

Arkimatikkaa ja prosenttilaskentaa

Tehtävät ovat neljästä viimeisimmästä lyhyen matematiikan yo-kokeesta. Huomaa, että B-osan tehtävissä ei ole pakko, eikä välttämättä hyödyllistäkään, käyttää tietoteknisiä välineitä. Ajatus on enemmänkin, että A-osassa niiden käyttö on haluttu estää, ettei tehtävistä tulisi liian helppoja.

Käytä kaavakirjaa apuna, jos uskot sille olevan tarvetta (jos teet tätä kotona, niin eräs yo-kokeissa käytettävissä oleva on osoitteessa [cheat.abitti.fi](https://oma.abitti.fi))

Sisällys

Osa 1: A-osa, GeoGebra ja LibreOffice eivät ole käytössä

- | | |
|---|-------|
| 1. Arjen matematiikkaa | 12 p. |
| 2. Vaatekaupassa | 12 p. |
| 3. Pythagoraan kolmikot | 12 p. |

Osa 2: B-osan tehtäviä

- | | |
|--|--------------------------------|
| 4. Laskettelumatka | 12 p. |
| 5. Koulutuspäivä | 12 p. |
| 6. Puun hinta | Aineisto 12 p. |
| 7. Suhteellinen vaalitapa | Aineisto 18 p. |
| 8. Moottoritien kustannukset | 12 p. |
| 9. Oppilaan ratkaisutapa | 12 p. |

Koe yhteensä 114 p.

Osa 1: A-osa, GeoGebra ja LibreOffice eivät ole käytössä

1. Arjen matematiikkaa 12 p.

Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Jokaisen osatehtävän vastaus on kokonaisluku.

1.1 Laske. 2 p.

Suklaapatukat maksavat yksittäin 2 euroa, mutta kolmen patukan pakkauksen saa 4 eurolla. Kymmenen suklaapatukkaa maksaa halvimmillaan euroa.

1.2 Laske. 2 p.

Juna lähtee Oulusta kello 9.48 ja on perillä Helsingissä kello 15.25. Junamatkan kesto on ^{1p} tuntia ja ^{1p} minuuttia.

1.3 Laske. 2 p.

Reseptin mukaan kuuteen annokseen pannacottaa tarvitaan $1\frac{1}{2}$ desilitraa maitoa. Yhdestä litrasta maitoa saa annosta.

1.4 Laske. 3 p.

Harrin palkka on 4 200 euroa kuukaudessa. Hänen palkastaan vähennetään 24 % ennakonpidätystä ja 9 % pakollisia eläke- ja työttömyysvakuutusmaksuja. Harrin nettopalkka euron tarkkuudella on euroa.

1.5 Laske. 3 p.

Alma maksaa kuukaudessa 12 euron ennakkomaksun vedenkäytöstään. Kuuden kuukauden välein isännöitsijä lähettää todelliseen kulutukseen perustuvan tasauslaskun, jossa on huomioitu jo maksetut ennakkomaksut. Tammi-kesäkuussa Alman veden kulutus oli $17,012 \text{ m}^3$, ja veden hinta on 4,63 euroa/ m^3 . Alman tammi-kesäkuun tasauslaskun loppusumma kokonaisiksi euroiksi pyöristettynä on euroa.

2. Vaatekaupassa (12 p.)

1. Farkkujen alkuperäinen hinta on 56,00 euroa ja alennusmyynnissä hintaa alennetaan 30 %. Mikä on alennettu hinta? (4 p.)
2. Takin alkuperäinen hinta on 79,00 euroa ja alennettu hinta 55,30 euroa. Mikä on alennusprosentti? (4 p.)
3. Vaatteiden arvonlisäverokanta on 24 %. Kuinka monta euroa paidan 45,00 euron myyntihinnasta on arvonlisäveroa? (4 p.)

3. Pythagoraan kolmikot (12 p.)

Positiiviset kokonaisluvut a , b ja c muodostavat *Pythagoraan kolmikon*, jos $a^2 + b^2 = c^2$.

Näitä kolmikoita voidaan muodostaa seuraavasti. Olkoot m ja n positiivisia kokonaislukuja, joille $m > n$. Tällöin luvut $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ ja $c = m^2 + n^2$ muodostavat Pythagoraan kolmikon.

1. Muodosta yllä esitetyllä tavalla jokin Pythagoraan kolmikko. (3 p.)
2. Anna esimerkki kolmesta positiivisesta kokonaisluvusta, jotka eivät muodosta Pythagoraan kolmikkoa. (3 p.)
3. Määritä luvut m ja n silloin, kun Pythagoraan kolmikkona ovat luvut $a = 15$, $b = 8$ ja $c = 17$. (3 p.)
4. Perustele, että jos a , b ja c on muodostettu lukujen m ja n avulla kuten tehtävän alkutekstissä, niin $a^2 + b^2 = c^2$. (3 p.)

Osa 2: B-osan tehtäviä

GeoGebra ja LibreOffice Calc ovat käytössä, mutta niitä ei ole pakko käyttää.

4. Laskettelumatka (12 p.)

Lukion 32 opiskelijan ryhmä varaa laskettelumatkaa varten linja-auton, jonka kustannukset jaetaan tasan osallistujien kesken. Neljä opiskelijaa joutuu perumaan lähtönsä, jolloin jokainen osallistuja maksaa lopulta 15 euroa alkuperäistä hintaa enemmän. Kuinka paljon yhden osallistujan matka lopulta maksoi?

5. Koulutuspäivä (12 p.)

Ohjelmistoyhtiö järjestää koulutuspäivän, jonka tilavuokrat ovat 1 000 euroa. Osallistumismaksu on 30 euroa, joka sisältää ruokailun koulutuspäivän loppuksi. Ruokailun järjestäminen maksaa ohjelmistoyhtiölle 11,50 euroa jokaista ruokailijaa kohti, mutta järjestäjät arvioivat, että puolet osallistujista lähtee kotiin heti koulutuksen päätyttyä eikä osallistu ruokailuun. Kuinka monta osallistujaa koulutuspäivään pitäisi saada, jotta se ei tuottaisi tappiota ohjelmistoyhtiölle? Vastaa kysymykseen muodostamalla ongelmaa kuvaava yhtälö tai epäyhtälö ja ratkaisemalla se. Tehtävässä ei huomioida veroja.

6. Puun hinta (12 p.)

Aineisto

6.A Taulukko: Raakapuusta maksettu kuutiohintaa euroissa

Taulukossa 6.A on esitetty loppuvuonna 2022 raakapuusta harvennushakkuun yhteydessä maksetun kuutiohinnan keskiarvoja eri alueilla.

Mikolla on mäntyä kasvava metsäpalsta Etelä-Suomessa ja Maijulla kuusta kasvava palsta Kainuussa. Mikon palstalta hakattiin harvennushakkuussa noin 110 kuutiometriä puuta, josta 40 % oli tukkipuuta ja 60 % kuitupuuta. Maijun palstalta hakattiin harvennuksessa noin 120 kuutiometriä puuta, josta 70 % oli tukkipuuta ja 30 % kuitupuuta. Kuinka paljon Mikolle ja Maijulle maksettiin hakkuista, kun puun ostaja maksoi heille puun hinnan lisäksi 24 %:n arvonlisäveron?

7. Suhteellinen vaalitapa (18 p.)

Aineisto

7.A Taulukko: Äänestystulokset

7.B Teksti: D'Hondtin suhteellinen vaalitapa

Kuvitteellisessa Keski-Maan vaalipiirissä on neljä puoluetta: Hobittipuolue, Ihmispuolue, Haltipuolue ja Kääpiöpuolue. Taulukossa 7.A on esitetty Keski-Maassa toimitetun vaalin äänestystulokset.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin olettaen, että Keski-Maassa käytetään d'Hondtin suhteellista vaalitapaa, joka on kuvattu tekstissä 7.B.

1. Mikä oli vaalien äänestysprosentti, kun Keski-Maassa on 290 754 äänioikeutettua? (3 p.)
2. Laske kunkin ehdokkaan vertausluku. Ketkä tulevat valituiksi, kun vaalipiiristä valitaan viisi edustajaa? (5 p.)
3. Kuinka monta henkilökohtaista ääntä enemmän Pippinin olisi pitänyt saada, jotta hän olisi tullut valituksi ilman arvontaa? Oletetaan, että muiden äänimäärät eivät muutu. (5 p.)
4. Suhteellisen vaalitavan tavoite on, että edustajien paikat jakautuvat samassa suhteessa kuin puolueiden saamat äänet. Pohdi, kuinka hyvin tämä toteutui näissä vaaleissa. (5 p.)

8. Moottoritien kustannukset (12 p.)

Helsingin Sanomat kirjoitti 20.6.1972:

Suomen suurin tiettyö jyrää maiseman halki Helsingistä Lahteen. Leveimmillään kuusikaistainen Lahden moottoritie maksaa noin 320 miljoonaa markkaa, yli 3 markkaa millimetri.

Vuonna 2018 valmistuneessa tiehankkeessa Haminasta Vaalimaalle kulkevan 32 kilometrin pituisen moottoritieosuuden hinta oli 550 miljoonaa euroa. Tässä tehtävässä eri vuosien kustannuksia verrataan käyttämällä "Aku Ankka -indeksiä", joka perustuu seuraavaan tietoon: Aku Ankka -lehden irtonumero maksoi 0,80 markkaa vuonna 1972 ja 3,50 euroa vuonna 2018.

Mitkä olivat Helsinki–Lahti-moottoritien kustannukset vuoden 2018 rahassa?

Kuinka monta prosenttia kalliimpi Hamina–Vaalimaa-moottoritie oli kilometriä kohti kuin Helsinki–Lahti-moottoritie rahan arvon muutos huomioiden?

9. Oppilaan ratkaisutapa (12 p.)

Oppilas kertoo keksineensä helpon tavan laskea murtolukujen jakolaskun: "Jaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään, jolloin saan suoraan vastauksen murtolukuna." Esimerkkinä hän mainitsee

$$\frac{3}{20} : \frac{1}{4} = \frac{3 : 1}{20 : 4} = \frac{3}{5}.$$

1. Onko esimerkkilaskun lopputulos oikein? (2 p.)

2. Laske oppilaan menetelmällä $\frac{6}{35} : \frac{3}{5}$. (4 p.)

3. Keksi esimerkki, jossa ratkaisutapa tuottaa lopputuloksena murtoluvun, joka ei ole supistetussa muodossa. (6 p.)

Tässä murtoluku on muotoa $\frac{n}{m}$ tai $-\frac{n}{m}$ oleva merkintä, jossa n on luonnollinen luku ja m on positiivinen kokonaisluku.

Kokeen tehtävät loppuvat tähän.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit vielä palata muokkaamaan vastauksia, tai päättää kokeen.

EE v.23.2.2