokonaishintaa käteishintaan.

$$\frac{577,90 \text{ €} - 459 \text{ €}}{459 \text{ €}} = 0,2590 \dots \approx 26 \%$$

Osamaksulla hinta on 26 % suurempi.

**Vastaus**    a) 23,25 €

                  b) 577,90 €

                  c) 26 %

## 7.14

Merkitään asunnon hintaa kirjaimella  $x$ .

Linnealla on 24 000 €, joka on 15 % asunnon hinnasta.  
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\begin{aligned}0,15x &= 24000 \\ x &= 160000\end{aligned}$$

Linnea voi ostaa 160 000 € maksavan asunnon.

**b)**

Koska Linnealla on 24 000 €, hän tarvitsee lainaa  $160000 \text{ €} - 24000 \text{ €} = 136000 \text{ €}$ .

**c)**

Lainan korkokanta on 1,5 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{1,5 \%}{12} = 0,125 \%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot.

- lainapääoma on  $K = 136000 \text{ €}$
- korkotekijä on  $q = 1,00125$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 15 \cdot 12 = 180$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 136000 \cdot 1,00125^{180} \cdot \frac{1 - 1,00125}{1 - 1,00125^{180}} = 844,210 \dots \approx 844,21 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Ensimmäisen vuoden aikana maksetaan 12 maksuerää.

$$12 \cdot 844,21 \text{ €} = 10130,52 \text{ €}$$

Ensimmäisen vuoden aikana lainanhoitokuluihin kuluu 10 130,52 €.

**Vastaus**    **a)** 160 000 €

**b)** 136 000 €

**c)** 10 130,52 €

## 7.15

a)

Jos lainan korkokanta on 6,0 %, niin kuukausikorkokanta on  $\frac{6,0\%}{12} = 0,5\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot.

- lainapääoma on  $K = 135000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,005$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 12 \cdot 12 = 144$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 135000 \cdot 1,005^{144} \cdot \frac{1 - 1,005}{1 - 1,005^{144}} = 1317,397 \dots \approx 1317,40 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Eetu pystyy maksamaan 1400 €, joten hän läpäisee stressitestin.

b)

Lainan korkokanta on 1,14 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{1,14\%}{12} = 0,095\%$ .

Korkotekijä on tällöin  $q = 1,00095$ .

Merkitään maksuerien määrää kirjaimella  $n$ .

Tasaerän suuruus voi olla korkeintaan 1400 € eli  $A = 1400$ .

Muodostetaan annuiteetin avulla yhtälö ja ratkaistaan  $n$ .

$$135000 \cdot 1,00095^n \cdot \frac{1 - 1,00095}{1 - 1,00095^n} = 1400$$
$$K = 101,83 \dots$$
$$K \approx 102$$

Tarvitaan 102 maksuerää kuukauden välein eli laina-aika olisi  $\frac{102}{12} = 8,5$  vuotta.

**Vastaus** a) läpäisee ( $A = 1317,40$  €)

b) 8,5 vuotta

## 7.16

a)

Lainan korkokanta on 1,2 %, niin kuukausikorkokanta on  $\frac{1,2\%}{12} = 0,1\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot.

- lainapääoma on  $K = 100000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,001$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 10 \cdot 12 = 120$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 100000 \cdot 1,001^{120} \cdot \frac{1 - 1,001}{1 - 1,001^{120}} = 884,749 \dots \approx 884,75 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Maksuerän suuruus on 884,75 €.

b)

Kuudennen vuoden alussa lyhennyksen jälkeen jäljellä olevan lainan määrä on

$$K = 51498,75 \text{ €} - 21000 \text{ €} = 30498,75 \text{ €}.$$

Lainaa lyhennetään siitä asti 1100 € tasaerin eli  $A = 1100$ . Merkitään maksuerien määrää kirjaimella  $n$ . Muodostetaan annuiteetin kaavan avulla yhtälö ja ratkaistaan  $n$ .

$$30498,75 \cdot 1,001^n \cdot \frac{1 - 1,001}{1 - 1,001^n} = 1100$$
$$n = 28,131 \dots$$

Lainan maksuun tarvitaan 29 maksuerää eli laina on maksettu takaisin 29 kuukauden kuluttua.

**Vastaus**    a) 884,75 €

              b) 29 kuukautta



## 7.17

Lainan korkokanta on 4,5 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{4,5\%}{12} = 0,375\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot:

- lainapääoma on  $K = 10000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,00375$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 3 \cdot 12 = 36$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 10000 \cdot 1,00375^{36} \cdot \frac{1 - 1,00375}{1 - 1,00375^{36}} = 297,469 \dots \approx 297,47 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Taulukoidaan ensimmäiset kolme maksuerää.

- Jokaisen maksuerän suuruus on **297,47 €**
- Koron määrä on 0,375 % jäljellä olevasta lainamäärästä
- Lyhennyksen suuruus saadaan vähentämällä maksuerästä korko
- Jokainen lyhennys pienentää jäljellä olevan lainan määrää

Maksuerä	Maksuerä (€)	Lainaa jäljellä ennen lyhennystä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Lainaa jäljellä lyhennyksen jälkeen (€)
1	<b>297,47</b>	10 000	$0,00375 \cdot 10000$ $= 37,50$	<b>297,47 - 37,50</b> $= 259,97$	$10\ 000 - 259,97$ $= 9\ 740,03$
2	<b>297,47</b>	9 740,03	$0,00375 \cdot 9\ 740,03$ $\approx 36,53$	<b>297,47 - 36,53</b> $= 260,94$	$9\ 740,03 - 260,94$ $= 9\ 479,09$
3	<b>297,47</b>	9 479,09	$0,00375 \cdot 9\ 479,09$ $\approx 35,55$	<b>297,47 - 35,55</b> $= 261,92$	

## Vastaus

Maksukerta	Maksuerä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)
1	297,47	37,50	259,97
2	297,47	36,53	260,94
3	297,47	35,55	261,92

## 7.18

a)

Lasketaan ensin tasaeran suuruus.

Lainan korkokanta on 4,8 %, joten puolivuosisuorituskorkokanta on  $\frac{4,8\%}{2} = 2,4\%$ .

- lainapääoma on  $K = 18000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,024$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 4 \cdot 2 = 8$

Lasketaan tasaeran eli annuiteetin suuruus.

$$A = 18000 \cdot 1,024^8 \cdot \frac{1 - 1,024}{1 - 1,024^8} = 2499,719 \dots (\text{€})$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Taulukoidaan maksuerät ja lasketaan korot ja lyhennykset.

	B	C	D	E
1	Lainamäärä (€)	Maksuerä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)
2	18000,00	2499,72	432,00	2067,72
3	15932,28	2499,72	382,37	2117,34
4	13814,94	2499,72	331,56	2168,16
5	11646,77	2499,72	279,52	2220,20
6	9426,58	2499,72	226,24	2273,48
7	7153,10	2499,72	171,67	2328,05
8	4825,05	2499,72	115,80	2383,92
9	2441,13	2499,72	58,59	2441,13
10		yhteensä	1997,76	18000,00
11				

1. Maksuerä on kaikissa sama

2. Lasketaan korko jäljellä olevasta lainasummasta.  
=0,024\*B2

3. Lyhennys saadaan vähentämällä maksuerästä korko  
=C2-D2

4. Jäljellä oleva lainamäärä saadaan vähentämällä edellinen lyhennys lainamäärästä.  
=B2-E2

5. Kopioidaan kaikki kaavat alas aloittaen lainamäärä -sarakkeesta.

=SUMMA (D2 : D9)

Korot ovat yhteensä 1997,76 €.

b)

Lasketaan tasalyhennyksen suuruus, kun maksuerä on kahdeksan.

$$\frac{18000 \text{ €}}{8} = 2250 \text{ €}$$

Puolivuosikorkokanta on sama 2,4 %.

Taulukoidaan maksuerät ja lasketaan korko.

	H	I	J	K	L
1	Maksu	Lainamäärä (€)	Lyhennys (€)	Korko (€)	Maksuerä
2	1.	18000,00	2250,00	432,00	2682,00
3	2.	15750,00	2250,00	378,00	2628,00
4	3.	13500,00	2250,00	324,00	2574,00
5	4.	11250,00	2250,00	270,00	2520,00
6	5.	9000,00	2250,00	216,00	2466,00
7	6.	6750,00	2250,00	162,00	2412,00
8	7.	4500,00	2250,00	108,00	2358,00
9	8.	2250,00	2250,00	54,00	2304,00
10		yhteensä	18000,00	1944,00	

1. Muodostetaan kaava jäljellä olevan lainamäärän laskemiseksi.

=I2-2250

2. Kopioidaan kaava seuraaville riveille.

1. Muodostetaan kaava koron laskemiseksi.

=0,024\*K2

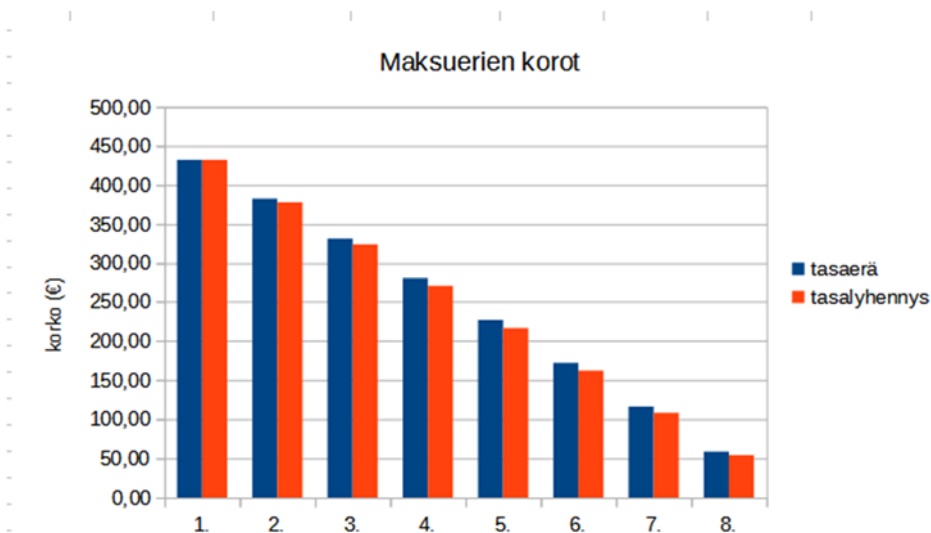
2. Kopioidaan kaava seuraaville riveille.

=SUMMA (K2 : K9)

Korkoa maksetaan yhteensä 1944,00 €.

c)

Piirretään kuvaajaan kummankin lainavaihtoehdon maksuerien korot.



1. Maalataan maksueräsarake sekä molempien vaihtoehtojen korkosarake (ctrl)

2. Valitaan kuvaajatyökalu

3. Nimetään arvosarjat lainavaihtoehtojen mukaan

4. Kirjoitetaan otsikko

## 7.19

a)

Lasketaan ensin tasaerän suuruus.

Lainan korkokanta on 4,8 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{4,8\%}{12} = 0,4\%$ .

- lainapääoma on  $K = 12000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,004$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 12$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 12000 \cdot 1,004^{12} \cdot \frac{1 - 1,004}{1 - 1,004^{12}} = 1026,190 \dots \approx 1026,19 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Taulukoidaan maksuerät ja lasketaan korot ja lyhennykset.

	A	B	C	D	E
1	Maksu	Lainamäärä (€)	Maksuerä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)
2	1.	12000,00	1026,19	48,00	978,19
3	2.	11021,81	1026,19	44,09	982,10
4	3.	10039,71	1026,19	40,16	986,03
5	4.	9053,68	1026,19	36,21	989,98
6	5.	8063,70	1026,19	32,25	993,94
7	6.	7069,76	1026,19	28,28	997,91
8	7.	6071,85	1026,19	24,29	1001,90
9	8.	5069,95	1026,19	20,28	1005,91
10	9.	4064,04	1026,19	16,26	1009,93
11	10.	3054,11	1026,19	12,22	1013,97
12	11.	2040,13	1026,19	8,16	1018,03
13	12.	1022,10	1026,19	4,09	1022,10
14			yhteensä	314,28	12000,00

1. Maksuerä on kaikissa sama

2. Lasketaan korko jäljellä olevasta lainasummasta.  
=0,004\*B2

3. Lyhennys saadaan vähentämällä maksuerästä korko  
=C2-D2

4. Jäljellä oleva lainamäärä saadaan vähentämällä edellinen lyhennys lainamäärästä.  
=B2-E2

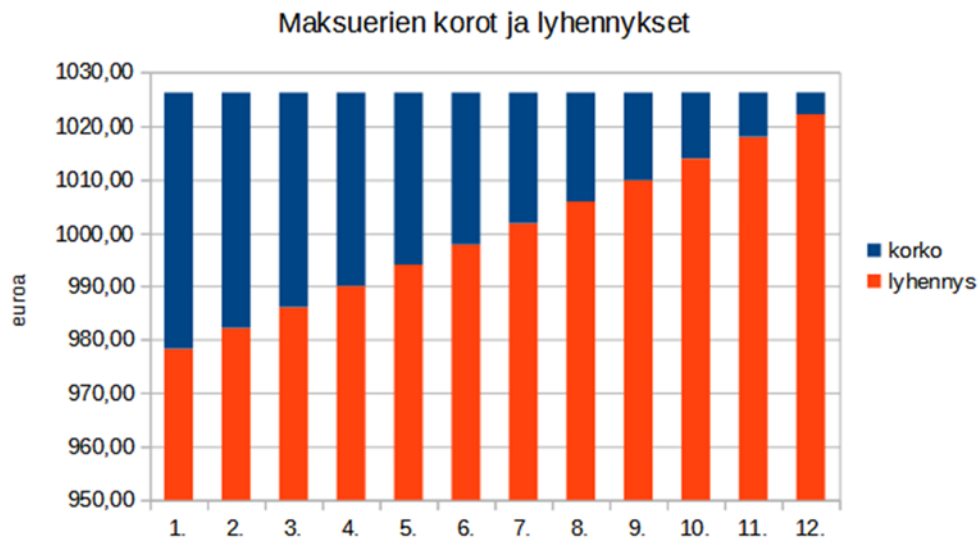
5. Kopioidaan kaikki kaavat alas aloittaen lainamäärä - sarakkeesta.

=SUMMA (D2 :D9)

Korot ovat yhteensä 314,28 €.

b)

Muodostetaan pinottu pylväsdiagrammi.



1. Maalataan maksuerä-sarake sekä korko- ja lyhennyssarakkeet(ctrl)
2. Valitaan kuvaaja-työkalu ja pinottu pylväsdiagrammi.
3. Nimetään arvosarjat
4. Kirjoitetaan otsikot

Vastaus a)

Maksukerta	Maksuerä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)
1	1026,19	48,00	978,19
2	1026,19	44,09	982,10
3	1026,19	40,16	986,03
4	1026,19	36,21	989,98
5	1026,19	32,25	993,94
6	1026,19	28,28	997,91
7	1026,19	24,29	1001,90
8	1026,19	20,28	1005,91
9	1026,19	16,26	1009,93
10	1026,19	12,22	1013,97
11	1026,19	8,16	1018,03
12	1026,19	4,09	1022,10
Korot yhteensä:		314,28	

b) Kuvaaja yllä

## 7.20

a)

Lainan korkokanta on 2,79 %, joten kuukausi korkokanta on  $\frac{2,79\%}{12} = 0,2325\%$ .  
Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot, kun laina-aika on 6 vuotta.

- lainapääoma on  $K = 25000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,002325$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 6 \cdot 12 = 72$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 25000 \cdot 1,002325^{72} \cdot \frac{1 - 1,002325}{1 - 1,002325^{72}} = 377,497 \dots \approx 377,50 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Vuoden aikana lainaa on lyhennetty 12 kertaa.  
Lasketaan, paljonko lainaa on jäljellä.

$$\begin{aligned} V_{12} &= 25000 \cdot 1,002325^{12} - 377,50 \cdot \frac{1 - 1,002325^{12}}{1 - 1,002325} \\ &= 21118,110 \dots \\ &\approx 21118,11 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Vuoden jälkeen lainaa on jäljellä 21 118,11 €.

b)

Lainan korkokanta nousee 3,21 prosenttiin, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{3,21\%}{12} = 0,2675\%$ .

Kootaan lainan tiedot vuoden päästä.

- lainapääoma on  $K = 21118,11$  €
- korkotekijä on  $q = 1,002675$
- jäljellä olevien maksuerien lukumäärä on  $n = 5 \cdot 12 = 60$

$$A = 21118,11 \cdot 1,002675^{60} \cdot \frac{1 - 1,002675}{1 - 1,002675^{60}} = 381,438 \dots \approx 381,44 \text{ (€)}$$

Maksuerä kasvaa  $381,44 \text{ €} - 377,50 \text{ €} = 3,94 \text{ €}$ .

**Vastaus**    a) 21 118,11 €

              b) 3,94 €

## 7.21

a)

Lainan korkokanta on 6,6 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{6,6\%}{12} = 0,55\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot, kun laina-aika on 2 vuotta.

- lainapääoma on  $K = 8000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,0055$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 2 \cdot 12 = 24$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 8000 \cdot 1,0055^{24} \cdot \frac{1 - 1,0055}{1 - 1,0055^{24}} = 356,731 \dots \approx 356,73 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

b)

Vuoden aikana lainaa on lyhennetty 12 kertaa.

Lasketaan, paljonko lainaa on jäljellä.

$$\begin{aligned} V_{12} &= 8000 \cdot 1,0055^{12} - 356,73 \cdot \frac{1 - 1,0055^{12}}{1 - 1,0055} \\ &= 4131,611 \dots \\ &\approx 4131,61 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Vuoden jälkeen lainaa on jäljellä 4131,61 €.

c)

Lasketaan, paljonko pankille maksetaan takaisin kokonaisuudessaan.

$$24 \cdot 356,73 \text{ €} = 8561,52 \text{ €}$$

Korkoa maksetaan siis  $8561,52 \text{ €} - 8000 \text{ €} = 561,52 \text{ €}$ .

**Vastaus**    a) 356,73 €    b) 4 131,61 €    c) 561,52 €

## 7.22

Pinja ottaa autoa varten lainaa  $0,8 \cdot 25000 \text{ €} = 20000 \text{ €}$ .

Lainan korkokanta on 4,68 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{4,68\%}{12} = 0,39\%$ .

Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot, kun laina-aika on 5 vuotta.

- lainapääoma on  $K = 8000 \text{ €}$
- korkotekijä on  $q = 1,0039$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 5 \cdot 12 = 60$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 20000 \cdot 1,0039^{60} \cdot \frac{1 - 1,0039}{1 - 1,0039^{60}} = 374,499 \dots \approx 374,50 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Koska kyseessä on tasaerälaina, ensimmäinen ja viimeinen maksuerä ovat yhtä suuria eli 374,50 €.

Ensimmäisessä maksuerässä maksetaan korkoa koko lainamäärästä eli  $0,0039 \cdot 20000 = 78 \text{ €}$ .

Lasketaan, kuinka paljon lainaa on jäljellä toiseksi viimeisen maksuerän (59.) jälkeen.

$$\begin{aligned} V_{59} &= 20000 \cdot 1,0039^{59} - 374,50 \cdot \frac{1 - 1,0039^{59}}{1 - 1,0039} \\ &= 373,016 \dots \\ &\approx 373,02 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Viimeisessä maksuerässä maksetaan korkoa siis  $0,0039 \cdot 373,02 \text{ €} = 1,454 \dots \text{ €} \approx 1,45 \text{ €}$

**Vastaus** kaikki maksuerät 374,50 €, ensimmäisessä maksuerässä korkoa 78 €, viimeisessä 1,45 €



## 7.23

a)

Lainan korkokanta on aluksi 3,24 %, joten kuukausikorkokanta on  $\frac{3,24\%}{12} = 0,27\%$ .  
Kootaan annuiteetin laskemiseen tarvittavat tiedot, kun laina-aika on 8 vuotta.

- lainapääoma on  $K = 45000$  €
- korkotekijä on  $q = 1,0027$
- maksuerien lukumäärä on  $n = 8 \cdot 12 = 96$

Lasketaan tasaerän eli annuiteetin suuruus.

$$A = 45000 \cdot 1,0027^{96} \cdot \frac{1 - 1,0027}{1 - 1,0027^{96}} = 532,750 \dots \approx 532,75 \text{ (€)}$$

Annuiteetti eli tasaerä

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

Kolmen vuoden aikana lainaa on lyhennetty  $3 \cdot 12 = 36$  kertaa.

Lasketaan, paljonko lainaa on jäljellä.

$$\begin{aligned} V_{36} &= 45000 \cdot 1,0027^{36} - 532,75 \cdot \frac{1 - 1,0027^{36}}{1 - 1,0027} \\ &= 29473,572 \dots \\ &\approx 29473,57 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Jäljellä olevan lainan määrä

$$V_k = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Lainaa on jäljellä 29473,57 €, kun korkokanta muuttuu.

b)

Merkitään jäljellä olevien maksuerien määrää kirjaimella  $n$ .

Uusi korkokanta on  $3,24\% + 1,20\% = 4,44\%$ , joten kuukausikorkokanta on  $\frac{4,44\%}{12} = 0,37\%$ .

Annuiteetti pysyy samana, mutta uusi korkokanta on  $q = 1,0037$ .  
Muodostetaan annuiteetin avulla yhtälö ja ratkaistaan  $n$ .

$$\begin{aligned} 29473,57 \cdot 1,0037^n \cdot \frac{1 - 1,0037}{1 - 1,0037^n} &= 532,75 \\ n &= 62,014 \dots \end{aligned}$$

Viimeinen maksuerä on muita pienempi, joten pyöristetään ylöspäin.

Ilman koronosta laina-aikaa olisi ollut jäljellä viisi vuotta eli  $5 \cdot 12 = 60$  kuukautta.

Koronnoston jälkeen maksueriä eli kuukausia on 63.

Laina-aika pitenee siis  $63 \text{ kk} - 60 \text{ kk} = 3 \text{ kk}$ .

**Vastaus**    a) 29 473,57 €                    b) 3 kuukautta