Binomi 5 – Luku 13 – Tehtävien malliratkaisut

13.1

a)

Tuloperiaatteen mukaan erilaisten jonojen määrä voidaan laskea kertomalla.

$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

b)

Pari on kahden hengen osajoukko. Lasketaan eri parien lukumäärä kombinaation avulla.

$\binom{6}{2} = 15$

2-kombinaatiot saadaan laskimella komennolla nCr(6,2).

Kuudesta hengestä voi muodostaa 15 erilaista paria.

c)

Lasketaan kolmen hengen ryhmien määrä kombinaation avulla.

$\binom{6}{3} = 20$

3-kombinaatiot saadaan laskimella komennolla nCr(6,3).

Kuudesta hengestä voi muodostaa 20 erilaista kolmen hengen ryhmää.

Vastaus **a)** 720 jonoa

b) 15 paria

c) 20 ryhmää

13.2

a)

Asukokonaisuuteen kuuluu kolme eri vaatekappaletta, joten valintatilanteita on kolme.

Housut valitaan kuudesta vaihtoehdosta, koska kahdet housut ovat samanväriset.

Paita valitaan kahdeksasta vaihtoehdosta ja kengät kolmesta.

Tuloperiaatteen mukaan mahdollisten asukokonaisuuksien lukumäärä on

$6 \cdot 8 \cdot 3 = 144.$

b)

Jos asukokonaisuus ei saa sisältää ruskeita housuja, voi housut valita neljästä vaihtoehdoista. Tapahtumalle A = ”ei ruskeita housuja” suotuisten alkeistapausten määrä on $4 \cdot 8 \cdot 3 = 96$.

$$P(A) = \frac{96}{144} = 0{,}666\ldots \approx 0{,}67$$

Vastaus **a)** 144

b) 0,67

13.3

a)

Erilaisten jonojen määrä eli alkeistapausten lukumäärä saadaan kertoman avulla.

$7! = 5040$ $\leftarrow$ $\boxed{7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Jono voi asettua ikäjärjestykseen kahdella tavalla: vanhimmasta nuorimpaan tai nuorimmasta vanhimpaan. Näin ollen kysytylle tapahtumalle suotuisia tapahtumia on kaksi.

$$P(\text{"ikäjärjestys"}) = \frac{2}{5040} = 0{,}000396 \approx 0{,}00040$$

b)

Tyttöjä on $7 - 2 = 5$. Tytöt voivat järjestyä jonon alkuun $5! = 120$ erilaisella tavalla.
Tämän jälkeen pojat voivat järjestyä $2! = 2$ eri tavalla.

Erilaisten jonojen, joissa tytöt ovat ensin, määrä voidaan laskea tuloperiaatteen avulla.

$5! \cdot 2! = 120 \cdot 2 = 240$

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{"tytöt jonossa ensin"}) = \frac{240}{5040} = 0{,}0476\ldots \approx 0{,}048$$

Vastaus **a)** 0,00040

b) 0,048

13.4

a)

Kurssilla on yhteensä 6 + 6 = 12 osallistujaa. Pari on kahden hengen osajoukko, joten erilaisten parien lukumäärä saadaan kombinaation avulla.

$$\binom{12}{2} = 66$$

Erilaisia pareja voidaan muodostaa 66 kappaletta.

b)

Pariin valitaan yksi tyttö ja yksi poika. Molemmissa valintatilanteissa on 6 erilaista vaihtoehtoa. Lasketaan parien lukumäärä tuloperiaatteen avulla.

$$6 \cdot 6 = 36$$

Tyttö–poika-pareja voidaan muodostaa 36 kappaletta.

c)

Jos yksi pojista on pois, voidaan poika valita viidestä vaihtoehdosta. Tuloperiaatteen mukaan parien määrä on tällöin $5 \cdot 6 = 30$.

Vastaus **a)** 66 paria

b) 36 paria

c) 30 paria

13.5

a)

Asukokonaisuutta muodostettaessa tulee kolme eri valintatilannetta. Pusero valitaan neljästä, farkut kolmesta ja kengät kahdesta vaihtoehdosta. Tuloperiaatteen mukaan asukokonaisuuksia voidaan muodostaa

$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$

b)

Jos mustia farkkuja ei valita, farkut voidaan valita kahdesta vaihtoehdosta. Muiden asukokonaisuuden osien vaihtoehtojen määrä pysyy samana. Tuloperiaatteen mukaan asukokonaisuuksia on

$4 \cdot 2 \cdot 2 = 16.$

c)

Alkeistapaukset ovat erilaiset mahdolliset asukokonaisuudet, joita on 24. Tapahtumalle A = ”asussa ei ole mustia farkkuja” suotuisten alkeistapausten määrä on laskettu b)-kohdassa eli 16.

$$P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Vastaus **a)** 24

b) 16

c) $\frac{2}{3}$

13.6

a)

Numero voi olla mikä vaan luvuista 0 – 9 eli vaihtoehtoja on 10 kappaletta.

Koska salasanassa on neljä numeroa, tehdään luvun valinta neljä kertaa.
Tuloperiaatteen mukaan erilaisia salasanoja on

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$

b)

Jos tiedetään, että salasanan ensimmäinen numero on 3, ensimmäisen luvun kohdalla on vain yksi vaihtoehto. Muut luvut voidaan edelleen valita kymmenestä luvusta, joten salasanoja on

$1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

c)

Kaikkien alkeistapausten määrä on salasanojen lukumäärä 10 000. Selvitetään tapahtumalle A = ”oikein, kun 1. numero on 3 ja toinen ja kolmas pariton” suotuisten alkeistapausten lukumäärä.

Ensimmäinen numero on 3, joten valintavaihtoehtoja on vain 1. Toinen luku ja kolmas luku ovat parittomia, joten vaihtoehdot ovat 1, 3, 5 ja 7 ja 9. Vaihtoehtoja on siis 5. Viimeinen luku voi olla mikä tahansa.

Tuloperiaatteen mukaan suotuisia alkeistapauksia on

$1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 = 250$

Lasketaan tapahtuman A todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{250}{10000} = \frac{1}{40} = 0{,}025$$

Vastaus **a)** 10 000

b) 1000

c) 0,025

13.7

Merkkejä on yhteensä 16. Koska perusväri ilmoitetaan kahdella peräkkäisellä merkillä ja perusvärejä on kolme, syntyy jono, jossa on 6 peräkkäistä merkkiä. Jokainen merkki voidaan valita 16 vaihtoehdosta, joten eri jonojen määrä on tuloperiaatteen mukaan

$$16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 = 16^6 = 16777216$$

Värisävyjä voidaan muodostaa 16 777 216 kappaletta.

Vastaus 16 777 216

13.8

a)

Urheilijoita on yhteensä $3+1+1+1+1+2=9$. Koripalloilija voidaan valita ensimmäiseksi yhdellä tavalla ja muut voivat olla missä tahansa järjestyksessä.

Erilaisten jonojen määrä saadaan kertoman avulla.

$1 \cdot 8! = 40320$

b)

Muodostelma luistelijat voivat olla jonon alussa 3! eri tavalla. Heidän taakseen jää 6 urheilijaa, jotka voivat olla 6! eri järjestyksessä. Tuloperiaatteen mukaan jonoja on yhteensä

$3! \cdot 6! = 4320$

c)

Muodostelmaluistelijat voivat olla alussa 3! eri järjestyksessä.

Purjehtijat voivat olla lopussa 2! eri järjestyksessä.

Heidän väliinsä jää $9-3-2=4$urheilijaa, jotka voivat olla 4! eri järjestyksessä.

Erilaisia jonovaihtoehtoja on tuloperiaatteen mukaan

$3! \cdot 4! \cdot 2! = 288$

Vastaus **a)** 40 320

b) 4320

c) 288

13.9

a)

Heittojärjestyksen voidaan ajatella olevan jono. Lasketaan jonojen määrä kertoman avulla. Koska heittäjiä on yhteensä 6, erilaisia heittojärjestyksiä on

$6! = 720$

b)

Alkeistapausten määrä on heittojärjestysten määrä eli 720.

Lasketaan tapahtumalle A = ”tytöt ensin” suotuisten alkeistapausten lukumäärä.

Tytöt voivat heittää ensin 4! eri järjestyksessä. Pojat voivat olla heittää lopuksi 2! eri järjestyksessä. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia järjestyksiä on

$4! \cdot 2! = 48$

Lasketaan tapahtuman A todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{48}{120} = \frac{1}{15} = 0{,}0666\ldots \approx 0{,}067$$

Vastaus **a)** 720

b) 0,067

13.10

a)

Korttikädessä järjestyksellä ei ole väliä, joten lasketaan kuinka monta 7 kortin osajoukkoja 52 kortista voidaan muodostaa.

$$\binom{52}{7} = 133784560$$

7-kombinaatiot saadaan laskimella komennolla nCr(52,7)

Korttikäsiä voidaan muodostaa 133 784 560 kappaletta.

b)

Patoja on 13 kappaletta. Lasketaan kombinaation avulla, kuinka monella eri tavalla niistä voidaan valita seitsemän korttia.

$$\binom{13}{7} = 1716$$

7-kombinaatiot saadaan laskimella komennolla nCr(13,7)

c)

Ruutuja on 13, joten ruudut voidaan valita $\binom{13}{5} = 1287$ eri tavalla.
Loput kaksi korttia valitaan muista maista, joten valinta tehdään $52 - 3 \cdot 13 = 39$ kortista.
Kaksi korttia voidaan valita $\binom{39}{2} = 741$ eri tavalla. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia käsiä on siis

$$\binom{7}{5} \cdot \binom{39}{2} = 1287 \cdot 741 = 953667$$

Vastaus **a)** 133 784 560

b) 1716

c) 953 667

13.11

a)

Valittavat 5 kappaletta muodostavat viiden suuruisen osajoukon.
Lasketaan joukkojen määrä kombinaation avulla.

$$\binom{20}{5} = 15504$$

Kappaleet voidaan valita 15 504 eri tavalla.

b)

Kun kappaleita on valittu 5, niiden eri järjestysten määrä saadaan kertoman avulla.

$$5! = 120$$

Vastaus **a)** 15 504

b) 120

13.12

a)

Erilaisten pizzojen lukumäärä saadaan selvittämällä, kuinka monella eri tavalla 8 täytteestä voidaan muodostaa 4 erilaista osajoukkoa.

$\binom{8}{4} = 70$

b)

Erilaisten pizzojen lukumäärä saadaan selvittämällä, kuinka monella eri tavalla 8 täytteestä voidaan muodostaa 5 erilaista osajoukkoa.

$\binom{8}{5} = 56$

Vastaus **a)** 70

b) 56

13.13

a)

Anni tunnistaa 18 lintua, joten jos Annin pitää tunnistaa kahdeksasta linnusta kaikki, tulee linnut valita 18 joukosta. Lasketaan, kuinka monta 8 linnun osajoukkoa 18 linnusta voidaan valita.

$$\binom{18}{8} = 43758$$

b)

Anni ei tunnista $50 - 18 = 32$ lintua. Mikäli Anni tunnistaa 4 lintua, valitaan 18 linnusta 7 ja yksi lintu 32 linnun joukosta. Lasketaan ryhmien määrä tuloperiaatteen avulla.

$$\binom{18}{7} \cdot 32 = 31824 \cdot 32 = 1018368$$

Vastaus **a)** 43758

b) 1 018 368

13.14

a)

Opiskelijoita on yhteensä $15 + 16 = 31$. Lasketaan 4 hengen ryhmien määrä kombinaation avulla.

$\binom{31}{4} = 31465$

b)

Koska ryhmässä on neljä jäsentä, niin tietty neljän hengen joukkue esiintyy alkeistapauksissa vain kerran. Suotuisia alkeistapauksia on siis 1.

Lasketaan tapahtuman A = ”Pekka, Patrik, Tessa, Julia” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{1}{31465} = 0{,}0000317\ldots \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}$$

Pienet luvut kannattaa esittää kymmenpotenssimuodossa.

c)

Kaksi poikaa voidaan valita $\binom{15}{2} = 105$ ja kaksi tyttöä $\binom{16}{2} = 120$ eri tavalla.
Kysytyn tapahtuman suotuisat alkeistapaukset voidaan valita tuloperiaatteen mukaan $\binom{15}{2} \cdot \binom{16}{2} = 105 \cdot 120 = 12600$ eri tavalla. Lasketaan kysytyn tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{”2 tyttöä ja 2 poikaa”}) = \frac{12600}{31465} = 0{,}4004\ldots \approx 0{,}40$$

Vastaus **a)** 31 465

b) $3{,}2 \cdot 10^{-5}$

c) 0,40

13.15

a)

Rekisterikilven jokainen numero voidaan valita kymmenestä vaihtoehdosta.
Kirjaimet voidaan valita 29 eri vaihtoehdosta.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia rekisterikilpiä on

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 24389000$$

b)

Mikäli luku saa olla vain parillinen, mahdolliset numerot ovat 0, 2, 4, 6, ja 8.
Tällöin numerot valitaan 5 eri vaihtoehdosta. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia vaihtoehtoja on

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 5^3 \cdot 29^3 = 3048625$$

Lasketaan todennäköisyys kysytylle tapahtumalle.

$$P(\text{"vain parillisia numeroita"}) = \frac{3048625}{24389000} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

Vastaus **a)** 24 389 000

b) 0,125

13.16

a)

Loppuosan kolme ensimmäistä numeroa valitaan kokonaisluvuista 0–9, eli vaihtoehtoja on 10. Tarkistusmerkki voi olla joko luku tai kirjain, joten vaihtoehtoja on $10 + 21 = 31$.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia loppuosia on

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 31 = 31000$

b)

Jos tarkistusmerkin tulee olla kirjain, se voidaan valita 21 eri tavalla.
Tuloperiaatteen mukaan loppuosia on tällöin

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 21 = 21000$ erilaista.

c)

Loppuosa 621N voidaan muodostaa vain yhdellä tavalla,
joten tapahtumalle suotuisia alkeistapahtumia on yksi kappale.

Lasketaan todennäköisyys.

$$P(\text{"621N"}) = \frac{1}{31000} = 0{,}0000322\ldots \approx 3{,}2 \cdot 10^{-5}$$

Vastaus **a)** 31 000

b) 21 000

c) $3{,}2 \cdot 10^{-5}$

13.17

a)

Suomalaiset voivat asettua jonon alkuun 5! eri tavalla. Ruotsalaiset voivat asettua jonon loppuun 5! eri tavalla. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia jonoja on mahdollista muodostaa

$5! \cdot 5! = 120 \cdot 120 = 14400$

b)

Jonon ensimmäinen suomalainen voidaan valita viidellä eri tavalla. Tämän jälkeen on tultava ruotsalainen, joka voidaan valita viidellä eri tavalla.

Koska jonon ensimmäinen on jo valittu, jonon kolmanneksi voidaan valita joku neljästä jäljellä olevasta suomalaisesta. Näin etenemällä voidaan jonoja muodostaa tuloperiaatteen mukaan

$5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 14400.$

Vastaus **a)** 14 400

b) 14 400

13.18

a)

Valtiot voidaan asettaa jonoon 51! erilaisella tavalla.

Aakkosjärjestys (alkaen a-kirjaimesta) voidaan muodostaa vain yhdellä tavalla.
Näin ollen kysytylle tapahtumalle suotuisia tapauksia on 1.

$$P(\text{"aakkosjärjestys"}) = \frac{1}{51!} = 6{,}446\ldots\cdot 10^{-67} \approx 6{,}4 \cdot 10^{-67}$$

b)

Lasketaan tapahtumalle A = ”s-kirjaimella olevat valtiot jonon alussa” suotuista alkeistapaukset.

Seitsemän s-kirjaimella alkavaa valtiota voivat olla jonon alussa 7! erilaisessa järjestyksessä.
Loput $51 - 7 = 44$ valtiota voivat olla jonon lopussa 44! erilaisessa järjestyksessä.

Suotuisten alkeistapausten määrä tuloperiaatteen mukaan on $7! \cdot 44!$.

$$P(A) = \frac{7! \cdot 44!}{51!} = 8{,}637\ldots\cdot 10^{-9} \approx 8{,}6 \cdot 10^{-9}$$

c)

Lasketaan tapahtumalle B = ”i-valtiot alussa ja s-valtiot lopussa” suotuisten alkeistapahtumien lukumäärät.

Viisi i-kirjaimella alkavaa valtiota voivat olla keskenään 5! erilaisessa järjestyksessä.
Seitsemän s-kirjaimella alkavaa valtiota voivat olla keskenään 7! erilaisessa järjestyksessä.

Väliin jää $51 - 7 - 5 = 39$ valtiota, jotka voivat olla 39! erilaisessa järjestyksessä.

Tuloperiaatteen mukaan tapahtumalle suotuisia jonoja on $5! \cdot 39! \cdot 7!$.
Lasketaan todennäköisyys.

$$P(B) = \frac{5! \cdot 39! \cdot 7!}{51!} = 7{,}95\ldots\cdot 10^{-15} \approx 8{,}0 \cdot 10^{-15}$$

Vastaus **a)** $6{,}4 \cdot 10^{-67}$ **b)** $8{,}6 \cdot 10^{-9}$ **c)** $8{,}0 \cdot 10^{-15}$

13.19

a)

Koska professori tietää, että numero koostuu parittomista numeroista,
ensimmäinen numero voidaan valita luvuista 1, 3, 5, 7, 9 eli viidestä vaihtoehdoista.

Ensimmäinen luku voidaan valita näistä viidestä.

Koska sama luku ei voi toistua, voidaan seuraava numero valita neljästä vaihtoehdosta.

Kolmas numero voidaan valita samalla periaatteella kolmesta ja neljäs numero kahdesta.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia vaihtoehtoja on

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120.$

Professori joutuu siis enintään kokeilemaan 120 vaihtoehtoa.

b)

Koska koodissa ei ole lukua yhdeksän, vaihtoehdot ovat 1, 3, 5, 7.
Koodi muodostuu neljästä numerosta, eli kahdesta numeroparista.

Koska peräkkäiset luvut eivät saa olla vierekkäin, mahdolliset parit ovat

17	15	37
71	51	73

Koodi voi siis alkaa ja päättyä millä vain näistä lukupareista.

Mahdolliset koodit, jossa luvut esiintyvät vain kerran ovat

1537	3715
1573	3751
5137	7315
5173	7351

Näissä peräkkäisiä lukuja ei ole koodeissa 3715 ja 5173,
joten huonoimmassa tapauksessa joudutaan kokeilemaan kaksi koodia.

Vastaus **a)** 120 **b)** 2

13.20

a)

Vieraita on yhteensä $19 + 41 = 60$. Näistä voidaan muodostaa erilaisia kuuden hengen pöytäseurueita eli kuuden hengen osajoukkoja

$\binom{60}{6} = 50063860$ kappaletta.

b)

Lapsia on 19 lasta, joista voidaan muodostaa kuuden hengen osajoukkoja

$\binom{19}{6} = 27132$.

Lasten pöytiä voidaan muodostaa 27 132.

c)

Kaksi lasta voidaan valita 19 lapsesta $\binom{19}{2} = 171$tavalla ja neljä aikuista voidaan valita 41 aikuisesta $\binom{41}{4} = 101270$.

Erilaisia pöytäseurueita, joissa on kaksi lasta ja neljä aikuista, voidaan muodostaa

$\binom{19}{2} \cdot \binom{41}{4} = 171 \cdot 101270 = 17317170$ kappaletta.

Vastaus **a)** 50 063 860

b) 27 132

c) 17 317 170

13.21

a)

Toffeekaramelleja on kahdeksan erilaista. Näistä voidaan valita 5 karamellia

$\binom{8}{5} = 56$ eri tavalla.

b)

Jäljellä on $8 - 5 = 3$ toffeekaramellia, joista voidaan valita kaksi $\binom{3}{2} = 3$ tavalla.
Neljästä täytelakritsista voidaan valita yksi neljällä eri tavalla.

Kymmenestä suklaakonvehdista voidaan valita kolme $\binom{10}{3} = 120$ eri tavalla.

Tuloperiaatteen mukaan lahjarasia voidaan muodostaa

$\binom{3}{2} \cdot 4 \cdot \binom{10}{3} = 3 \cdot 4 \cdot 120 = 1440$ eri tavalla.

Vastaus **a)** 56

b) 1440

13.22

a)

Pizzatäytteet voidaan ilman lisämaksua valita $\binom{15}{2} = 105$ eri tavalla.
Mikäli ostetaan yksi lisätäyte, on erilaisia täytevalintoja $\binom{15}{3} = 455$.
Koska pizzapohjia on kolmea erilaista, on erilaisia pizzoja yhteensä

$105 \cdot 3 + 455 \cdot 3 = 1680.$

Jos joka viikko syödään 5 pitsaa, menee pitsojen syömiseen $\frac{1680}{5} = 336$ viikkoa.

b)

Kahden täytteen pitsat maksavat 7,50 €, 8,50 €, ja 10,50 €.
Lisätäytteelliset pitsat maksavat euron enemmän.

Lasketaan hintojen keskiarvo.

$$\frac{105 \cdot 7{,}50 + 105 \cdot 8{,}50 + 105 \cdot 10{,}50 + 455 \cdot 8{,}50 + 455 \cdot 9{,}50 + 455 \cdot 11{,}50}{1680}$$
$$= 9{,}645 \ldots \approx 9{,}65\ €$$

Keskimääräinen hinta on 9,65 €.

Vastaus **a)** 336

b) 9,65 €

13.23

a)

Tomaateista voidaan valita viisi tomaattia $\binom{22}{5} = 26334$ eri tavalla.
Lasketaan tapahtumalle A = ”kolme tuoretta ja 2 pilaantunutta” suotuista alkeistapaukset.

Kolme tuoretta tomaattia voidaan valita $\binom{17}{3} = 680$ tavalla ja kaksi pilaantunutta $\binom{5}{2} = 10$ tavalla. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia kolmen tuoreen ja kahden pilaantuneen tomaatin joukkoja on $680 \cdot 10 = 6800$.

Lasketaan tapahtuman A todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{6800}{26334} = 0{,}2581\ldots \approx 0{,}26$$

b)

Lasketaan tapahtumalle B = ”viidestä yksi on pilaantunut” suotuisten tapausten määrä.

Tuoreista tomaateista voidaan valita neljä $\binom{17}{4} = 2380$. Pilaantunut voi olla mikä tahansa viidestä tomaatista. Tuloperiaatteen mukaan erilaisia vaihtoehtoja on

$2380 \cdot 5 = 11900$.

Lasketaan tapahtuman B todennäköisyys.

$$P(B) = \frac{11900}{26344} = 0{,}4517\ldots \approx 0{,}45$$

Vastaus **a)** 0,26

b) 0,45

13.24

a)

Sipuleita on yhteensä $15 + 12 + 10 = 37$. Sipuleista voidaan valita viiden ryhmiä $\binom{37}{5} = 435897$ eri tavalla.

Kymmenestä tulppaanista voidaan valita kolme $\binom{10}{3} = 120$eri tavalla.
Krookus voi olla mikä vaan viidestoista vaihtoehdosta ja narsissiin on 12 vaihtoehtoa.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia ryhmiä, jossa on yksi narsissi, yksi krookus ja kolme tulppaania on

$12 \cdot 15 \cdot \binom{10}{3} = 21600.$

Tapahtuman A = ”ryhmässä 1 narsissi, 1 krookus ja 3 tulppaania” todennäköisyys on

$P(A) = \frac{21600}{435897} = 0{,}0495\ldots \approx 0{,}050$

b)

Kaksi tulppaania voidaan valita kymmenestä tulppaanista $\binom{10}{2} = 45$eri tavalla.
Loput kolme voidaan valita krookuksista ja narsisseista eli $15 + 12 = 27$sipulista.
Näistä muodostettuja erilaisia kolmen sipulin ryhmiä on $\binom{27}{3} = 2925$.

Tuloperiaatteen mukaan tapahtumalle B = ”2 tulppaania, 3 muuta” suotuisia ryhmiä on $45 \cdot 2925 = 131625$.

Lasketaan kysytty todennäköisyys.

$P(B) = \frac{131625}{435897} = 0{,}301\ldots \approx 0{,}30$

Vastaus **a)** 0,050 **b)** 0,30

13.25

a)

Rivissä on viisi päänumeroa ja kaksi tähtinumeroa. Päänumerot valitaan 50 numerosta, joten päänumerorivejä on $\binom{50}{5}$ erilaista. Tähtinumerot valitaan 10 numerosta, joten erilaisia tähtinumeropareja on $\binom{10}{2}$.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia rivejä on $\binom{50}{5} \cdot \binom{10}{2} = 95344200$.

b)

Lasketaan tapahtuman A = ”ei yhtään numeroa oikein” suotuisten tapahtumien määrä.

Jos päänumero ei ole oikein, se tulee olla yksi ei arvotusta 45 numerosta. Näin ollen mahdollisuuksia päänumeroriville on $\binom{45}{5}$. Tähtinumerot valitaan ei arvotuista kahdeksasta numerosta. Näitä voi olla $\binom{8}{2}$. Tuloperiaatteen mukaan rivejä, joissa ei ole yhtään oikeaa numeroa on $\binom{45}{5} \cdot \binom{8}{2}$.

Lasketaan todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{\binom{45}{5} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{50}{5} \cdot \binom{10}{2}} = 0{,}3587\ldots \approx 0{,}36$$

c)

Lasketaan tapahtuman B = ”4 päänumeroa oikein, ei tähtinumeroa oikein”
suotuisten rivien määrä.

Tähtinumerot voidaan valita kahdeksasta ei arvotusta numerosta eli erilaisia vaihtoehtoja on $\binom{8}{2}$. Oikeat neljä numeroa voidaan valita arvotuista viidestä numerosta. Erilaisia oikeita päänumerojoukkoja on $\binom{5}{4}$. Väärä päänumero voi olla mikä vaan 45 ei arvotusta numerosta. Tuloperiaatteen mukaan rivejä on $\binom{5}{4} \cdot 45 \cdot \binom{8}{2} = 6300$.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(B) = \frac{6300}{\binom{50}{5} \cdot \binom{10}{2}} = 6{,}607\ldots \cdot 10^{-5} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-5}$$

Vastaus **a)** 95 344 200 **b)** 0,36 **c)** $6{,}6 \cdot 10^{-5}$

13.26

Täyskädessä kolme samanarvoista korttia voidaan valita neljästä eri maan samanarvoisesta kortista eli $\binom{4}{3} = 4$ eri tavalla.
Täyskäden kaksi korttia voidaan valita $\binom{4}{2} = 6$ eri tavalla.

Näin ollen tietty arvopari voidaan valita $4 \cdot 6 = 24$ eri tavalla.

Korttipakassa on 13 eri arvoista korttia. Näin ollen täyskäteen voidaan valita kolmen kortin arvo 13 vaihtoehdosta. Kahden kortin arvo ei voi olla sama kuin kolmen kortin arvo, joten vaihtoehtoja on 12.

Erilaisia arvopareja voidaan muodostaa $13 \cdot 12 = 156$.

Erilaisia täyskäsiä voidaan siis muodostaa $24 \cdot 156 = 3744$.

Vastaus 3744