

MAB10_todennäköisyys

HUOM! Tehtävät eivät ole vaikeusjärjestyksessä, eivätkä järjestetty A- ja B-osiin.

Sisällys

1. Jakaumia, kuvaajia ja todennäköisyyksiä (S24T6)	Aineisto	12 p.
2. Urheilusukat (S23T7)		12 p.
3. Kolikko ja noppa (K23T7)		12 p.
4. Palloja laatikossa (S22T7)		12 p.
5. Noppapeli (S21T13)		12 p.
6. Todennäköisyyslaskennan alkuperä (K24T12)		12 p.
7. Veriryhmä tai Suurin arvo (S20T4)		12 p.
8. Jaksollisuus / Nopan heitto (K20T9)		12 p.
Koe yhteensä		96 p.

1. Jakaumia, kuvaajia ja todennäköisyyksiä (S24T6)

12 p.

Aineisto

1.A Kuva: Onnistumistodennäköisyyksiä prosentteina

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2–3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluakaan jättää tehtävää arvosteltavaksi, poista vastauksesi valitsemalla pudotusvalikosta tyhjä rivi.

1.1 Yhdistä seuraaviin väitteisiin sopiva onnistumistodennäköisyyden jakauma kuvasta 1.A. Heitetään kerran kahta noppaa ja tavoitteena on saada **6 p.**

kummankin nopan silmäluvuksi parillinen. Jakauma 1 Jakauma 2 Jakauma 3 Jakauma 4 Jakauma 5 ^{2p.}

silmälukujen tuloksi parillinen luku. Jakauma 1 Jakauma 2 Jakauma 3 Jakauma 4 Jakauma 5 ^{2p.}

silmälukujen summa, joka ei ole kolmella jaollinen. Jakauma 1 Jakauma 2 Jakauma 3 Jakauma 4 Jakauma 5 ^{2p.}

1.2 Korttipakassa on neljä maata, joista kussakin kortit numeroilla 2–10. Pakasta nostetaan kaksi korttia ilman takaisinpanoa. **6 p.**

Mikä on todennäköisyys sille, että kummankin kortin numero on parillinen?

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{17}{72}$ $\frac{25}{54}$ $\frac{5}{18}$ ei mikään ylläolevista ^{3p.}

Mikä on todennäköisyys sille, että korttien numeroiden tulo on parillinen?

$\frac{1}{4}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{18}{36}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{65}{81}$	ei mikään ylläolevista
---------------	-----------------	-----------------	---------------	---------------	-----------------	------------------------

 3p.

2. Urheilusukat (S23T7)

12 p.

Kilpajuoksijalla on kuusi urheilusukkaa sekaisin pienessä korissa. Kolmessa sukassa on merkki L ja kolmessa R. Juoksija ottaa korista umpimähkään kaksi sukkaa peräkkäin. Määritä todennäköisyys sille, että

1. ensimmäisessä sukassa on merkki L (2 p.)
2. molemmissa sukissa on merkki L (4 p.)
3. sukissa on eri merkit. (6 p.)

3. Kolikko ja noppa (K23T7)

12 p.

Pelissä heitetään kolikkoa ja tavallista noppaa.

1. Mikä on todennäköisyys sille, että pelaaja A saa yhdellä kolikonheitolla klaavan ja pelaaja B yhdellä nopanheitolla silmäluvun 5? (4 p.)
2. Pelaaja C väittää pelaajalle D: "On todennäköisempää, että minä saan kahdella kolikonheitolla kaksi klaavaa kuin että sinä saat kahdella nopanheitolla summaksi vähintään yhdeksän." Onko pelaaja C oikeassa? (8 p.)

4. Palloja laatikossa (S22T7)

12 p.

Laatikossa on seitsemän punaista palloa ja lisäksi mustia palloja. Kun laatikosta poimitaan umpimähkään kaksi palloa yhtä aikaa, niin molemmat ovat punaisia todennäköisyydellä $\frac{1}{10}$. Kuinka monta palloa laatikossa on?

5. Noppapeli (S21T13)

12 p.

Eräässä pelissä aloittava pelaaja A heittää tavallista noppaa. Mikäli hänen tuloksensa on 1 tai 2, hän voittaa pelin. Muussa tapauksessa pelaaja B heittää samaa noppaa. Mikäli hänen tuloksensa on 1, 2 tai 3, hän voittaa. Muussa tapauksessa peli päättyy tasapeliin, eikä kumpikaan voita. Laske pelaajien A ja B todennäköisyydet voittaa peli.

6. Todennäköisyyslaskennan alkuperä (K24T12)

12 p.

Todennäköisyyslaskenta sai alkunsa 1600-luvun Ranskasta, jossa eräissä piireissä harjoitettiin uhkapeliä. Antoine Gombaud oli ranskalainen kirjailija ja peluri, joka huomasi, että voiton todennäköisyys oli eri kahdessa noppapelissä, mutta hän ei pystynyt perustelemaan tätä matemaattisesti. Koska Gombaud käytti myös nimeä Chevalier de Méré, tätä kutsutaan *de Méré'n ongelmaksi*. Pelien periaatteet ovat seuraavat:

- Kummassakin pelissä haastaja pelasi de Méréä vastaan. Sekä haastaja että de Méré laittoivat pottiin saman verran rahaa, ja voittaja sai koko potin.
- Ensimmäisessä pelissä de Méré heitti yhtä noppaa neljä kertaa. Jos hän sai vähintään yhden kuutosen, hän voitti, muussa tapauksessa hän hävisi. Kokemus osoitti, että tämä oli de Mérélle tuottoisa peli.
- Toisessa pelissä de Méré heitti kahta noppaa yhtä aikaa 24 kertaa. Jos hän sai vähintään yhden kuutosparin, hän voitti, muussa tapauksessa hän hävisi. Tämä peli osoittautui kuitenkin tappiolliseksi de Mérélle.

Vastatakseen de Méré'n ongelmaan kaksi aikalaismatemaatikkoa, Blaise Pascal ja Pierre de Fermat, kehittivät todennäköisyyslaskennan teorian alkeet ja osoittivat, että pitkällä aikavälillä de Méré voittaa ensimmäisessä pelissä ja häviää toisessa. Osoita tämä todennäköisyyslaskennan keinoin.

7. Veriryhmä tai Suurin arvo (S20T4)

12 p.

Ratkaise joko tehtävä 1. Veriryhmä TAI tehtävä 2. Suurin arvo.

1. **Veriryhmä:** Ihmisen veriryhmä on jokin tyypeistä A, B, AB tai O. Suomessa A:n osuus on 41 %, B:n 18 %, AB:n 8 % ja O:n 33 %. Millä todennäköisyydellä kahdella satunnaisesti valitulla henkilöllä on sama veriryhmä? (12 p.)
2. **Suurin arvo:** Määritä derivaattaa käyttämällä funktion $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - x + 4$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 1$. (12 p.)

Kirjoita tähän vastauskenttään joko tehtävän 1. Veriryhmä TAI tehtävän 2. Suurin arvo ratkaisu.

8. Jaksollisuus / Nopan heitto (K20T9)

12 p.

Jos valitset tämän tehtävän, ratkaise joko 1. Jaksollisuus TAI 2. Nopan heitto. Voit valita kumman tahansa tehtävän riippumatta siitä, minkä opetussuunnitelman mukaisesti olet opiskellut.

1. **Jaksollisuus (Vanha opetussuunnitelma, ennen 1.8.2016 lukion aloittaneet) (12 p.)**

Kummalla funktiolla on lyhyempi jakso: $f(t) = \sin(3t)$ vai $g(t) = \cos^2(2t)$? Perustele väitteesi.

2. **Nopan heitto (Uusi opetussuunnitelma, 1.8.2016 tai sen jälkeen lukion aloittaneet) (12 p.)**

Noppaa heitetään 10 kertaa. Mikä on todennäköisyys, että saadaan täsmälleen 2 kuutosta?

Kirjoita tähän vastauskenttään joko tehtävän 1. Jaksollisuus TAI tehtävän 2. Nopan heitto ratkaisu.

Kokeen tehtävät loppuvat tähän.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit vielä palata muokkaamaan vastauksia, tai päättää kokeen.

