

Lukujono

← lukujonon jäsenet (a_n) $n=1,2,3,\dots$

2, 4, 6, 8
↑ ↑ ↑ ↑
 a_1 a_2 a_3 a_4

päättyvä jono

Tutkitaan jonoa

2, 5, 8, 11, ...
↗ ↗ ↗
+3 +3 +3

aritmeettinen lukujono

$d = 3$ (differenssi)

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_2 - a_1 \quad \text{tai} \quad a_4 - a_3$$

$$5 - 2 = 3 \quad 11 - 8 = 3$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 3 = 5$$

$$a_3 = 2 + 3 + 3 = 2 + 2 \cdot 3 = 8$$

$$a_4 = 2 + 3 \cdot 3 = 11$$

⋮

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$$

$$a_{10} = 2 + (10-1) \cdot 3$$

$$2 + 9 \cdot 3 = 29$$

yleisen jäsenen kaava

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

5.10.1

$a_{n+1} - a_n = d$, lukujono on aritmeettinen, jos sen kolme ensimmäistä

jäsentä ovat

a) 5, 14 ja 25

b) 12, 7 ja 2?

a) $14 - 5 = 9$
 $25 - 14 = 11$ ei aritmeettinen

b) $7 - 12 = -5$
 $2 - 7 = -5$ voi olla aritmeettinen

$$a_{n+1} - a_n = d$$

10.2 Jono $10, 16, 22, \dots$ on aritmeettinen.

a) Määritä jonon differenssi d .

b) Määritä jonon neljäs jäsen.

c) Muodosta jonon yleinen jäsen a_n .

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 10 + (n-1) \cdot 6$$

$$= 10 + 6n - 6 = 6n + 4$$

a) $a_{n+1} - a_n = d$

$$\begin{cases} 16 - 10 = 6 \\ 22 - 16 = 6 \end{cases} \quad d = 6$$

b) $a_4 = a_3 + d$
 $= 22 + 6 = 28$

10.3 Aritmeettisen jonon ensimmäinen jäsen on 5 ja toinen jäsen 9.

- a) Muodosta ja sievennä jonon yleinen jäsen a_n .
- b) Määritä jonon 25. jäsen.
- c) Kuinka mones jäsen luku 73 on?

a) $a_1 = 5$ $a_n = 5 + (n-1) \cdot 4$
 $d = 9 - 5 = 4$ $= 5 + 4n - 4 = \underline{\underline{4n + 1}}$

b) $n = 25$ $a_{25} = 4 \cdot 25 + 1 = 100 + 1 = 101$

c) $4n + 1 = 73 \quad || -1$
 $4n = 73 - 1$
 $4n = 72 \quad || :4$
 $n = 18$ $a_{18} = 73$

10.18 Aritmeettisessa jonossa $a_1 = -5$ ja $a_6 = -15$.

- a) Määritä jonon differenssi d .
- b) Onko luku -38 jonon jäsen? Perustele.

$a_n = a_1 + (n-1)d$

a) $a_6 = -15$
 $a_6 = -5 + (6-1) \cdot d \Rightarrow 5d - 5 = -15 \quad || +5$
 $= -5 + 5d$ $5d = -15 + 5$
 $5d = -10 \quad || :5$
 $d = -2$

b) $a_n = -5 + (n-1) \cdot (-2)$
 $= -5 - 2n + 2$
 $= -2n - 3$

$-2n - 3 = -38 \quad || +3$
 $-2n = -38 + 3$
 $-2n = -35 \quad || :(-2)$
 $n = 17,5$

ei ole positiivinen kokonaisluku! -38 ei ole jonon jäsen.

10.20 Tarkastellaan aritmeettista jonoa $-231, -196, -161, \dots, 469$.

- a) Kuinka monta jäsentä jonossa on?
- b) Kuinka monta negatiivista jäsentä jonossa on?

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$d = -196 - (-231)$
 $= -196 + 231 = 35$

$a_n = -231 + (n-1) \cdot 35$
 $= -231 + 35n - 35$
 $= 35n - 266$

a) $35n - 266 = 469 \quad || +266$
 $35n = 469 + 266$
 $35n = 735 \quad || :35$
 $n = 21$

$$b) 35n - 266 < 0 \quad || +266$$

$$35n < 266 \quad || :35$$

$$n < \frac{266}{35} \\ = 7,6$$

V: 7 ensimmäistä jäsentä
ovat negatiivisia