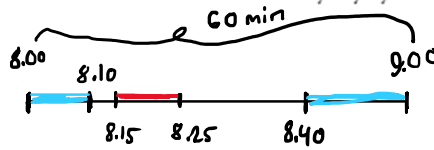


5.146

10.10 Maailmassa syntyy joka tunti arviolta 15 000 lasta. Tarkastellaan niiden ihmisten joukkoa, jotka syntyivät klo 8.00–9.00. Millä todennäköisyydellä tästä joukosta satunnaisesti valittu henkilö on syntynyt

- a) ennen klo 8.10
- b) klo 8.15–8.25
- c) klo 8.40 jälkeen?



$$a) P(\text{ennen klo } 8.10) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$b) P(8.15 - 8.25) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$c) P(8.40 \text{ jälkeen}) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

10.13 Heitetään kahta noppaa. Millä todennäköisyydellä

- a) nopilla saadaan sama silmäluku
- b) ainakin toinen silmäluvuista on vähintään 4?

	1	2	3	4	5	6
1	X			X	X	X
2		X		X	X	X
3			X	X	X	X
4	X	X	X	X	X	X
5	X	X	X	X	X	X
6	X	X	X	X	X	X

36 mahdollisuutta

$$P(a) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(b) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

⑪ Kertolaskusääntö

$$P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Kun tapahtumat A ja B ovat toisistaan riippumattomia.

⑫ yhteenlaskusääntö

$$P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B)$$

esim. Millä todennäköisyydellä kahdella nopalla

saadaan molemmilla 6?

$$P(1. \text{ noppa on } \boxed{6} \text{ ja } 2. \text{ noppa on } \boxed{6}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$P(\text{nopilla saadaan sama silmäluku})$

$$= P(1.\boxed{1} \text{ ja } 2.\boxed{1} \text{ tai } 1.\boxed{2} \text{ ja } 2.\boxed{2} \text{ tai } \dots \text{ tai } 1.\boxed{6} \text{ ja } 2.\boxed{6})$$

$$\begin{aligned}
 &= P(1.\boxed{1} \text{ ja } 2.\boxed{1} \text{ tai } 1.\boxed{2} \text{ ja } 2.\boxed{2} \text{ tai } \dots \text{ tai } 1.\boxed{6} \text{ ja } 2.\boxed{6}) \\
 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \cdot 6 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

Komplementti, vastatapahtuma

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

11.2 Arpajaisissa mainostetaan: ”Joka kuudes arpa voittaa!” Lilli ostaa viisi arpaa. Millä todennäköisyydellä Lilli voittaa

- a) kaikilla arvoilla
- b) ainakin yhdellä arvalla?

Anna vastaukset kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$P(\text{voitto}) = \frac{1}{6} \quad P(\text{ei voittoa}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(1.\text{voitto ja } 2.\text{voitto ja } 3.\text{voitto ja } 4.\text{voitto ja } 5.\text{voitto}) \\
 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{7776} \approx 0,00012860082304526749 \approx 0,00013
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(\text{ainakin yksi}) = 1 - P(\text{ei yhtään voittoa})$$

1. ei voittoa ja 2. ei voittoa ja 3. ei voittoa ja 4. ei voittoa ja 5. ei voittoa

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5 \\
 &= 1 - \frac{5^5}{6^5} = 1 - \frac{3125}{7776} = \frac{4651}{7776} \approx 0,59812242798353909465 \approx 0,60
 \end{aligned}$$

11.9 Täydestä korttipakasta (52 korttia) nostetaan kolme korttia. Millä todennäköisyydellä saadaan kolme herttaa, kun

- a) kortit palautetaan pakkaan aina kunkin noston jälkeen
- b) kortteja ei palauteta pakkaan noston jälkeen?

52 kortti 13 ruutu 13
risti 13 hertta 13

$$P(a) = \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} = \left(\frac{13}{52}\right)^3 = 0,015625 \approx 0,016$$

$$P(b) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{52 \cdot 51 \cdot 50} = 0,01294117647058823529$$

$$P(b) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = 0,01294117647058823529 \approx 0,013$$

yht. 18

11.10 Kulhossa on sekaisin 8 suklaakonvehtia, 6 toffeeta ja 4 lakua. Linnea valitsee kulhosta umpimähkäisesti kaksi karkkia. Laske todennäköisyys, että Linnea saa *satumaisesti*

a) kaksi suklaakonvehtia

b) ainakin yhden toffeen.

Anna vastaukset kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.

a) $P(1. \text{ suklaa ja } 2. \text{ suklaa}) = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = 0,1830065359477124183 \approx 0,18$

b) $P(1. \text{ toffee ja } 2. \text{ ei toffee})$
 TAI $1. \text{ ei toffee ja } 2. \text{ toffee}$
 TAI $1. \text{ toffee ja } 2. \text{ toffee}$

$$= \frac{6}{18} \cdot \frac{12}{17} + \frac{12}{18} \cdot \frac{6}{17} + \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17}$$

TAI KOMPLEMENTILLA

$$1 - P(1. \text{ ei toffee ja } 2. \text{ ei toffee})$$

$$= 1 - \frac{12}{18} \cdot \frac{11}{17} = 1 - \frac{12}{18} \cdot \frac{11}{17} = 0,56862745098039215686 \approx 0,57$$

$$6/18 \cdot 12/17 + 12/18 \cdot 6/17 + 6/18 \cdot 5/17 = 0,56862745098039215686 \approx 0,57$$

$$\underline{11.1 - 11.20}$$