

Luku 13 – Tehtävien malliratkaisut

13.1

a)

Lieriön pohjaympyrän säde on $r = 4,0$ cm ja korkeus $h = 7,0$ cm.
Lasketaan vaipan ala.

$$\begin{aligned} A_{\text{vaippa}} &= 2\pi \cdot 4,0 \text{ cm} \cdot 7,0 \text{ cm} \\ &= 175,929 \dots \text{ cm}^2 \\ &\approx 180 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_{\text{vaippa}} = ph = 2\pi r \cdot h$$

Lieriön tilavuus saadaan pohjaympyrän pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot (4,0 \text{ cm})^2 \cdot 7,0 \text{ cm} \\ &= 351,858 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 350 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \end{aligned}$$

b)

Lasketaan särmiön pohjan eli suorakulmion piiri p .

$$p = 2 \cdot 46 \text{ cm} + 2 \cdot 32 \text{ cm} = 156 \text{ cm}.$$

Lasketaan vaipan ala.

$$A_{\text{vaippa}} = 156 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1560 \text{ cm}^2 \approx 1600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{vaippa}} = ph$$

Lieriön tilavuus saadaan pohjan pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$V = 46 \text{ cm} \cdot 32 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 14720 \text{ cm}^3 \approx 15000 \text{ cm}^3$$

$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

Vastaus a) $A_{\text{vaippa}} \approx 180 \text{ cm}^2$, $V \approx 350 \text{ cm}^3$

 b) $A_{\text{vaippa}} \approx 1600 \text{ cm}^2$, $V \approx 15000 \text{ cm}^3$

13.2

a)

Pohjaympyrän kehän pituus $p = 34$ cm ja korkeus $h = 15$ cm.
Ratkaistaan ensin kehän pituuden avulla pohjaympyrän säde r .

$$\begin{aligned} 2\pi r &= 34 \\ r &= \frac{34}{2\pi} \\ r &= 5,411 \dots \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lieriön tilavuus saadaan pohjaympyrän pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot (5,411 \dots \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm} \\ &= 1379,873 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 1400 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \end{aligned}$$

b)

Pohjaneliön piiri on $p = 172$ cm ja korkeus $h = 65$ cm.
Ratkaistaan ensin piirin avulla pohjan sivun pituus s .

$$\begin{aligned} 4s &= 172 \\ s &= \frac{172}{4} \\ r &= 43 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Neliössä on neljä yhtä pitkää sivua.

Lieriön tilavuus saadaan pohjan pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$\begin{aligned} V &= 43 \text{ cm} \cdot 43 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} \\ &= 120185 \text{ cm}^3 \\ &\approx 120 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

Vastaus a) 1400 cm^3

 b) 120 dm^3

13.3

a)

Merkitään särmiön korkeutta kirjaimella h . Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\begin{aligned}5,0 \cdot 6,0 \cdot h &= 270 \\30h &= 270 \quad | : 30 \\h &= 9,0 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Särmiön korkeus on 9,0 cm.

b)

Särmiössä on kolme eri suuruista tahkoa ja kutakin niistä kaksi kappaletta.

Sivutahkojen pinta-alat ovat $A_1 = 5,0h \text{ (cm}^2\text{)}$ ja $A_2 = 6,0h \text{ (cm}^2\text{)}$.

Pohjan pinta-ala on $A_3 = 5,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2$.

Muodostetaan kokonaispinta-alan avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\begin{aligned}2A_1 + 2A_2 + 2A_3 &= 104 \\2 \cdot 5,0h + 2 \cdot 6,0h + 2 \cdot 30 &= 104 \\10h + 12h + 60 &= 104 \\22h &= 44 \\h &= 2,0 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Vastaus **a)** 9,0 cm

b) 2,0 cm

13.4

a)

Lieriön pohjaympyrän säde on $r = 3,0$ cm ja korkeus $h = 6,0$ cm.

Lieriön tilavuus saadaan pohjaympyrän pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot (3,0 \text{ cm})^2 \cdot 6,0 \text{ cm} \\ &= 169,646 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 170 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \end{aligned}$$

b)

Lieriön tilavuus saadaan pohjan pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$V = 240 \text{ cm}^2 \cdot 51 \text{ cm} = 12240 \text{ cm}^3 \approx 12000 \text{ cm}^3 \approx 12 \text{ dm}^3$$


$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

Vastaus a) 170 cm^3

 b) 12 dm^3

13.5

a)

Pohjaympyrän säde on $r = 3,5$ cm ja korkeus h .
Ratkaistaan ensin vaipan avulla pohjaympyrän säde r .

$$2\pi \cdot 3,5 \cdot h = 143 \quad \leftarrow A_{\text{vaippa}} = 2\pi r \cdot h$$

$$7\pi h = 142 \quad | : 7\pi$$

$$h = \frac{143}{7\pi}$$

$$h = 6,502 \dots$$

$$h \approx 6,5 \text{ (cm)}$$

Lieriön korkeus on 6,5 cm.

b)

Merkitään lieriön korkeutta kirjaimella h .
Muodostetaan lieriön tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\pi \cdot 3,5^2 \cdot h = 540 \quad \leftarrow V = \pi r^2 \cdot h$$

$$12,25\pi h = 540 \quad | : (12,25\pi)$$

$$h = \frac{540}{12,25\pi}$$

$$h = 14,031 \dots$$

$$h \approx 14 \text{ (cm)}$$

Lieriön korkeus on 14 cm.

Vastaus a) 6,5 cm

 b) 14 cm

13.6

a)

Lieriön pohjaympyrän säde on $r = \frac{7,2 \text{ cm}}{2} = 3,6 \text{ cm}$ ja korkeus $h = 21 \text{ cm}$.
Lasketaan vaipan ala.

$$\begin{aligned} A_{\text{vaippa}} &= 2\pi \cdot 3,6 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm} \\ &= 475,008 \dots \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_{\text{vaippa}} = ph = 2\pi r \cdot h$$

Suojuksen pinta-ala on $A_{\text{suojus}} = 4,1 \text{ dm}^2 = 410 \text{ cm}^2$.

Verrataan suojuksen pinta-alaa kynttilän vaippaan.

$$\frac{A_{\text{suojus}}}{A_{\text{vaippa}}} = \frac{410 \text{ cm}^2}{475,008 \text{ cm}^2} = 0,8631 \dots \approx 86 \%$$

b)

Kynttilän tilavuus saadaan pohjaympyrän pinta-alan ja korkeuden avulla.

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot (3,6 \text{ cm})^2 \cdot 21 \text{ cm} \\ &= 855,015 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 860 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \end{aligned}$$

Kynttilän tilavuus on $V = 860 \text{ cm}^3 = 8,6 \text{ dm}^3 = 8,6 \text{ dl}$.

Steariinia tarvitaan vähintään 8,6 dl.

Vastaus a) 86 %

 b) 8,6 dl

13.7

Paperirulla on lieriö, jonka korkeus $h = 23,0$ cm. Paperiosan tilavuus saadaan koko rullan tilavuuden ja sisällä olevan tyhjän lieriön tilavuuden erotuksena.

Ulko-osan säde on $r_1 = \frac{12,0 \text{ cm}}{2} = 6,0$ cm

Sisäosan säde on $r_2 = \frac{4,5 \text{ cm}}{2} = 2,25$ cm

Lasketaan ulko- ja sisäosien tilavuudet.

$$\begin{aligned} V_{\text{ulko}} &= \pi \cdot (6,0 \text{ cm})^2 \cdot 23,0 \text{ cm} & V_{\text{sisä}} &= \pi \cdot (2,25 \text{ cm})^2 \cdot 23,0 \text{ cm} \\ &= 2601,238 \dots \text{ cm}^3 & &= 365,799 \dots \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Lasketaan paperiosan tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{ulko}} - V_{\text{sisä}} \\ &= 2601,238 \dots \text{ cm}^3 - 365,799 \dots \text{ cm}^3 \\ &= 2235,439 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 2200 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Paperiosan tilavuus on $2200 \text{ cm}^3 = 2,2 \text{ dm}^3$.

Vastaus $2,2 \text{ dm}^3$

13.8

Mehukannun pohjaympyrän säde on $r = \frac{14 \text{ cm}}{2} = 7,0 \text{ cm}$.

Merkitään mehun nousukorkeutta kirjaimella h .

Mehukannussa oleva mehu muodostaa myös lieriön, joten sen tilavuus on

$$V = \pi \cdot 7,0^2 \cdot h.$$

Koska mehua on $1,0 \text{ l} = 1,0 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$,
tulee mehun muodostaman lieriön tilavuus olla 1000 cm^3 .

← 1 litra = 1 dm³

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\begin{aligned}\pi \cdot 7,0^2 \cdot h &= 1000 \\ h &= 6,496 \dots \\ h &\approx 6,5 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Mehu nousee 6,5 cm korkeudelle.

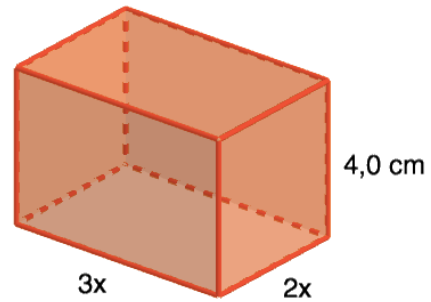
Vastaus 6,5 cm

13.9

Rasian korkeus on 4,0 cm.

Koska pituuden ja leveyden suhde on 2 : 3, merkitään pohjan sivujen pituuksia $2x$ ja $3x$.

Särmiössä on kolme eri suuruista tahkoa ja kutakin niistä kaksi kappaletta.



Sivutahkojen pinta-alat ovat $A_1 = 3x \cdot 4,0 = 12x \text{ (cm}^2\text{)}$ ja $A_2 = 2x \cdot 4,0 = 8,0x \text{ (cm}^2\text{)}$.

Pohjan pinta-ala on $A_3 = 2x \cdot 3x = 6x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Muodostetaan lauseke särmiön kokonaispinta-alalle.

$$\begin{aligned} A_{\text{särmiö}} &= 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 \\ &= 2 \cdot 12x + 2 \cdot 8x + 2 \cdot 6x^2 \\ &= 12x^2 + 40x \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Kokonaispinta-ala on 1600 cm^2 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} 12x^2 + 40x &= 1600 \\ x &= -13,333 \text{ tai } x = 10 \end{aligned}$$

Sivun pituus on aina positiivinen, joten $x = 10 \text{ cm}$.

Lasketaan rasian pohjan mitat.

$$2x = 2 \cdot 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$3x = 3 \cdot 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

Vastaus $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$

13.10

Merkitään särmiön pohjasivujen pituutta kirjaimella x .

Korkeus on tällöin $x + 1,0$ (cm).

Särmiössä on kaksi eri suuruista tahkoa.

Sivutahkoja on neljä kappaletta, ja niiden pinta-alan lauseke on

$$A_1 = x(x + 1) = x^2 + 1 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Pohjatahkoja on kaksi ja sen pinta-ala on

$$A_2 = x \cdot x = x^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Muodostetaan lauseke särmiön kokonaispinta-alalle.

$$\begin{aligned} A_{\text{särmiö}} &= 4A_1 + 2A_2 \\ &= 4 \cdot (x^2 + 1) + 2 \cdot x^2 \\ &= 6x^2 + 4 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

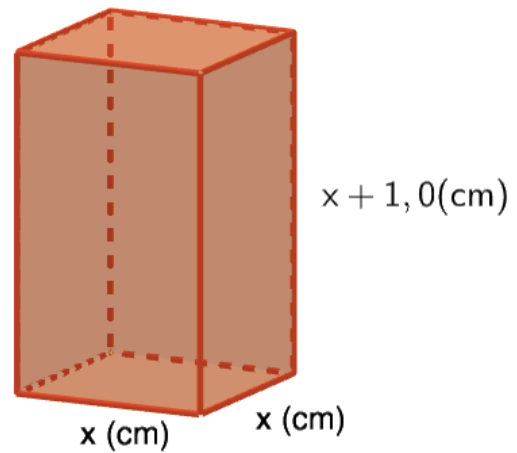
Kokonaispinta-ala on 10 cm^2 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\begin{aligned} 6x^2 + 4 &= 10 \\ x &= -1 \text{ tai } x = 1 \end{aligned}$$

Sivun pituus on aina positiivinen, joten $x = 1 \text{ cm}$.

Särmiön pohjan sivun pituus on $1,0 \text{ cm}$ ja korkeus $1,0 \text{ cm} + 1,0 \text{ cm} = 2,0 \text{ cm}$.

Särmiön mitat ovat siis $1,0 \text{ cm} \times 1,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm}$

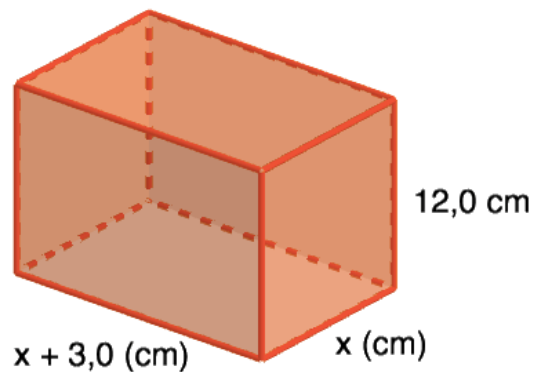


Vastaus $1,0 \text{ cm} \times 1,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm}$

13.11

Suorakulmaisen särmiön korkeus on 12,0 cm.

Merkitään pohjan lyhyemmän särmän pituutta kirjaimella x (cm). Tällöin pidemmän särmän pituus on $x + 3,0$ (cm).



Muodostetaan särmiön tilavuuden lauseke.

$$V = (x + 3,0) \cdot x \cdot 12,0 = 12x^2 + 36x$$

Särmiön tilavuus on 254 cm^3 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$12x^2 + 36x = 254$$
$$x = -6,339 \dots \text{ tai } x = 3,339 \dots$$

Sivun pituus on aina positiivinen, joten $x = 3,339 \dots$ (cm).

Lasketaan pohjan mitat.

$$x = 3,339 \dots \text{ cm} \approx 3,3 \text{ cm}$$

$$x + 3,0 \text{ cm} = 3,339 \dots \text{ cm} + 3,0 \text{ cm} = 6,339 \dots \text{ cm} \approx 6,3 \text{ cm}$$

Vastaus $3,3 \text{ cm} \times 6,3 \text{ cm}$

13.12

Betoni-laatta on suorakulmainen särmiö. Lasketaan sen tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= 2,40 \text{ m} \cdot 6,50 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} \\ &= 1,56 \text{ m}^3 \\ &= 1560 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$



$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

Lasketaan tiheyden avulla laatan massa.

$$m = 1,50 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 1560 \text{ dm}^3 = 2340 \text{ kg}$$



$$\text{massa} = \text{tiheys} \cdot \text{tilavuus}$$

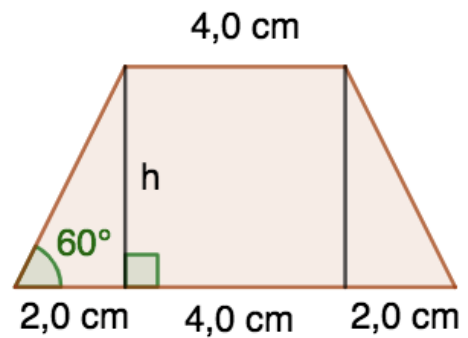
Vastaus 2340 kg

13.13

Patukkapakkauksen tilavuus saadaan pohjan pinta-alan ja korkeuden avulla.

Lasketaan ensin pakkauksen pohjana olevan tasakylkisen puolisuunnikkaan pinta-ala.

Merkitään puolisuunnikkaan korkeutta kirjaimella h . Puolisuunnikkaan sisälle muodostuu kaksi suorakulmaista kolmiota. Lasketaan kolmion kannan pituus.



$$\frac{8,0 \text{ cm} - 4,0 \text{ cm}}{2} = 2,0 \text{ cm}$$

Ratkaistaan korkeus h tangentin avulla.

$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= \frac{h}{2,0} \\ h &= 3,464 \dots (\text{cm})\end{aligned}$$

Lasketaan puolisuunnikkaan pinta-ala.

$$A = \frac{8,0 + 4,0}{2} \cdot 3,464 \dots = 20,784 \dots (\text{cm}^2)$$

$$\leftarrow A = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

Lasketaan pakkauksen tilavuus.

$$\begin{aligned}V &= 20,784 \dots \text{ cm}^2 \cdot 28,0 \text{ cm} \\ &= 581,969 \dots \text{ cm}^3 \\ &= 0,581 \dots \text{ dm}^3\end{aligned}$$

Lasketaan tiheyden avulla suklaan massa.

$$m = 1,33 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,581 \dots \text{ dm}^3 = 0,774 \dots \text{ kg} \approx 770 \text{ g}$$

$$\leftarrow \text{massa} = \text{tiheys} \cdot \text{tilavuus}$$

Suklaa painaa 770 g.

Vastaus 770 g

13.14

Piirretään mallikuva.

a)

Pohjan lävistäjä CB on suorakulmaisen kolmion CDB hypotenuusa.

Merkitään lävistäjän CB pituutta kirjaimella a ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla.

$$a^2 = 35^2 + 45^2$$
$$a = \pm 57,008 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten $a = 57,008 \dots \text{ cm} \approx 57 \text{ cm}$.

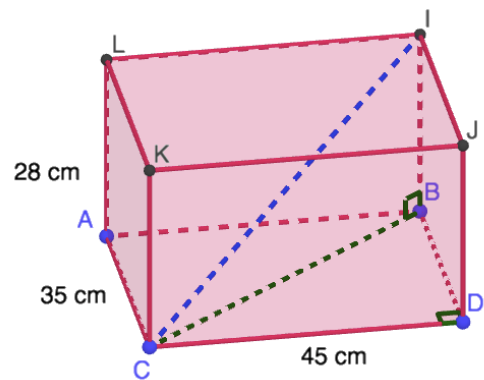
b)

Avaruuslävistäjä CI on suorakulmaisen kolmion CBI hypotenuusa.

Merkitään lävistäjän CI pituutta kirjaimella b ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla.

$$b^2 = 28^2 + 57,008 \dots^2$$
$$b = \pm 63,513 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten $b = 63,513 \dots \text{ cm} \approx 64 \text{ cm}$.



Vastaus a) 57 cm

 b) 64 cm

13.15

a)

Pohjaympyrän säde on $r = 7,8$ cm ja korkeus h .

Vaipan pinta-ala on $41 \text{ dm}^2 = 4100 \text{ cm}^2$.

Muodostetaan vaipan yhtälö ja ratkaistaan pohjaympyrän säde r .

$$2\pi \cdot 7,8 \cdot h = 4100$$

$$15,6\pi h = 4100 \quad | : (15,6\pi)$$

$$h = \frac{4100}{15,6\pi}$$

$$h = 83,658 \dots$$

$$h \approx 84 \text{ (cm)}$$

$$A_{\text{vaippa}} = 2\pi r \cdot h$$

Lieriön korkeus on 84 cm.

b)

Merkitään lieriön korkeutta kirjaimella h . Lieriön tilavuus on

$$V = 6,5 \text{ l} = 6,5 \text{ dm}^3 = 6500 \text{ cm}^3.$$

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\pi \cdot 7,8^2 \cdot h = 6500$$

$$60,84\pi h = 6500 \quad | : (60,84\pi)$$

$$h = \frac{6500}{60,84\pi}$$

$$h = 34,007 \dots$$

$$h \approx 34 \text{ (cm)}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Lieriön korkeus on 34 cm.

Vastaus a) 84 cm

 b) 34 cm

13.16

Kun letku on täysin suora, sen voidaan ajatella olevan ympyräpohjainen lieriö, jonka korkeus on $8,0 \text{ m} = 80 \text{ dm}$.

Muoviosan tilavuus saadaan koko letkun tilavuuden ja sisällä olevan tyhjän lieriön tilavuuden erotuksena.

$$\text{Ulko-osan säde on } r_1 = \frac{17 \text{ mm}}{2} = 8,5 \text{ mm} = 0,085 \text{ dm}$$

$$\text{Sisäosan säde on } r_2 = \frac{13 \text{ mm}}{2} = 6,5 \text{ mm} = 0,065 \text{ dm}$$

Vastaus halutaan
neliödesimetreinä.

Lasketaan ulko- ja sisäosien tilavuudet.

$$\begin{aligned} V_{\text{ulko}} &= \pi \cdot (0,085 \text{ dm})^2 \cdot 80 \text{ dm} \\ &= 1,815 \dots \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{sisä}} &= \pi \cdot (0,065 \text{ dm})^2 \cdot 80 \text{ dm} \\ &= 1,061 \dots \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Lasketaan muovin tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{ulko}} - V_{\text{sisä}} \\ &= 1,815 \dots \text{ dm}^3 - 1,061 \dots \text{ dm}^3 \\ &= 0,753 \dots \text{ dm}^3 \\ &\approx 0,75 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Muovia on käytetty $0,75 \text{ dm}^3$.

Vastaus $0,75 \text{ dm}^3$

13.17

Sademittarin pohjaympyrän säde on $r = \frac{4,5 \text{ cm}}{2} = 2,25 \text{ cm}$.

Sademäärä on veden nousukorkeus mittarissa. Merkitään nousukorkeutta kirjaimella h .

Mittarissa oleva vesi muodostaa myös lieriön, joten sen tilavuus on

$$V = \pi \cdot 2,25^2 \cdot h.$$

Koska vetää on satanut $0,50 \text{ dl} = 0,050 \text{ dm}^3 = 50 \text{ cm}^3$, tulee veden muodostaman lieriön tilavuus olla 500 cm^3 .

← 1 litra = 1 dm^3

Muodostetaan tilavuuden avulla yhtälö ja ratkaistaan h .

$$\begin{aligned}\pi \cdot 2,25^2 \cdot h &= 50 \\ h &= 3,143 \dots \\ h &\approx 3,1 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sademäärä on $3,1 \text{ cm} = 31 \text{ mm}$.

Vastaus 31 mm

13.18

Kourun kuljettamaa vesimäärää kuvaa lieriö, jonka pohja on puoliympyrä.

Puoliympyrän säde on $r = \frac{12,5 \text{ cm}}{2} = 6,25 \text{ cm}$.

Lasketaan puoliympyrän pinta-ala.

$$A = \frac{1}{2} \pi (6,25 \text{ cm})^2 = 61,359 \dots \text{ cm}^2$$

Kourussa kulkeva vesimäärää voidaan mallintaa suorana lieriönä, jonka korkeus saadaan virtausnopeuden ja ajan avulla. Virtausnopeus on 5 min = 300 s, joten korkeus on

$$0,09 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 300 \text{ s} = 27 \text{ m}.$$

Lasketaan lieriön tilavuus.

$$V = 61,359 \dots \text{ cm}^2 \cdot 2700 \text{ cm} = 165669,925 \dots \text{ cm}^3 \approx 166 \text{ dm}^3$$

Kouru kuljettaa siis $166 \text{ dm}^3 = 166 \text{ l}$.

Vastaus 166 l

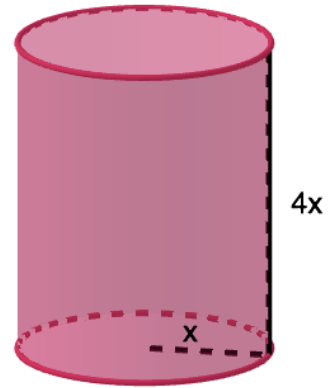
13.19

Merkitään rasian säteen pituutta kirjaimella x .

Tällöin rasian korkeus on $4x$.

Rasian kokonaispinta-ala koostuu vaipasta, sekä pohjan ja kannen pinta-aloista.

Muodostetaan vaipan ja pohjan pinta-alojen lausekkeet.



$$A_{\text{vaippa}} = 2\pi \cdot x \cdot 4x = 8\pi x^2$$

$$\leftarrow A_{\text{vaippa}} = 2\pi r \cdot h$$

$$A_{\text{pohja}} = \pi \cdot x^2 = \pi x^2$$

$$\leftarrow A_{\text{pohja}} = \pi r^2$$

Kokonaispinta-ala on 118 cm^2 . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$8\pi x^2 + 2 \cdot \pi x^2 = 118$$

$$x = \pm 1,938 \dots$$

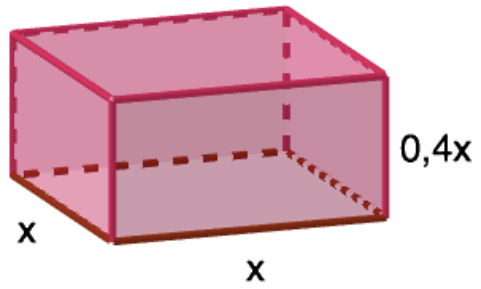
Pituus on aina positiivinen, joten pohjan säde on $x = 1,938 \dots \text{ cm} \approx 1,94 \text{ cm}$.

Vastaus 1,94 cm

13.20

Merkitään leveyttä eli pohjan sivun pituutta kirjaimella x .

Koska korkeus on 60 % pienempi kuin leveys,
on korkeus
 $100 \% - 60 \% = 40 \% = 0,4$ -kertainen
leveyteen nähden.



Leveys korkeus on siis $0,4x$.

Laatikon kokonaispinta-ala muodostuu pohjasta sekä sivutahkoista. Sivutahkoja on neljä samanlaista.

Muodostetaan lauseke särmiön kokonaispinta-alalle.

$$A_{\text{särmiö}} = x \cdot x + 4 \cdot x \cdot 0,4x = 2,6x^2$$

Kokonaispinta-ala on pahvin määrä $2,6 \text{ dm}^2$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$2,6x^2 = 2,6$$
$$x = \pm 1$$

Pituus on aina positiivinen luku, joten laatikon leveys on $x = 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$.

Vastaus 10 cm

13.21

Piirretään pohjasta mallikuva.

Kolmion korkeusjana DC muodostaa kaksi suorakulmaista kolmiota.

Ratkaistaan kolmion korkeus h suorakulmaisesta kolmiosta ADC sinin avulla.

$$\sin 36^\circ = \frac{h}{8,3}$$
$$h = 4,878 \dots \text{ (cm)}$$

Suorakulmaisen kolmion kanta x saadaan kosinin avulla.

$$\cos 36^\circ = \frac{h}{8,3}$$
$$h = 6,714 \dots \text{ (cm)}$$

Lasketaan pohjakolmion pinta-ala.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6,714 \dots \text{ cm} \cdot 4,878 \dots \text{ cm} = 32,750 \dots \text{ (cm}^2\text{)}$$

Prisman korkeus on 18,4 cm. Lasketaan prisman tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= 32,750 \dots \text{ cm}^2 \cdot 18,4 \text{ cm} \\ &= 602,616 \dots \text{ cm}^3 \\ &= 0,6026 \dots \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

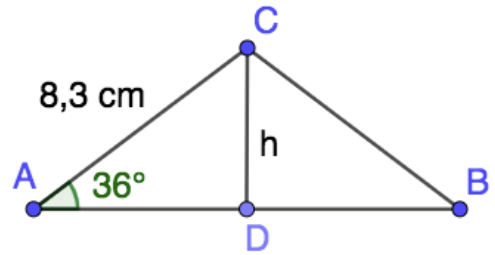
Lasketaan tiheyden avulla prisman massa.

$$m = 2,50 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,602 \dots \text{ dm}^3 = 1,506 \dots \text{ kg} \approx 1500 \text{ g}$$

← massa = tiheys · tilavuus

Prisma painaa 1500 g.

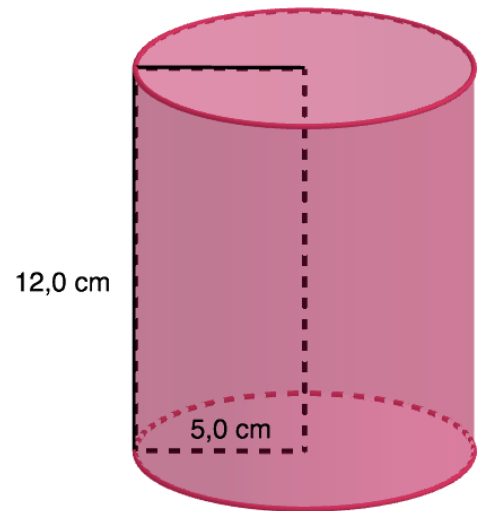
Vastaus 1500 g



13.22

a)

Kun suorakulmio pyörähtää pidemmän sivunsa ympyrä, syntyy suora ympyräpohjainen lieriö, jonka säde on suorakulmion lyhyemmän sivun pituus 5,0 cm.



b)

Lieriön kokonaispinta-ala koostuu vaipasta, sekä pohjan ja kannen pinta-aloista.

Lasketaan vaipan ja pohjan pinta-alat.

$$A_{\text{vaippa}} = 2\pi \cdot 5,0 \text{ cm} \cdot 12,0 \text{ cm} = 376,991 \dots \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{vaippa}} = 2\pi r \cdot h$$

$$A_{\text{pohja}} = \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 = 78,539 \dots \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pohja}} = \pi r^2$$

Lieriön pinta-ala on

$$A = 379,991 \dots \text{ cm}^2 + 2 \cdot 78,539 \dots \text{ cm}^2 = 534,070 \dots \text{ cm}^2 \approx 530 \text{ cm}^2 = 5,3 \text{ dm}^2$$

Lasketaan lieriön tilavuus.

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 12,0 \text{ cm} \\ &= 942,477 \dots \text{ cm}^3 \\ &\approx 0,94 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \end{aligned}$$

Vastaus a) kuva yllä

b) $A \approx 5,3 \text{ dm}^2$, $V \approx 0,94 \text{ dm}^3$

13.23

Pohjan lävistäjä AD on suorakulmaisen kolmion ACD hypotenuusa.

Merkitään lävistäjän AD pituutta kirjaimella x ja ratkaistaan se Pythagoraan lauseen avulla.

$$x^2 = 4,80^2 + 4,80^2$$
$$x = \pm 6,788 \dots$$

Pituus on aina positiivinen, joten
 $x = 6,788 \dots \text{ dm} \approx 6,79 \text{ dm}$.

b)

Merkitään avaruoslävistäjää kirjaimella y .

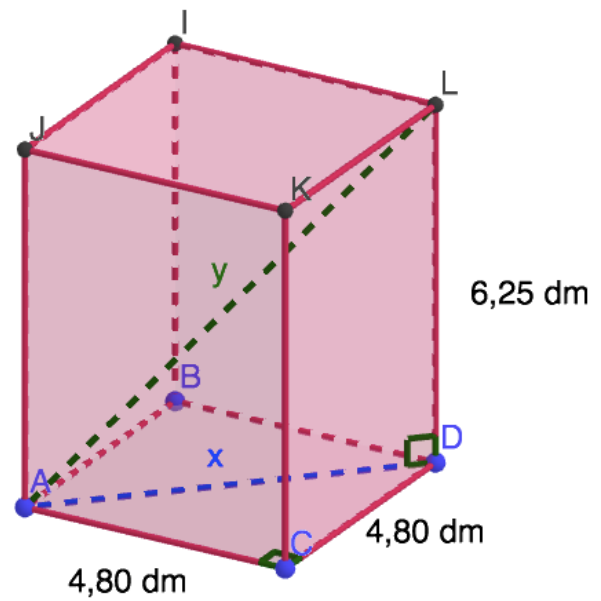
Avaruoslävistäjän pituus AL voidaan laskea avaruoslävistäjän pituuden kaavalla

$$l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2},$$

missä a , b ja c ovat suorakulmaisen särmiön mitat.

Lasketaan avaruoslävistäjän pituus y .

$$y = \sqrt{4,80^2 + 4,80^2 + 6,25^2} = 9,227 \dots \approx 9,23 \text{ (dm)}$$



Vastaus **a)** 6,79 dm

b) 9,23 dm