Binomi 5 – Luku 9 – Tehtävien malliratkaisut

9.1

a)

Kolikkoa heitettäessä voi tulla joko kruuna tai klaava. Alkeistapauksia on siis kaksi.

b)

Tavallisessa nopassa ovat silmäluvut 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Alkeistapauksia on siis kuusi.

c)

Korttipakassa on yhteensä 52 korttia. Alkeistapauksia on siis 52.

d)

Lukuvälillä 0–100 on kokonaislukuja 101.
Alkeistapauksia on siis 101.

Luku 0 ja luvut 1–100 eli
1 + 100 = 101 kokonaislukua.

Vastaus **a)** 2

b) 6

c) 52

d) 101

9.2

a)

Voittoarpoja on 350 kappaletta, joten voitolle suotuisia alkeistapauksia on 350. Arpoja on yhteensä 2000 eli alkeistapauksia on 2000. Tapahtuman A = ”arpa voittaa” todennäköisyys on

$$P(A) = \frac{350}{2000} = 0{,}175 = 17{,}5\ \%$$

b)

Tapahtumalle B = ”arpa ei voita” suotuisia arpoja on $2000 - 350 = 1650$.
Alkeistapauksia on edelleen 2000.

$$P(A) = \frac{1650}{2000} = 0{,}825 = 82{,}5\ \%$$

Vastaus **a)** 17,5 %

b) 82,5 %

9.3

a)

Alkeistapausten lukumäärä on puiden yhteismäärä $8 + 5 + 2 + 1 = 16$.

Omenapuita on 8 kappaletta, joten tapahtumalle A = ”kaatunut puu on omenapuu” suotuisia alkeistapauksia on 8.

$$P(A) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

b)

Koivuja ja pihlajoita on yhteensä 5 + 1 = 6, joten tapahtumalla
B = ”kaatunut puu on koivu tai pihlaja” on 6 suotuisaa alkeistapausta.

$$P(B) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

c)

Pihalla ei ole vaahteraa, joten tapahtumalle C = ”vaahtera” suotuisia alkeistapauksia on 0.

$$P(C) = \frac{0}{16} = 0$$

d)

Pihan kaikki puut ovat muita kuin mäntyjä, joten tapahtumalle D = ”ei ole mänty” suotuisia alkeistapauksia on 16.

$$P(D) = \frac{16}{16} = 1$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{2} = 0{,}5$ **c)** 0

b) $\frac{3}{8} = 0{,}375$ **d)** 1

9.4

a)

Mahdolliset tulokset ovat 1–12, joten alkeistapauksia on 12 kappaletta.

Tapahtumalle A = ”silmäluku korkeintaan 4” suotuisia alkeistapauksia ovat 1, 2, 3 ja 4 eli suotuisia tapauksia on 4 kappaletta.

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

b)

Tapahtuman ”silmäluku on vähintään viisi” vastatapahtumassa silmäluku ei saa olla vähintään 5. Näin ollen vastatapahtuma on ”silmäluku vähintään neljä”.

c)

Tapa 1.

Tapahtuman B = ”silmäluku on vähintään viisi” vastatapahtuman todennäköisyys laskettiin a)-kohdassa. Lasketaan todennäköisyys komplementtisäännöllä.

$$P(\text{”ainakin viisi”}) = 1 - P(\text{”korkeintaan 4”}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Tapa 2.

Tapahtumalle B = ”silmäluku vähintään 5” suotuisia alkeistapauksia ovat 5–12 eli suotuisia tapauksia on 8 kappaletta.

$$P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{3}$

b) ”silmäluku korkeintaan neljä”

c) $\frac{2}{3}$

9.5

A – 4

Korttipakassa on 52 korttia, joista herttoja on 13.

$$P(\text{hertta}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

B – 6

Viikonpäiviä on seitsemän, joten $P(\text{maanantai}) = \frac{1}{7}$.

C – 7

Arpakuutiossa ei ole silmälukua 8, joten todennäköisyys on 0.

D – 3

Kuuden henkilön ryhmässä on yksi nuorin ja yksi vanhin.

$$P(\text{nuorin tai vanhin}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

E – 1

Kenkiä on olemassa vain joko oikeaan tai vasempaan jalkaan.
Näin ollen nostettu kenkä on varmasti joko oikeaan tai vasempaan jalkaan.

F – 2

Nopan heitossa on 6 alkeistapausta. Suotuisia alkeistapauksia on nyt kolme.

$$P(1, 3 \text{ tai } 6) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Vastaus A – 4
B – 6
C – 7
D – 3
E – 1
F – 2

9.6

a)

Mahdollisia kokonaislukuja eli alkeistapauksia on 9 kappaletta, joista yksi on luku 5.
Näin ollen kysytylle tapahtumalle suotuisia alkeistapauksia on yksi.

$$P(5) = \frac{1}{9}$$

b)

Luvuista 1–9 on vähintään 3 yhteensä 7 lukua.
Näin ollen kysytylle tapahtumalle suotuisia alkeistapauksia on 7.

$$P(\text{vähintään } 3) = \frac{7}{9}$$

c)

Luvuista 1–9 parittomia ovat 1, 3, 5, 7 ja 9 eli 5 lukua.

$$P(\text{pariton}) = \frac{5}{9}$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{9}$

b) $\frac{7}{9}$

c) $\frac{5}{7}$

9.7

a)

Ensimmäinen luku voi olla mikä vaan kokonaisluku väliltä 1–40, joten alkeistapauksia on 40 kappaletta. Tapahtumalle A = ”kolme tai viisi” suotuisia alkeistapauksia on 2.

$$P(A) = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$$

b)

Lottonumeroista on alle kymmenen luvut 1–9, joten tapahtumalle B = ”alle kymmenen” suotuisia tapauksia on 9.

$$P(B) = \frac{9}{40}$$

c)

Tapahtuman ”vähintään kymmenen” vastatapahtuma on ”alle kymmenen”.
Lasketaan todennäköisyys komplementin avulla.

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{9}{40} = \frac{31}{40}$$

d)

Tapahtumalle D = ”vähintään 30 ja parillinen” suotuisia alkeistapauksia ovat 30, 32, 34, 36, 38 ja 40. Suotuisia tapauksia on siis 6 kappaletta.

$$P(D) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{20}$ **c)** $\frac{31}{40}$

b) $\frac{9}{40}$ **d)** $\frac{3}{20}$

9.8

a)

Tapahtuman ”saadaan kaksi kuutosta” vastatapahtuman on ”ei saada kahta kuutosta. Tällöin saadaan joko yksi kuutonen tai ei yhtään kuutosta. Vastatapahtuma on siis ”korkeintaan yksi kuutonen”.

b)

Tapahtuman ”saadaan ainakin yksi kutonen” suotuisia tapauksia ovat yksi tai kaksi kuutosta. Näin ollen vastatapahtuma on ”ei saada kuutosta”.

c)

Tapahtuman ”saadaan täsmälleen yksi kuutonen” vastatapahtumassa ei saada täsmälleen yhtä kuutosta. Näin ollen saadaan joko kaksi kuutosta tai ei yhtään kuutosta. Vastatapahtuma on siis ”ei yhtään kuutosta tai kaksi kuutosta”.

Vastaus **a)** ”korkeintaan yksi kuutonen”

b) ”ei yhtään kuutosta”

c) ”ei yhtään kuutosta tai kaksi kuutosta”

9.9

Luetellaan mahdolliset alkeistapaukset.

Alkeistapaus	Yhteenlaskettu arvo
”saadaan 2 € ja 1 €”	2 € + 1 € = 3 €
”saadaan 2 € ja 0,50 €”	2 € + 0,50 € = 2,50 €
”saadaan 1 € ja 0,50 €”	1 € + 0,50 € = 1,50 €

a)

Mahdollisia alkeistapauksia on kolme kappaletta, joista yhdessä summa on 1,50 €.

$$P(\text{”summa 1,50 €”}) = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots \approx 33\ \%$$

b)

Yhdessäkään alkeistapauksessa kolikoiden summa ei ole 4 €, joten suotuisia alkeistapauksia ei ole.

$$P(\text{”summa 4,00 €”}) = \frac{0}{3} = 0\ \%$$

Vastaus **a)** 33 %

b) 0 %

9.10

a)

Luetellaan erilaiset koirat. Alkeistapauksia on yhteensä 9.

Pentu	määrä
lyhytkarvainen mustavalkoinen	3
lyhytkarvainen, ei mustavalkoinen	3
pitkäkarvainen mustavalkoinen	1
pitkäkarvainen ei mustavalkoinen	2

Mustavalkoisia pentuja on 3 + 1 = 4 kappaletta.

$$P(\text{"mustavalkoinen"}) = \frac{4}{9}$$

b)

Tapa 1.

Tapahtuman ”ei ole mustavalkoinen” vastatapahtuma on ”on mustavalkoinen”. Lasketaan todennäköisyys komplementtisäännön avulla.

$$P(\text{"ei mustavalkoinen"}) = 1 - P(\text{"mustavalkoinen"}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

Tapa 2.

Koiria, jotka eivät ole mustavalkoisia, on yhteensä 3 + 2 = 5. Tapahtumalle ”ei mustavalkoinen” suotuisia alkeistapauksia on siis 5 kappaletta.

$$P(\text{"ei mustavalkoinen"}) = \frac{5}{9}$$

c)

Mustavalkoisia pentuja on 3 + 1 = 4, joten alkeistapauksia on nyt 4. Tapahtumalle A = ”mustavalkoinen pentu on lyhytkarvainen” suotuisia alkeistapauksia on 3.

$$P(A) = \frac{3}{4}$$

Vastaus **a)** $\frac{4}{9}$ **b)** $\frac{5}{9}$ **c)** $\frac{3}{4}$

9.11

a)

Luokalla on 20 oppilasta, joten alkeistapauksia on 20. Tapahtumalle
A = ”harrastaa jääkiekkoa” suotuisia alkeistapauksia on 5.

$$P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

b)

Yleisurheiluja ei harrasta $20 - 11 = 9$ oppilasta. Tapahtumalle B = ”ei harrasta yleisurheilua” suotuisia alkeistapauksia on siis 9.

$$P(B) = \frac{9}{20}$$

c)

Oppilaita, jotka eivät harrasta jääkiekkoa eivätkä yleisurheilua on $20 - 5 - 11 = 4$. Tapahtumalle C = ”ei harrasta jääkiekkoa eikä yleisurheilua” suotuisia alkeistapauksia on siis 4.

$$P(C) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{4}$

b) $\frac{9}{20}$

c) $\frac{1}{5}$

9.12

a)

Korttipakassa on 52 korttia, joten alkeistapauksia on yhteensä 52.
Tapahtumalle A = ”ruutu 4 tai pata 9” on kaksi suotuisaa alkeistapausta.

$$P(A) = \frac{2}{52} = 0{,}0384\ldots \approx 4\ \%$$

b)

Kortteja, joiden arvo on vähintään 10, ovat 10, sotilas (11), kuningatar (12) ja kuningas (13). Koska jokaisessa maassa on samat kortit, kysytylle tapahtumalle suotuisia alkeistapauksia on $4 \cdot 4 = 16$.

$$P(\text{”vähintään 10”}) = \frac{16}{52} = 0{,}307 = 31\ \%$$

c)

Ristejä, joiden arvo on vähintään 5, on korttipakassa 9 kappaletta.
Tapahtumalle B = ”risti ja ainakin 5” suotuisia alkeistapauksia on siis 9.

$$P(B) = \frac{9}{52} = 0{,}173\ldots \approx 17\ \%$$

d)

Patoja on 13 kappaletta. Viiden arvoisia kortteja on yhteensä 4. Koska pata 5 on laskettu jo kertaalleen padoissa, se on vähennettävä suotuisista alkeistapauksista.

Tapahtumalla C = ”pata tai arvoltaan 5” on yhteensä $13 + 4 - 1 = 16$ suotuisaa alkeistapausta.

$$P(C) = \frac{16}{52} = 0{,}307\ldots \approx 31\ \%$$

Vastaus **a)** 4 % **c)** 17 %

b) 31 % **d)** 31 %

9.13

a)

Rasiassa on tällä hetkellä 250 – 85 = 165 tikkua. Alussa tylppäpäisiä oli 250 – 120 = 130, joten tällä hetkellä tylppäpäisiä on 130 – 45 = 85.

Alkeistapauksia on siis 165 ja näistä tapahtumalle A = ”tikussa on tylppä pää” suotuisia alkeistapauksia on 85.

$$P(A) = \frac{85}{165} = 0{,}515\ldots \approx 52\ \%$$

b)

Tapahtuman B = ”molemmat päät teräviä” vastatapahtuma on ”toinen pää on tylppä”. Lasketaan todennäköisyys komplementtisäännön avulla.3

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{85}{165} = 0{,}484\ldots \approx 48\ \%$$

Vastaus **a)** 52 %

b) 48 %

9.14

Pakassa on kortteja tällä hetkellä $52 - 17 = 35$. Merkitään patojen lukumäärää kirjaimella *x*. Tällöin todennäköisyys saada pata on

$$P(\text{"pata"}) = \frac{x}{35}.$$

Toisaalta tiedetään, että todennäköisyys saada pata on 0,2.
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan yhtälö.

$$\frac{x}{35} = 0{,}2$$
$$x = 7$$

Patoja on korttipakassa 13 kappaletta, joten niitä puuttuu $13 - 7 = 6$.

Vastaus 6 pataa

9.15

a)

Tapahtuman ”kaikki heitot menevät koriin” vastatapahtumassa kaikki heitot eivät mene koriin. Tällöin koriin menee 0, 1 tai 2 palloa. Vastatapahtuma on siis ”korkeintaan kaksi palloa menee koriin”.

b)

Tapahtuman ”ainakin yksi heitto menee koriin” suotuisat alkeistapaukset ovat 1, 2 tai 3 heittoa menee koriin. Näin ollen tapahtuman vastatapahtuma on ”yksikään heitto ei mene koriin”.

c)

Tapahtuman ”täsmälleen yksi heitto menee koriin” vastatapahtumassa heittoja menee jokin muu määrä koriin kuin yksi. Eli vastatapahtuma on ”heittoja menee koriin 0, 2 tai 3”.

Vastaus **a)** ”korkeintaan kaksi palloa menee koriin”

b) ”yksikään heitto ei mene koriin”

c) ”heittoja menee koriin 0, 2 tai 3”

9.16

a)

Taskussa on yhteensä $1 + 2 + 5 + 1 + 4 + 1 = 14$ esinettä. Mahdollisia alkeistapauksia on siis 14. Esineistä 1 € ja 0,50 € kolikot riittävät maksuksi 40 sentin leivonnaiseen, joten tapahtumalle A = ”esine riittää maksuksi leivonnaisesta” on 1 + 2 = 3 suotuisaa alkeistapausta.

$$P(A) = \frac{3}{14} = 0{,}214\ldots \approx 0{,}21$$

b)

Jos esine on kolikko, niin alkeistapauksia on $1 + 2 + 5 + 1 = 9$. Suotuisten alkeistapausten määrä on sama kuin a)-kohdassa, joten tapahtumalle B = ”esine riittää maksuksi leivonnaisesta, kun se on kolikko” on 3 suotuisaa alkeistapausta.

$$P(B) = \frac{3}{9} = 0{,}333\ldots \approx 0{,}33$$

Vastaus **a)** 0,21

b) 0,33

9.17

Paita	määrä
valkoinen lyhythihainen	3
valkoinen pitkähihainen	7 – 3 = 4
musta lyhythihainen	5
musta pitkähihainen	8 – 5 = 3

Listataan eri alkeistapausten lukumäärät. Paitoja on yhteensä $7 + 8 = 15$ eli alkeistapausten lukumäärä on 15.

a)

Tapahtumalle A = ”paita on lyhythihainen” suotuisia alkeistapauksia on 3 + 5 = 8.

$$P(A) = \frac{8}{15}$$

b)

TAPA 1.

Tapahtumalle B = ”paita ei ole lyhythihainen” suotuisia alkeistapauksia on 4 + 3 =7.

$$P(B) = \frac{7}{15}$$

TAPA 2.

Tapahtuman B = ”paita ei ole lyhythihainen” vastatapahtuma on ”paita on lyhythihainen”. Lasketaan tapahtuman B todennäköisyys komplementtisäännön avulla.

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

c)

Tapahtumalle C = ”paita on valkoinen tai lyhythihainen” suotuisia alkeistapauksia ovat kaikki valkoiset paidat ja mustat lyhythihaiset. Suotuisia alkeistapauksia on siis $3 + 4 + 5 = 12$.

$$P(C) = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

d)

´Tapahtumalle D = ”musta paita ei ole lyhythihainen” suotuisia alkeistapauksia ovat mustat pitkähihaiset eli tapausten lukumäärä on 3. Kun paita on musta, niin alkeistapausten määrä on 5 + 3 = 8.

$$P(D) = \frac{3}{8}$$

Vastaus **a)** $\frac{8}{15}$ **b)** $\frac{7}{15}$ **c)** $\frac{4}{5}$ **d)** $\frac{3}{8}$

9.18

a)

Satunnaisen valitun suomalaisen syntymäkuukasi voi olla mikä vaan kahdestatoista kuukaudesta. Näin ollen eri alkeistapausten määrä on 12.

b)

Ensimmäiseen neljännekseen kuuluu neljäsosa kuukasista eli ensimmäiset kolme kuukautta. Suotuisia alkeistapauksia on siis kolme.

c)

Tapahtumalle A = ”henkilö on syntynyt vuoden ensimmäisen neljänneksen aikana” suotuisia alkeistapauksia on 3 ja kaikkia alkeistapauksia 12.

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25{,}0\ \%$$

d)

Lasketaan vuonna 2020 syntyneet lapset laskemalla kuukausien syntymämäärät yhteen.

$$3907 + 3633 + 3899 + 3758 + 3876 + \ldots + 3608 + 3666 = 46463$$

Ensimmäisenä neljänneksenä eli tammi- , helmi tai maaliskuussa syntyi

$3907 + 3633 + 3899 = 11439$ lasta.

Lasketaan tilastollinen todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{11439}{46463} = 0{,}2461\ldots \approx 24{,}6\ \%$$

Klassisen ja tilastollisen todennäköisyyden ero johtuu siitä, että todellisuudessa eri kuukausina syntyy eri määrä lapsia, eikä siis jokainen kuukausi ole yhtä todennäköinen syntymäkuukausi.

Vastaus **a)** 12 **c)** 25,0 %

b) 3 **d)** 24,6 %, syntymäkuukaudet eivät ole yhtä todennäköisiä

9.19

a)

Ruuveja on 10, joten alkeistapausten määrä on 10. Tapahtumalle
A = ”vähintään 100,0 mm mittainen ruuvi” suotuisten alkeistapausten määrä on 2.

$$P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

b)

Tapahtumalle B = ”korkeintaan 99,0 mm” suotuisten alkeistapausten määrä on niiden ruuvien määrä, jotka ovat korkeintaan 99,0 mm pitkiä. Näitä on 6.

$$P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

c)

Tapahtumalle C = ”poikkeaa luvatusta mitasta korkeintaan 0,2 mm” suotuisten alkeistapausten lukumäärä on niiden ruuvien määrä, jotka ovat 99,8 mm ja 100,2 mm välillä. Näitä on yhteensä 3.

$$P(C) = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

Vastaus **a)** $\frac{1}{5} = 0{,}2$

b) $\frac{3}{5} = 0{,}6$

c) $\frac{3}{10} = 0{,}3$

9.20

a)

Alkeistapausten määrä on 37. Jos pelaaja sijoittaa numeroille 1–12, on suotuisten alkeistapausten määrä 12.

$$P(\text{"numero 1–12"}) = \frac{12}{37}$$

b)

Mustia numeroita on yhteensä 18. Todennäköisyys voittaa mustilla numeroilla on

$$P(\text{"musta numero"}) = \frac{18}{37}.$$

c)

Vasemmanpuoleisella sarakkeella voittaa, jos tulee jokin sarakkeen 12 numerosta. Mustia numeroita on 18, mutta sarakkeessa on 6 mustaa numeroa. Näin ollen suotuisten alkeistapausten määrä on $12 + 1 - 6 = 24$. Tapahtuman A = "numero on musta tai vasemmanpuoleisessa sarakkeessa" todennäköisyys on

$$P(A) = \frac{22}{37}.$$

Vastaus **a)** $\frac{12}{37}$

b) $\frac{18}{37}$

c) $\frac{24}{37}$

9.21

a)

Kaksi numeroisia kokonaislukuja ovat luvut 10–99.

Näitä on yhteensä $99 - 9 = 90$, joten eri alkeistapauksia on 99 kappaletta.

b)

Tapahtumalle A = ”suurempi kuin 50” suotuisat alkeistapaukset ovat luvut 51–99.
Lukuja on yhteensä $99 - 50 = 49$.

$$P(A) = \frac{49}{90}$$

c)

Luvulla 11 jaollisia lukuja ovat 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 ja 99. Näin ollen tapahtumalle B = ”saadaan luvulla 11 jaollinen luku” suotuisia alkeistapauksia on 9.

$$P(B) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

Vastaus **a)** 90

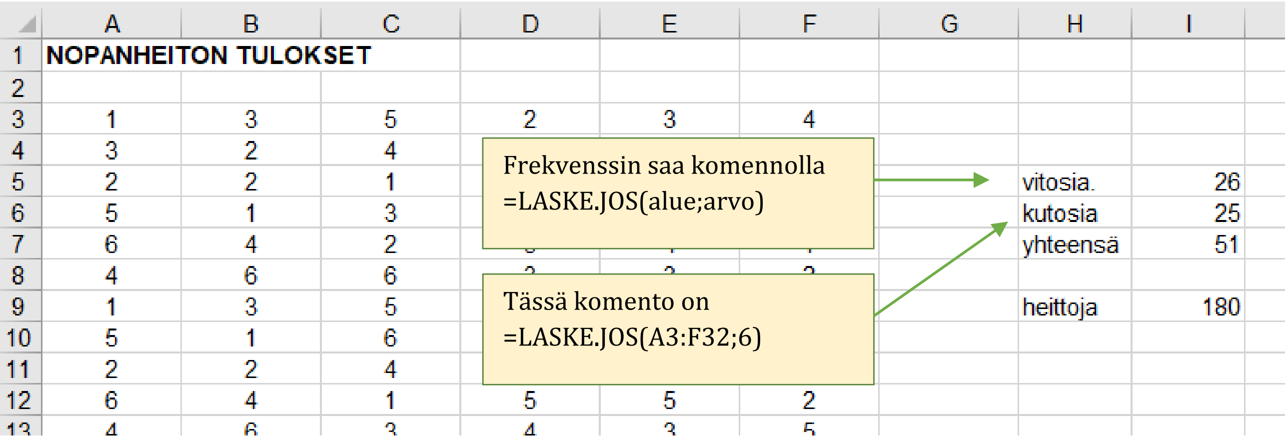
b) $\frac{49}{90}$

c) $\frac{1}{10}$

9.22

a)

Nopanheiton tulokset on esitetty taulukossa. Silmälukujen 5 ja 6 frekvenssit saadaan esimerkiksi LASKE.JOS-komennolla.



Aineistossa on heittoja yhteensä 180, joista vitosia ja kuutosia on yhteensä 51.

Lasketaan tapahtuman A = ”nopalla saadaan 5 tai 6” tilastollinen todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{51}{180} = 0{,}2833\ldots \approx 28{,}3\ \%$$

b)

Nopanheitossa alkeistapahtumia on 6 kappaletta. Tapahtumalle ”saadaan 5 tai 6” suotuisia alkeistapahtumia on kaksi. Lasketaan todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots \approx 33{,}3\ \%$$

Koska klassisen todennäköisyyden arvo eroaa n. 5 % tilastollisesta todennäköisyydestä, ei tässä pöydässä ole järkevää laskea todennäköisyyksiä klassisen todennäköisyyden mallilla.

Vastaus **a)** 28,3 %

b) 33,3 %. Ei ole järkevää.

9.23

Merkitään keltaisten legopalikoiden määrää kirjaimella *x.*

Nyt alkeistapausten, eli legopalikoiden lukumäärä on $30 + x$.

Tiedetään, että todennäköisyys saada keltainen lego on 88 % = 0,88. Tälle tapahtumalle suotuisten alkeistapausten lukumäärä on keltaisen palikoiden määrä *x.*

Muodostetaan todennäköisyyden avulla yhtälö ja ratkaistaan *x.*

$$\frac{x}{30 + x} = 0{,}88$$
$$x = 220$$

Ratkaise yhtälö CAS-laskimella.

Keltaisia legopalikoita on 220 ja punaisia 30, joten legopalikoita on yhteensä $220 + 30 = 250$.

Vastaus 250 palikkaa

9.24

Merkitään poistettujen ruutujen määrä kirjaimella x ja poistettujen patojen määrää kirjaimella y.

Pakassa on poistettujen korttien jälkeen $52 - x - y$ korttia.

Ruudun todennäköisyys on 0,25 ja suotuisten alkeistapausten määrä $13 - x$.

Padan todennäköisyys on 0,1 ja suotuisten alkeistapausten määrä $13 - y$.

Muodostetaan ruutujen ja patojen todennäköisyyksien avulla yhtälöpari ja ratkaistaan se.

$$\begin{cases} \dfrac{13 - x}{52 - x - y} = 0{,}25 \\ \dfrac{13 - y}{52 - x - y} = 0{,}1 \end{cases}$$

Ratkaise yhtälöpari CAS-laskimella.

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}$$

Pakasta on poistettu yhteensä $3 + 9 = 12$ korttia.

Vastaus 12 korttia

9.25

a)
Taulukoidaan alkeistapaukset.

		1.noppa					
		1	2	3	4	5	6
2.noppa	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Erilaisia alkeistapauksia on yhteensä 36.

b)

Tapahtumalle A= ”silmälukujen summa on 2” suotuisia alkeistapauksia on vain yksi.
Tapahtumalle B= ”silmälukujen summa on 3” suotuisia alkeistapauksia on kaksi.

Näin ollen tapahtuman B todennäköisyys on suurempi kuin tapahtuman A.
Eivätkä ne ole yhtä todennäköisiä.

c)

Tapahtumalle C = ”silmälukujen summa on 6” suotuisia alkeistapauksia on yhteensä 5 kappaletta.

$$P(C) = \frac{5}{36}$$

		1.noppa					
		1	2	3	4	5	6
2.noppa	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

d)

Sama summa toistuu taulukossa aina diagonaalisesti.

Summista 7 on yleisin, joten se on myös todennäköisin summa.

summa	määrä	summa	määrä
2	1	**8**	5
3	2	**9**	4
4	3	**10**	3
5	4	**11**	2
6	5	**12**	1
7	6		

Vastaus **a)** 36 **b)** Eivät ole. Tapahtumilla on eri määrä suotuisia alkeistapahtumia.
c) $\frac{5}{36}$ **d)** 7