

s 2023

1. Funktiot ja lukujonot 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1. Jos $f(x) = x^2 + 2$, niin $f(2) =$ ^{2p}
2. Jos $g(x) = \sqrt{x}$, niin $g(16) =$ ^{2p}
3. Jos $f(x) = x^2 + 2$ ja $h(x) = x^3 - 2$, niin $f(x) + h(x) =$ ^{2p}
4. Jos $f(x) = x^2 + 2$ ja $h(x) = x^3 - 2$, niin $f(x) \cdot h(2) =$ ^{2p}
5. Jos $a_n = 3n + 1$, niin $a_4 =$ ^{2p}
6. Jos aritmeettisessa lukujonossa $a_0 = 3$ ja $a_1 = 7$, niin $a_3 =$ ^{2p}

2. Vaatekaupassa 12 p.

1. Farkkujen alkuperäinen hinta on 56,00 euroa ja alennusmyynnissä hintaa alennetaan 30 %. Mikä on alennettu hinta? (4 p.)
2. Takin alkuperäinen hinta on 79,00 euroa ja alennettu hinta 55,30 euroa. Mikä on alennusprosentti? (4 p.)
3. Vaatteiden arvonlisäverokanta on 24 %. Kuinka monta euroa paidan 45,00 euron myyntihinnasta on arvonlisäveroa? (4 p.)

s 2021

1. Lausekkeita ja yhtälöitä 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

- 1.1 Mikä on lausekkeen $2x + 8$ arvo, kun $x = -3$? 3 p.

- 1.2 Aritmeettisen lukujonon (a_n) yleinen termi on $a_n = 3n + 9$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Mikä on indeksin n pienin arvo, jota vastaava termi a_n on suurempi kuin 100? 3 p.

- 1.3 Yhtälö $x^2 - 4x = 0$ toteutuu 3 p.

- 1.4 Yhtälöparilla 3 p.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

2. Pituuksia ja pinta-aloja 12 p.

Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Tehtävässä ei voi käyttää kuvakaappauksia eikä kaavaeditoria. Kunkin vastauksen maksimipituus on 10 merkkiä. Vastaukset arvostellaan tietokoneavusteisesti ja ohjeiden noudattamatta jättäminen voi johtaa pistevähennyksiin. Jokaisesta kohdasta voi saada 3 pistettä.

- 2.1 Suorakulmion lävistäjän pituus on 5,0 cm ja lyhyemmän sivun pituus 2,0 cm. Määritä suorakulmion pidemmän sivun pituus millimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: mm

- 2.2 Suorakulmion yhden sivun pituus on 5,0 cm, ja se muodostaa 35° kulman suorakulmion lävistäjän kanssa. Laske suorakulmion piiri millimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: mm

- 2.3 Vinoneliö (eli neljäkäs) on suunnikas, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä. Vinoneliön lävistäjät leikkaavat toisensa kohtisuoraan ja niiden pituudet ovat 2,0 cm ja 5,0 cm. Määritä vinoneliön pinta-ala yhden neliösenttimetrin tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: cm^2

- 2.4 Ympyräsektorin säde on 3,00 cm ja keskuskulma $26,0^\circ$. Määritä sektorin pinta-ala $0,01 \text{ cm}^2$:n tarkkuudella. 3 p.

Vastaus: cm^2

7. Kananmunien hintamuutos 12 p.

Kananmunien kilohinta kaupassa on 3,50 euroa ilman arvonlisäveroa. Hinnasta 35 % saa alkutuotanto, 25 % pakkaamo ja 40 % kauppa. Kauppa alentaa kananmunien hintaa 10 %. Kuinka monta prosenttia kunkin toimijan saama korvaus laskee, jos euromääräinen hinnanalennus jaetaan tasan kaikkien kolmen toimijan kesken?

11. Viiden luvun mediaani 12 p.

Lukujen

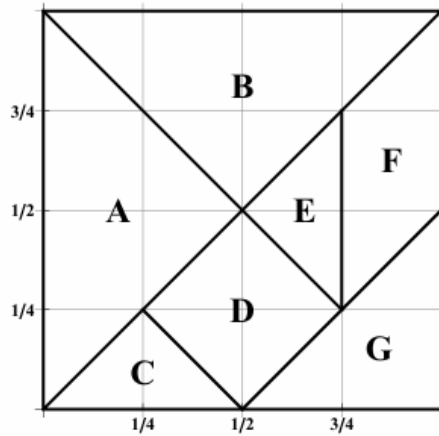
$$x + 1, \quad 2x + 5, \quad 3x - 2, \quad 4x + 1 \quad \text{ja} \quad 5x^2$$

keskiarvo on 1.

Määritä näiden lukujen mediaanin kaikki mahdolliset arvot.

s 2011

3. Kiinalaisen Tangram-pelin pelilaatat saadaan jakamalla neliö osiin oheisen kuvan mukaisesti. Ilmoita osien pinta-alat, kun koko neliön sivun pituus on 1.

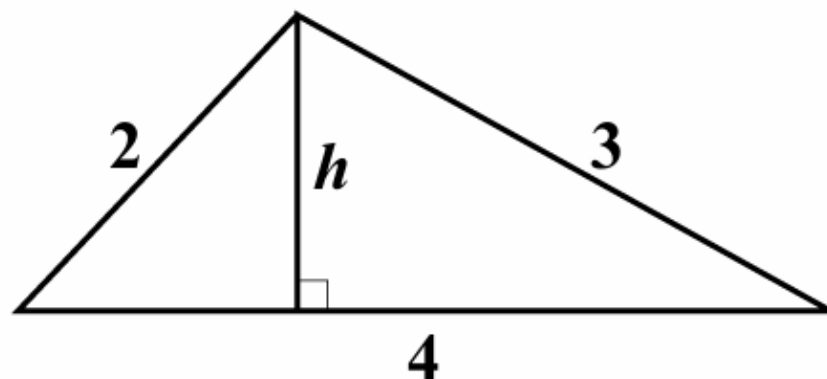


4. Ludwig van Beethoven, Wolfgang Amadeus Mozart ja Johann Sebastian Bach elivät yhteensä 156 vuotta. Bach eli yhdeksän vuotta vanhemmaksi kuin Beethoven, Mozart kuoli 21 vuotta nuorempana kuin Beethoven. Kuinka vanhoiksi säveltäjät elivät?

7. Kolmion sivujen pituudet ovat 2, 3 ja 4.

a) Laske pisintä sivua vastaava korkeus h kahden desimaalin tarkkuudella.

b) Laske kolmion kulmien suuruudet asteen tarkkuudella.



s 2017

7. a) Lieriön muotoinen Jättikynttilä on 100 cm pitkä, ja se palaa loppuun 450 tunnissa. Määritä sellaiset luvut k ja b , että lauseke $y = kt + b$ esittää kynttilän korkeutta y , kun se on palanut ajan t . Korkeus y ilmaistaan senttimetreinä ja aika t tunteina.
- b) Design-kynttilän korkeus riippuu puolestaan ajasta lausekkeen $y = 120 - 0,005t^2$ mukaisesti, kun y ja t ovat kuten a-kohdassa. Design-kynttilä ja Jättikynttilä sytytetään samanaikaisesti. Milloin ne ovat yhtä pitkiä?

s. 2020

1. Perustehtäviä 12 p.

Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Tehtävässä ei voi käyttää kuvakaappauksia eikä kaavaeditoria. Osatehtävissä 1.3.–1.6. vastauksen maksimipituus on 10 merkkiä. Vastaukset arvostellaan tietokoneavusteisesti ja ohjeiden noudattamatta jättäminen voi johtaa pistevähennyksiin.

- 1.1. Seuraavista jonoista vain yksi voi olla geometrinen jono. Mikä? 2 p.

- 1.2. Seuraavassa on kolme yhtälöä. Minkä kuvaaja on paraabeli? 2 p.

- 1.3. Taksin kilometriveloitusta on 1,55 €/km. Lisäksi on maksettava perusmaksu 5,90 €. Laske 5,0 km pitkän taksimatkan hinta. 2 p.

Vastaus: €

- 1.4. Laske ympyräsektorin pinta-ala yhden neliömillimetrin tarkkuudella, kun keskuskulman suuruus on 40° ja ympyrän säde on 34 mm. 2 p.

Vastaus: mm²

- 1.5. Mikä on funktion $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ suurin nollakohta? 2 p.

Vastaus: $x =$

- 1.6. Mikä on funktion $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ suurin arvo? 2 p.

Vastaus:

2. Yhtälöitä 12 p.

Ratkaise seuraavat yhtälöt. Anna vastausten likiarvot kahden desimaalin tarkkuudella.

1. $x^2 = 7$ (3 p.)

2. $7x^5 + 2 = -3x^5 + 4$ (3 p.)

3. $(3^x)^3 \cdot 3^4 = 3^{11}$ (3 p.)

4. $13^x = 147$ (3 p.)

3. Suorat ja kolmio 12 p.

1. Suoran S_1 yhtälö on $2x + 5y = 7$. Suora S_2 kulkee pisteiden $(-1, -1)$ ja $(2, 5)$ kautta. Määritä suorien S_1 ja S_2 leikkauspiste. (6 p.)

2. Kolmion kärjet ovat pisteissä $(0, 0)$, $(2, 3)$ ja $(-1, 4)$. Laske kolmion origossa oleva kulma asteen tarkkuudella ja tämän kulman vastaisen sivun pituuden tarkka arvo. (6 p.)

4. Veriryhmä tai Suurin arvo 12 p.

Ratkaise joko tehtävä 1. Veriryhmä TAI tehtävä 2. Suurin arvo.

1. **Veriryhmä:** Ihmisen veriryhmä on jokin tyypeistä A, B, AB tai O. Suomessa A:n osuus on 41 %, B:n 18 %, AB:n 8 % ja O:n 33 %. Millä todennäköisyydellä kahdella satunnaisesti valitulla henkilöllä on sama veriryhmä? (12 p.)

2. **Suurin arvo:** Määritä derivaattaa käyttämällä funktion $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - x + 4$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 1$. (12 p.)

8. Rekursiiviset mallit 12 p.

1. Säästötilin saldolle maksetaan vuosittain 2 % nettokorkoa, ja sen jälkeen tilille talletetaan 100 euroa. Tilin saldoa a_n voidaan mallintaa rekursiokaavalla

$$a_{n+1} = 1,02a_n + 100, \quad n \geq 1.$$

Alkuarvona on $a_1 = 1000$. Laske a_5 eli saldo neljän vuoden jälkeen. (6 p.)

2. Tutkijat ovat mallintaneet korppipopulaation kokoa seuraavien rekursiokaavojen avulla:

$$p_{n+1} = 0,95p_n + 0,02e_n,$$

$$e_{n+1} = p_n + e_n(1 - 0,01e_n),$$

missä p_n on pesivien korppien lukumäärä ja e_n on ei-pesivien korppien lukumäärä vuonna $n \geq 1$. Alkuarvot ovat $p_1 = 12$ ja $e_1 = 23$. Laske p_2 ja e_3 . (6 p.)

12. Korrelaatiot 12 p.

12.1. Arvioi yleistiedon perusteella, mikä vaihtoehtoista kuvaa parhaiten seuraavien muuttujien välistä korrelaatiota.

Oikea vastaus 1 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p. **4 p.**

suomalaisten lasten pituus ja paino

  1p.

suomalaisten aikuisten kengännumero ja verenpaine

  1p.

maan bruttokansantuote asukasta kohti ja lapsikuolleisuus

  1p.

tikkatauluun osuneiden tikkojen pysty- ja vaakasuuntaiset koordinaatit

  1p.

12.2. Vastaa seuraaviin korrelaatiota ja syy-yhteyttä koskeviin osatehtäviin. **8 p.**

1. Selitä omin sanoin, mitä tarkoittaa kahden muuttujan välinen korrelaatio. **(4 p.)**
2. Usein varoitetaan, että tilastollinen korrelaatio ei ole sama kuin muuttujien välinen syy-yhteys. Anna esimerkki todellisesta tilanteesta, jossa kahdella muuttujalla ei ole syy-yhteyttä, mutta ne kuitenkin korreloivat selvästi keskenään. Laskuja ei vaadita esimerkin tueksi, vaan sanallinen perustelu riittää. **(4 p.)**