

Luku 14 – Tehtävien malliratkaisut

14.1

a)

Korkeusjana, säde ja sivujana muodostavat suorakulmaisen kolmion. Ratkaistaan korkeusjanan h pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned}h^2 + 4,5^2 &= 12^2 \\h^2 &= 12^2 - 4,5^2 \\h^2 &= 123,75 \\h &= \pm\sqrt{123,75} \\h &= \pm 11,124 \dots\end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 11,124 \dots$ (cm) ≈ 11 cm.

b)

Kartion sisälle muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 4,5 dm ja 3,4 dm
 $\frac{3,4 \text{ dm}}{2} = 1,7 \text{ dm}$.

Ratkaistaan sivujan s pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned}s^2 &= 4,5^2 + 1,7^2 \\s^2 &= 23,14 \\h &= \pm\sqrt{23,14} \\h &= \pm 4,810 \dots\end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $s = 4,810 \dots$ (dm) $\approx 4,8$ dm.

Vastaus a) 11 cm

 b) 4,8 dm

14.2

a)

Ympyräkartion vaipan pinta-ala lasketaan pohjaympyrän säteen ja sivujanan avulla.

$$\begin{aligned}A_{\text{vaippa}} &= \pi \cdot 4,1 \text{ cm} \cdot 28,3 \text{ cm} \\&= 364,518 \dots \text{ cm}^2 \\&\approx 360 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\leftarrow A_{\text{vaippa}} = \pi r s$$

Lasketaan ympyräkartion tilavuus.

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4,1 \text{ cm})^2 \cdot 28 \text{ cm} \\&= 492,894 \dots \\&\approx 490 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

$$\leftarrow \begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h \\&= \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h\end{aligned}$$

b)

Neliöpohjaisen pyramidin vaippa muodostuu neljästä sivutahkoina olevasta kolmiosta. Vaipan pinta-ala on näiden kolmioiden pinta-alojen summa.

$$A_{\text{vaippa}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 23 \text{ cm} \cdot 66 \text{ cm} = 3036 \text{ cm}^2 \approx 30 \text{ dm}^2$$

Lasketaan pyramidin tilavuus.

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot (23 \text{ cm})^2 \cdot 65 \text{ cm} \\&= 11461,666 \dots \text{ cm}^3 \\&\approx 11 \text{ dm}^3\end{aligned}$$

$$\leftarrow \begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h \\&= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{neliö}} \cdot h\end{aligned}$$

Vastaus a) $A \approx 360 \text{ cm}^2$, $V \approx 490 \text{ cm}^3$

 b) $A \approx 30 \text{ dm}^2$, $V \approx 11 \text{ dm}^3$

14.3

a)

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan kartion korkeus h .

$$\frac{1}{3} \cdot 53 \cdot h = 250 \quad | \cdot 3$$

$$53h = 750 \quad | : 53$$

$$h = 14,150 \dots$$

$$h \approx 14 \text{ (cm)}$$


$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h$$

b)

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan kartion korkeus h .

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1,3)^2 \cdot h = 8,5 \quad | \cdot 3$$

$$1,69\pi h = 25,5 \quad | : (1,69\pi)$$

$$h = \frac{25,5}{1,69\pi}$$

$$h = 4,802 \dots$$

$$h \approx 4,8 \text{ (dm)}$$

Vastaus a) 14 cm

 b) 4,8 dm

14.4

1 = D Kaksi neliön muotoista tahkoa ja neljä suorakulmiota muodostavat suorakulmaisen särmiön.

2 = A Kuusi neliön muotoista tahkoa muodostavat kuution.

3 = C Neliön muotoinen pohja ja neljä kolmiota muodostavat pyramidin, jonka korkeus on suurempi.

4 = B Neliön muotoinen pohja ja neljä kolmiota muodostavat pyramidin, jonka korkeus on pienempi.

5 = A Kuusi neliön muotoista tahkoa muodostavat kuution.

6 = D Kaksi neliön muotoista tahkoa ja neljä suorakulmiota muodostavat suorakulmaisen särmiön.

14.5

a)

Ympyräkartion vaipan pinta-ala lasketaan pohjaympyrän säteen ja sivujanavan avulla.

$$\begin{aligned} A_{\text{vaippa}} &= \pi \cdot 0,42 \text{ m} \cdot 1,1 \text{ m} \\ &= 1,451 \dots \text{ m}^2 \\ &\approx 1,5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$


$$A_{\text{vaippa}} = \pi r s$$

b)

Pyramidin, jonka pohja on tasasivuinen kolmio, vaippa muodostuu kolmesta sivutahkoina olevasta yhtenevästä kolmiosta. Vaipan pinta-ala on näiden kolmioiden pinta-alojen summa.

$$A_{\text{vaippa}} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 \text{ cm} \cdot 75 \text{ cm} = 2812,5 \text{ cm}^2 \approx 28 \text{ dm}^2$$

Vastaus a) $1,5 \text{ m}^2$

 b) 28 dm^2

14.6

Piirretään mallikuva.

Katto muodostuu neljästä keskenään samanlaisesta tasakylkisestä kolmiosta, jonka kanta on 3,6 m. Merkitään kolmion korkeutta kirjaimella s (m).

Pyramidin sisälle muodostuu suora-kulmainen kolmio EFH , jonka hypotenuusa on s . Sen kateettien pituudet ovat 0,95 m ja pohjan sivun puolikas $\frac{2,5 \text{ m}}{2} = 1,25 \text{ m}$.

Ratkaistaan tahkokolmion korkeus s Pythagoraan lauseen avulla.

$$s^2 = 0,95^2 + 1,25^2$$

$$s = \pm 1,570 \dots$$

Pituus on positiivinen luku, joten $s = 1,570 \dots \text{ m}$.

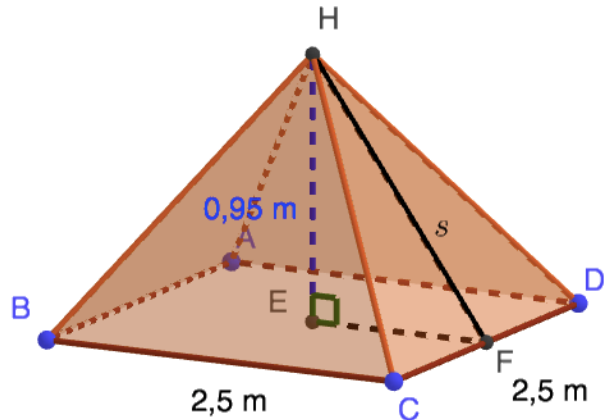
Katto eli pyramidin vaippa koostuu neljästä samanlaisesta kolmiosta. Lasketaan pinta-ala.

$$A = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,570 \dots \text{ m} = 7,85 \dots \text{ m}^2 \approx 7,9 \text{ m}^2$$

$$4A_{\text{kolmio}} = 4 \cdot \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$$

Kattoon tarvitaan $7,9 \text{ m}^2$ kangasta.

Vastaus $7,9 \text{ m}^2$



14.7

Piirretään mallikuva.

Pyramidin vaippa koostuu kuudesta yhtenevästä tasakylkisestä kolmiosta, joiden kanta on 14,0 cm ja korkeus 25,0 cm.

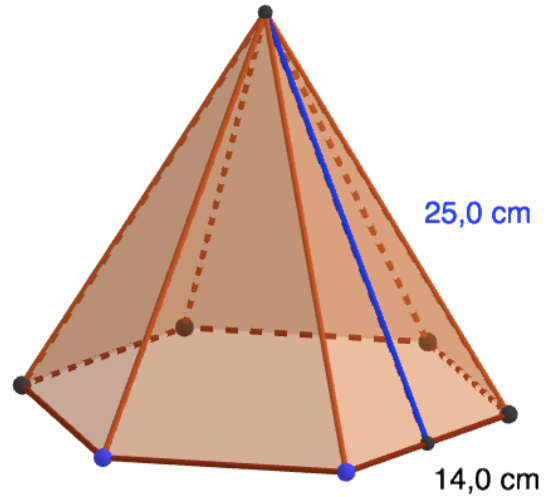
Kolmion pinta-ala on

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{1}{2} \cdot 14,0 \text{ cm} \cdot 25,0 \text{ cm} = 175 \text{ cm}^2.$$

Vaippa koostuu kuudesta kolmiosta.
Lasketaan vaipan pinta-ala.

$$\begin{aligned} A_{\text{vaippa}} &= 6 \cdot A_{\text{kolmio}} \\ &= 6 \cdot 175 \text{ cm}^2 \\ &= 1050 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Vastaus 1050 cm²



14.8

Tölkki koostuu suorakulmaisesta särmiöstä ja neliöpohjaisesta kartiosta.

Lasketaan ensin kartion tilavuus.

$$\begin{aligned}V_{\text{kartio}} &= \frac{1}{3} \cdot (9,25 \text{ cm})^2 \cdot 3,0 \text{ cm} \\ &= 85,5625 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{neliö}} \cdot h\end{aligned}$$

Lasketaan sitten suorakulmaisen särmiön tilavuus.

$$\begin{aligned}V_{\text{särmiö}} &= (9,25 \text{ cm})^2 \cdot 20,0 \text{ cm} \\ &= 1711,25 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

Koko tölkin tilavuus on

$$V = V_{\text{kartio}} + V_{\text{särmiö}} = 85,5625 \text{ cm}^3 + 1711,25 \text{ cm}^3 = 1796,8125 \text{ cm}^3.$$

Tölkissä on maitoa $1,75 \text{ l} = 1,75 \text{ dm}^3 = 1750 \text{ cm}^3$.

Maitotölkissä on ilmaa siis $1796,8125 \text{ cm}^3 - 1750 \text{ cm}^3 = 46,8125 \text{ cm}^3 \approx 47 \text{ cm}^3$.

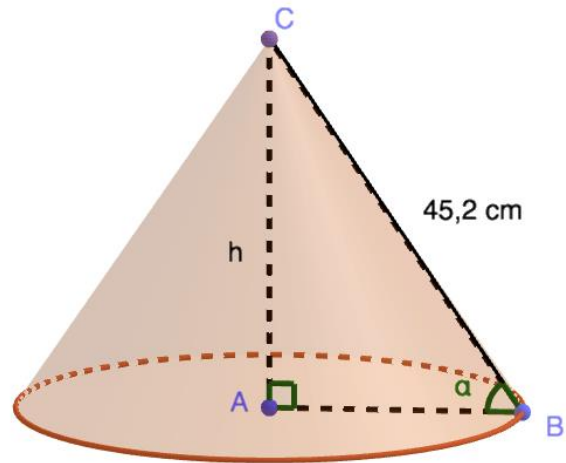
Vastaus 47 cm^3

14.9

a)

Piirretään mallikuva.

Kartion sisälle muodostuu suora-
kulmainen kolmio ABC , jonka kateetit
ovat korkeus h ja säde r . Kolmion
hypotenuusa on sivujana, jonka pituus
on
 $45,2 \text{ cm} = 4,52 \text{ dm}$.



Ratkaistaan säde r , kun tiedetään
vaipan ala ja sivujanan pituus.

$$\pi \cdot r \cdot 4,52 = 45,3$$

$$r = 3,190 \dots \text{ dm}$$

$$\leftarrow A_{\text{vaippa}} = \pi r s$$

Kartion korkeus h saadaan Pythagoraan lauseella.

$$h^2 + 3,190 \dots^2 = 4,52^2$$

$$h = \pm 3,202 \dots$$

Korkeus on aina positiivinen, joten $h = 3,202 \dots \text{ dm} \approx 3,20 \text{ dm}$.

b)

Merkitään halkaisijan ja sivujanan välistä kulmaa kirjaimella α .
Ratkaistaan kulma kosinin avulla.

$$\cos \alpha = \frac{3,190 \dots \text{ dm}}{4,52 \text{ dm}}$$

$$\alpha = 45,107 \dots^\circ$$

$$\alpha \approx 45,1^\circ$$

Vastaus a) 3,20 dm

 b) 45,1°

14.10

a)

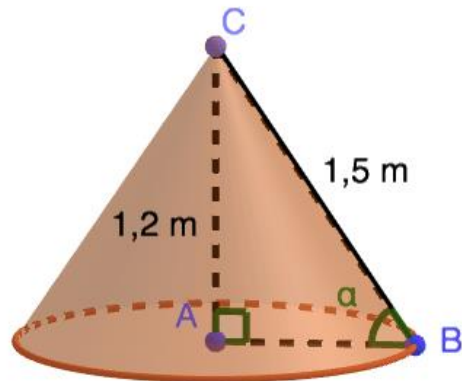
Piirretään mallikuva.

Kolmion korkeusjana, sivujana ja säde muodostavat suorakulmaisen kolmion.

Merkitään sivujanan ja säteen välistä kulmaa CBA kirjaimella α .

Ratkaistaan α sinin avulla.

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{1,2}{1,5} \\ \alpha &= 53,120 \dots^\circ \\ \alpha &\approx 53^\circ\end{aligned}$$



b)

Ympyräkartion säde on $r = 54 \text{ cm} = 0,54 \text{ m}$ ja pinta-ala $2,4 \text{ m}^2$.

Merkitään sivujanan pituutta kirjaimella s . Muodostetaan vaipan avulla yhtälö ja ratkaistaan s .

$$\begin{aligned}\pi \cdot 0,54 \cdot s &= 2,4 \\ s &= 1,412 \dots \\ s &\approx 1,4 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$\leftarrow A_{\text{vaippa}} = \pi r s$$

Sivujanen pituus on 1,4 m.

Vastaus a) 53°

 b) 1,4 m

14.11

Piirretään mallikuva.

Merkitään pohjaympyrän sädettä kirjaimella x (cm).

Kartion korkeus on tällöin $2,0 + x$ (cm)

Kartion tilavuus on 35 cm^3 . Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot x^2 \cdot (x + 2,0) = 35$$

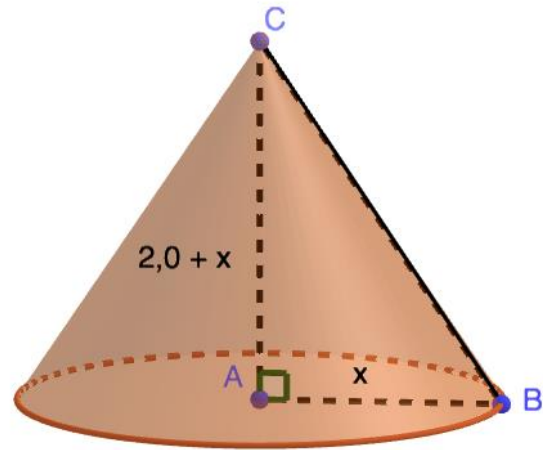
$$x = 2,674 \dots$$

$$x \approx 2,7 \text{ cm}$$

Kartion korkeus on tällöin

$$2,674 \dots \text{ cm} + 2,0 \text{ cm} = 4,674 \dots \text{ cm} \approx 4,7 \text{ cm}.$$

Vastaus 4,7 cm



$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$$

14.12

a)

Lasketaan ensin neliöpohjaisen kartion tilavuus.

$$\begin{aligned} V_{\text{kartio}} &= \frac{1}{3} \cdot (14 \text{ cm})^2 \cdot 23 \text{ cm} \\ &= 1502,666 \dots \text{ cm}^3 \\ &= 1,502 \dots \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \frac{1}{3} \cdot A_{\text{neliö}} \cdot h \end{aligned}$$

Alumiinin tiheys on $2,70 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, joten pyramidin massa on

$$m = 1,502 \dots \text{ dm}^3 \cdot 2,70 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 4,057 \dots \text{ kg} \approx 4,1 \text{ kg}.$$

b)

Pyramidin vaippa koostuu neljästä samanlaisesta kolmiosta.

Kolmion kanta on 14 cm. Kartion sisälle muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 23 cm ja $\frac{14 \text{ cm}}{2} = 7 \text{ cm}$.

Ratkaistaan tahkokolmion korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned} h^2 &= 23^2 + 7^2 \\ h &= \pm 24,041 \dots \end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 24,041 \dots \text{ cm}$.

Lasketaan vaipan pinta-ala.

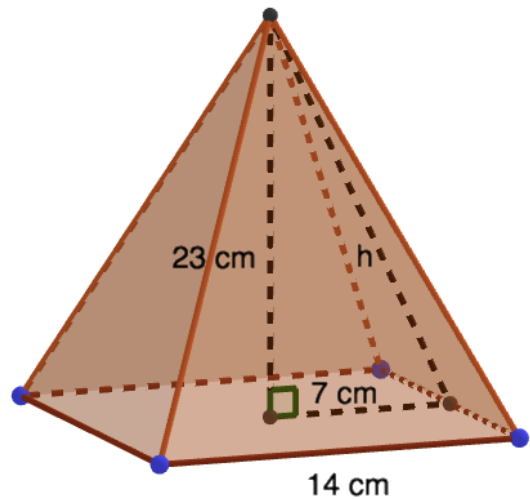
$$A = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \text{ cm} \cdot 24,041 \dots \text{ cm} = 673,165 \dots \text{ cm}^2$$

$$4A_{\text{kolmio}} = 4 \cdot \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$$

Muutetaan vaipan pinta-ala neliömetreiksi ja lasketaan, kuinka paljon alumiinia tarvitaan.

$$0,0673 \dots \text{ m}^2 \cdot 500 \frac{\text{g}}{\text{m}^2} = 33,658 \dots \text{ g} \approx 34 \text{ g}$$

Vastaus a) 4,1 kg
 b) 34 g



14.13

Piirretään mallikuva.

Ympyräkartion pohjan säde on $\frac{12 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}$.

Ratkaistaan ensin sivujanan s pituus muodostamalla kartion vaipan avulla yhtälö.

$$\begin{aligned}\pi \cdot 6s &= 325 \\ s &= 17,241 \dots \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Säde, korkeusjana ja sivujana muodostavat suorakulmaisen kolmion. Ratkaistaan korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned}h^2 + 6^2 &= 17,241 \dots^2 \\ h &= \pm 16,164 \dots\end{aligned}$$

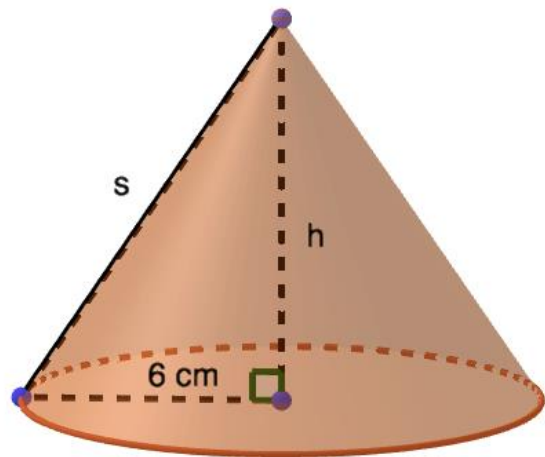
Pituus on aina positiivinen, joten $h = 16,164 \dots \text{ cm}$.

Lasketaan kartion tilavuus.

$$\begin{aligned}V_{\text{kartio}} &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6 \text{ cm})^2 \cdot 16,164 \dots \text{ cm} \\ &= 609,368 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 0,61 \text{ dm}^3\end{aligned}$$

Tötterön tilavuus on $0,61 \text{ dm}^3 = 6,1 \text{ dl}$.

Vastaus 6,1 dl



14.14

a)

Pyramidin tahko on tasakylkinen kolmio. Tahkon korkeusjana s puolittaa pohjan sivun ja muodostaa suorakulmaisen kolmion. Ratkaistaan s Pythagoraan lauseen avulla.

$$s^2 + 6^2 = 15^2$$
$$s = \pm 13,747 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten $s = 13,747 \dots \text{ cm} \approx 14 \text{ cm}$.

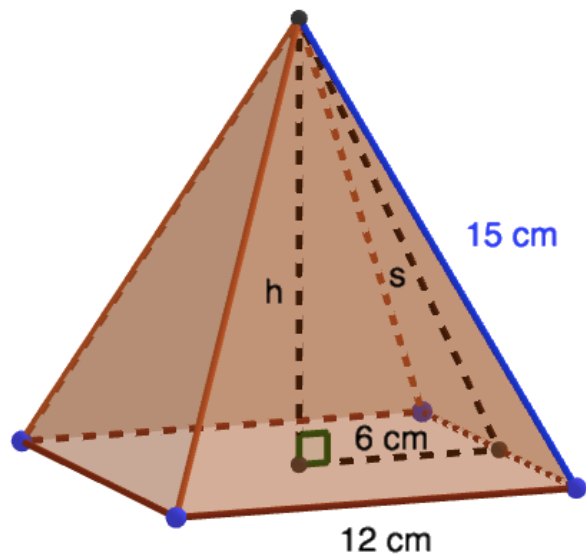
b)

Kartion sisälle muodostuu suorakulmainen kolmio.

Ratkaistaan kartion korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$h^2 + 6^2 = 13,747 \dots^2$$
$$h = \pm 12,368 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 12,368 \dots \text{ cm} \approx 12 \text{ cm}$.



Vastaus a) 14 cm

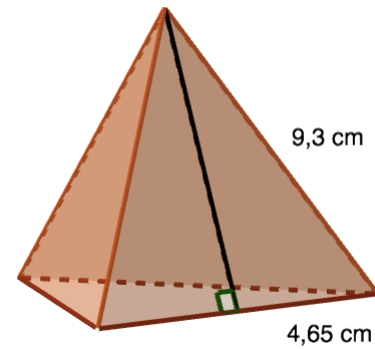
 b) 12 cm

14.15

Piirretään mallikuva.

Tetraedrin tahko on tasasivuinen kolmio, jonka kaikkien sivujen pituus on 9,3 cm.

Kolmion korkeusjana h puolittaa kannan ja muodostaa suorakulmaisen kolmion.



Kolmion toisen kateetin pituus on $\frac{9,3 \text{ cm}}{2} = 4,65 \text{ cm}$ ja hypotenuusan 9,3 cm. Ratkaistaan korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned} h^2 + 4,65^2 &= 9,3^2 \\ h &= \pm 8,054 \dots \end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 8,054 \dots \text{ cm}$.

Tetraedrissa on neljä yhtenevää kolmiota tahkoina. Lasketaan tetraedrin pinta-ala.

$$A = 4 \cdot \frac{9,3 \text{ cm} \cdot 8,054 \dots \text{ cm}}{2} = 149,804 \dots \text{ cm}^2 \approx 150 \text{ cm}^2$$

Vastaus 150 cm^2

14.16

Pyramidilla on kaksi eri suuruista kolmiota tahkoina. Kolmioiden kannat ovat 102 m ja 105 m.

Kolmioiden korkeusjana puolittaa kannan ja muodostaa kaksi suorakulmaista kolmiota. Sivukolmioiden korkeudet saadaan Pythagoraan lauseen avulla.

Ratkaistaan ensin kolmion DAF korkeus IF .

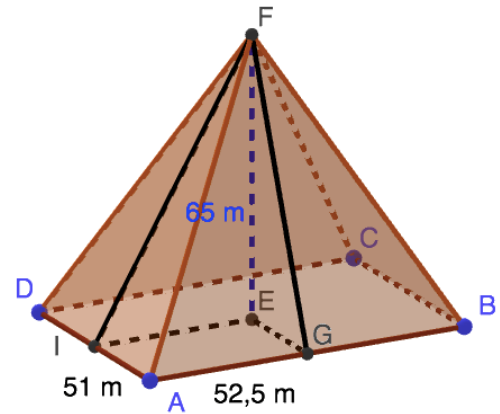
$$\begin{aligned}|IF|^2 &= 52,5^2 + 65^2 \\ |IF| &= \pm 83,553 \dots \\ |IF| &\approx 84 \text{ (m)}\end{aligned}$$

Ratkaistaan sitten kolmion ABF korkeus FG .

$$\begin{aligned}|FG|^2 &= 51^2 + 65^2 \\ |FG| &= \pm 82,619 \dots \\ |FG| &\approx 83 \text{ (m)}\end{aligned}$$

Korkeudet ovat 83 m ja 84 m.

Vastaus 83 m ja 84 m



14.17

a)

Pohja koostuu kahdeksasta yhtenevästä kolmiosta. Merkitään kolmion korkeutta kirjaimella h ja kannan pituutta $2x$.

Kolmion huippukulma on $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.

Korkeusjana puolittaa huippukulman ja kannan, joten $\alpha = 22,5^\circ$.

Ratkaistaan kannan puolikas x ja korkeus h sinin ja kosinin avulla.

$$\begin{aligned} \sin 22,5^\circ &= \frac{x}{12} & \cos 22,5^\circ &= \frac{h}{12} \\ x &= 4,592 \dots \text{ (cm)} & h &= 11,086 \dots \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan pohjan pinta-ala.

$$A = 8 \cdot \frac{2 \cdot 4,592 \dots \text{ m} \cdot 11,086 \dots \text{ m}}{2} = 407,293 \dots \text{ m}^2 \approx 410 \text{ m}^2$$

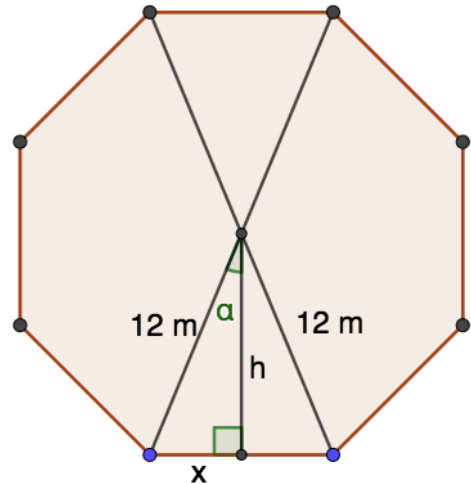
b)

Teltan tilavuus on särmiön ja kartion tilavuuksien summa.

$$\begin{aligned} V &= 407,293 \dots \text{ m}^2 \cdot 1,8 \text{ m} + \frac{1}{3} \cdot 407,293 \dots \text{ m}^2 \cdot 2,1 \text{ m} \\ &= 1018,233 \dots \text{ m}^3 \\ &\approx 1000 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Vastaus a) 410 m^2

 b) 1000 m^3



14.18

Piirretään mallikuva.

Kartion sisälle muodostuu suorakulmainen kolmio CBA , jonka kateetit ovat korkeus h ja pohjaympyrän säde. Kolmion hypotenuusa on sivujana s .

Ratkaistaan s , kun tiedetään vaipan ala ja säde.

$$\begin{aligned}\pi \cdot 2,5 \cdot s &= 37 \\ s &= 4,710 \dots \text{ (m)}\end{aligned}$$

Kartion korkeus h saadaan Pythagoraan lauseella.

$$\begin{aligned}h^2 + 2,5^2 &= 4,710 \dots^2 \\ h &= \pm 3,992 \dots\end{aligned}$$

Korkeus on aina positiivinen, joten $h = 3,992 \dots \text{ m} \approx 4,0 \text{ m}$.

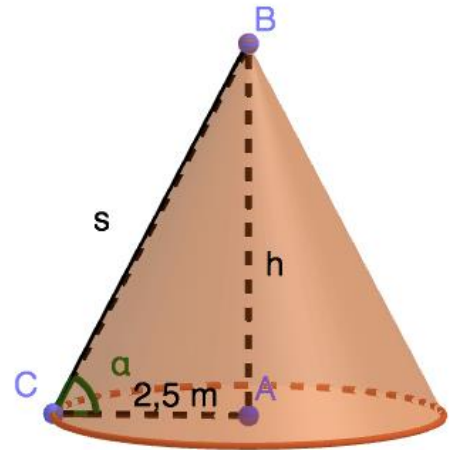
b)

Merkitään halkaisijan ja sivujanan välistä kulmaa kirjaimella α . Ratkaistaan kulma kosinin avulla.

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{2,5}{4,710 \dots} \\ \alpha &= 57,941 \dots^\circ \\ \alpha &\approx 58^\circ\end{aligned}$$

Vastaus **a)** 4,0 dm

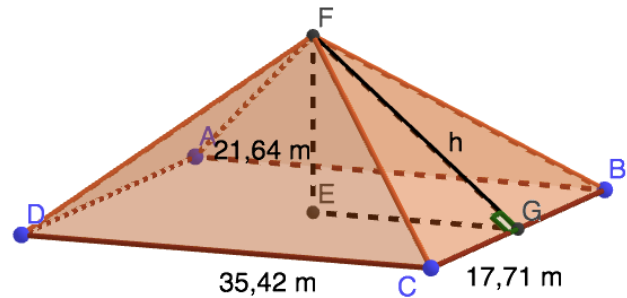
b) 58°



14.19

a) Pyramidin vaippa koostuu neljästä samanlaisesta kolmiosta.

Kolmion kanta on 35,42 m. Kartion sisälle muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 21,64 m ja $\frac{35,42 \text{ m}}{2} = 17,71 \text{ m}$.



Ratkaistaan tahkokolmion korkeus h Pythagoraan lauseen avulla.

$$h^2 = 17,71^2 + 21,64^2$$

$$h = \pm 27,963 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 27,963 \dots \text{ cm}$.

Lasketaan vaipan pinta-ala.

$$A = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 35,42 \text{ m} \cdot 27,963 \dots \text{ m} = 1980,904 \dots \text{ m}^2 \approx 1981 \text{ m}^2$$

b) Ratkaistaan sivusärmän CF ja pohjan välinen kulma suorakulmaisen kolmion ECF avulla.

Merkitään janan EC pituutta kirjaimella x , joka on puolet pohjan lävistäjästä AC .

Ratkaistaan janan EC pituus x merkitsemällä janan AC pituutta $2x$ ja hyödyntämällä Pythagoraan lausetta.

$$(2x)^2 = 35,42^2 + 35,42^2$$

$$x = \pm 25,045 \dots \text{ m}$$

Lasketaan kulman α suuruus tangentin avulla.

$$\tan \alpha = \frac{21,64}{25,045 \dots}$$

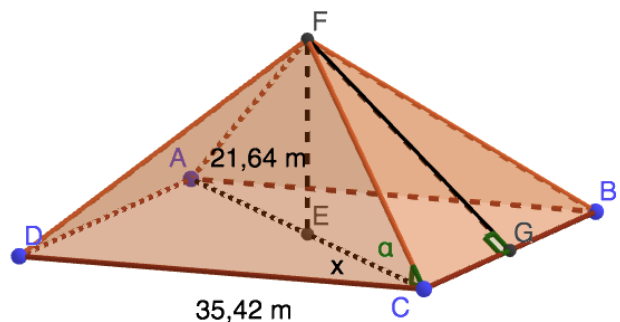
$$\alpha = 40,827 \dots^\circ$$

$$\alpha \approx 40,83^\circ$$

c) Lasketaan pyramidin tilavuus.

$$V = \frac{1}{3} \cdot (35,42 \text{ m})^2 \cdot 21,64 \text{ m} = 9049,677 \dots \text{ m}^3 \approx 9050 \text{ m}^3$$

Vastaus a) 1981 m^2 b) $40,83^\circ$ c) 9050 m^3



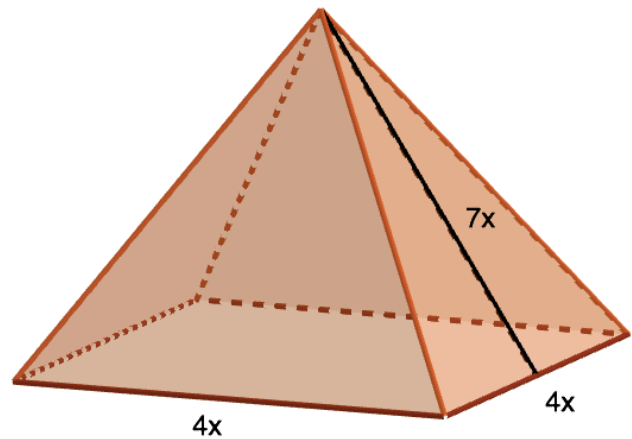
14.20

Koska pituuksien suhde on $4 : 7$,
merkitään pohjasärmää $4x$ ja
sivutahkon korkeutta $7x$.

Pyramidi koostuu pohjasta ja neljästä
sivutahkosta.

Pyramidin pohja on neliö, joten sen
pinta-alan lauseke on

$$A_{\text{pohja}} = 4x \cdot 4x = 16x^2.$$



Pyramidin vaippa koostuu neljästä kolmiosta. Muodostetaan vaipan pinta-alan lauseke.

$$A_{\text{vaippa}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 7x = 56x^2.$$

Muodostetaan kokonaispinta-alan 2592 cm^2 avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$56x^2 + 16x^2 = 2592$$
$$x = \pm 6$$

Pituus on aina positiivista, joten $x = 6 \text{ cm}$.

Sivutahkon korkeus on siis $7x = 7 \cdot 6 \text{ cm} = 42 \text{ cm}$.

Vastaus 42 cm

14.21

Merkitään sisätilan eli kartion korkeutta kirjaimella x .

Suuaukon halkaisija on 1,5-kertainen korkeuteen verrattuna eli $1,5x$.

Tällöin suuaukkoympyrän säde on $\frac{1,5x}{2} = 0,75x$.

Lasin tilavuus on $1,8 \text{ dl} = 0,18 \text{ dm}^3 = 180 \text{ cm}^3$.

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\frac{1}{3}\pi \cdot (0,75x)^2 \cdot x = 180$$

$$x = 6,735 \dots$$

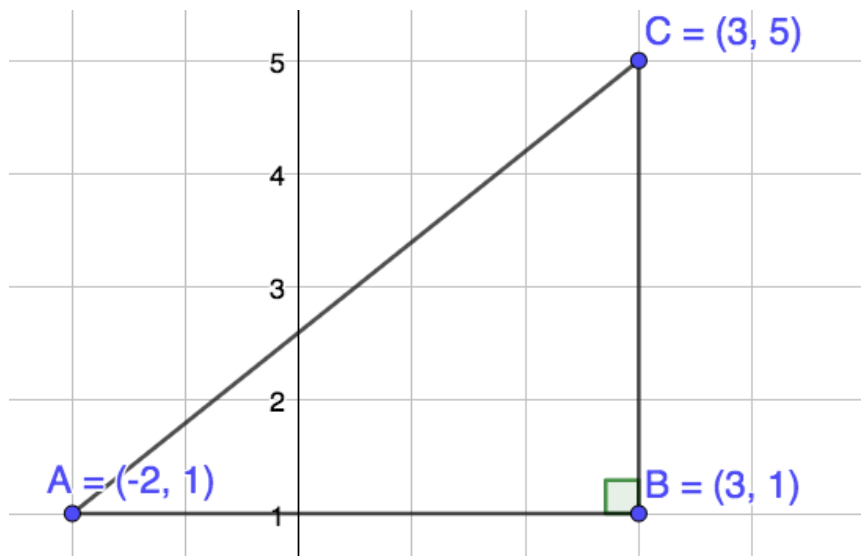
$$x \approx 6,7 \text{ (cm)}$$

Lasin sisäosan korkeus on 6,7 cm.

Vastaus 6,7 cm

14.22

a) Piirretään pisteet ja kolmio koordinaatistoon.



b)

Kateettien pituudet saadaan koordinaattien avulla.

Kateetin AB pituus on $3 - (-2) = 5$.

Kateetin BC pituus on $5 - 1 = 4$.

c)

Kun kolmio pyörittää kateetin BC ympäri, muodostuu ympyräpohjainen kartio, jonka pohjaympyrän säde on 5 ja korkeus 4.

Lasketaan kartion tilavuus.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 4 = 104,719 \dots \approx 105$$

Vastaus a) kuva yllä

b) 4 ja 5

c) 105

14.23

Piirretään mallikuva.

Merkitään korkeutta kirjaimella x
ja pohjan sädettä $3x$.

Pohja-osan kartion tilavuuden lauseke on

$$V_{\text{kartio}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3x)^2 \cdot x = 3\pi x^3.$$

Yläosan lieriön tilavuuden lauseke on

$$V_{\text{lieriö}} = \pi(3x)^2 \cdot 1,5 = 13,5\pi x^2.$$

Muodostetaan tilavuuden $7,9 \text{ m}^3$ avulla yhtälö ja ratkaistaan x .

$$3\pi x^3 + 13,5\pi x^2 = 7,9$$

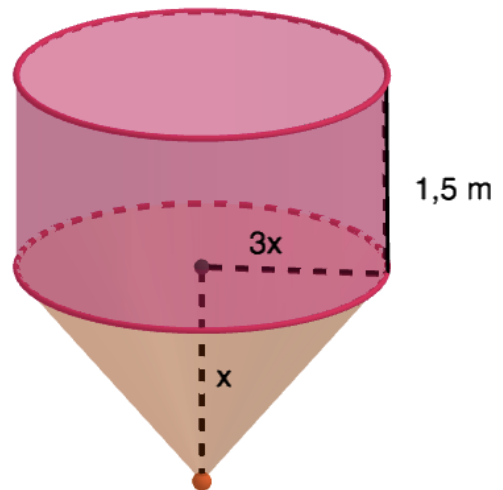
$$x = -4,457 \text{ tai } x = -0,455 \dots \text{ tai } x = 0,413 \dots$$

Koska pituus on positiivinen, $x = 0,413 \dots \text{ m}$.

Halkaisija on kaksinkertainen säteeseen verrattuna. Lasketaan halkaisijan pituus.

$$2 \cdot 3x = 6 \cdot 0,413 \dots \text{ m} = 2,478 \dots \text{ m} \approx 2,5 \text{ m}$$

Vastaus $2,5 \text{ m}$



14.24

Piirretään mallikuva poikkileikkauksesta.

Juomalasin tilavuus on suuremman kartion tilavuuden ja pienemmän kartion tilavuuden erotus.

Suuremman kartion pohjan säde on $\frac{8,0 \text{ cm}}{2} = 4,0 \text{ cm}$ ja korkeus 15 cm. Lasketaan kartion tilavuus.

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4,0 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm} = 251,327 \dots \text{ cm}^3.$$

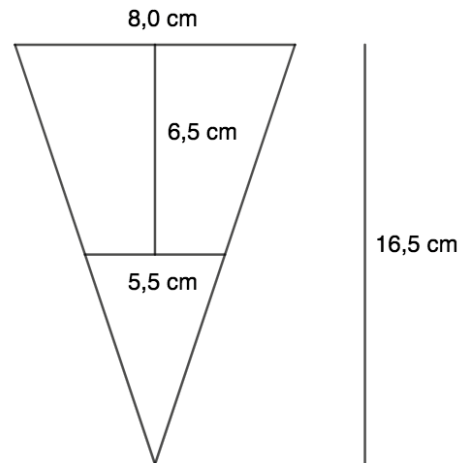
Pienemmän kartion pohjan säde on lasin pohjan säde $\frac{5,5 \text{ cm}}{2} = 2,75 \text{ cm}$ ja korkeus $15 \text{ cm} - 6,5 \text{ cm} = 8,5 \text{ cm}$. Lasketaan kartion tilavuus.

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2,75 \text{ cm})^2 \cdot 8,5 \text{ cm} = 67,315 \dots \text{ cm}^3.$$

Lasketaan lasin tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= V_1 - V_2 \\ &= 251,327 \dots \text{ cm}^3 - 67,315 \text{ cm}^3 \\ &= 184,012 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 1,8 \text{ dl} \end{aligned}$$

Vastaus 1,8 dl



14.25

a)

Sektorin säde on ympyräkartion sivujana.

Lasketaan ensin sektorin pinta-ala.

$$A_{\text{sektori}} = \frac{108^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (25 \text{ cm})^2 = 589,048 \dots \text{ cm}^2$$

Sektori muodostaa tötterön vaipan ja sektorin säde on ympyräkartion sivujana.

Muodostetaan ympyräkartion vaipan pinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan suuaukon säde r .

$$\begin{aligned} \pi \cdot r \cdot 25 &= 589,048 \dots \\ r &= 7,5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Tötterön suuaukon halkaisija on

$$2r = 2 \cdot 7,5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}.$$

b)

Tötterön sivujana, korkeusjana ja säde muodostavat suorakulmaisen kolmion. Ratkaistaan korkeus h Pythagoraan lauseella.

$$\begin{aligned} h^2 + 7,5^2 &= 25^2 \\ h &= \pm 23,848 \dots \end{aligned}$$

Pituus on aina positiivinen, joten $h = 23,848 \dots \text{ cm}$.

Lasketaan tötterön tilavuus.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (7,5 \text{ cm})^2 \cdot 23,848 \dots \text{ cm} = 1404,791 \dots \text{ cm}^3 \approx 1,4 \text{ l}$$

Vastaus a) 15 cm

 b) 1,4 l

