

Binomi 5 – Luku 2 – Tehtävien malliratkaisut

2.1

a)

Suurimman arvon 5 summafrekvenssi sf on 50, joten havainnoita on yhteensä 50.

$$A = 50 - 15 - 20 - 12 = 3$$

Suhteellinen frekvenssi $f\%$ on frekvenssin prosenttiosuus kaikista havainnoista.

$$\frac{20}{50} = 0,4 = 40 \% \quad B = 40$$

Summafrekvenssi sf on frekvenssien summa.

$$C = 15 + 20 = 35$$

Suhteellinen summafrekvenssi $sf\%$ on summafrekvenssin prosenttiosuus kaikista havainnoista.

$$\frac{47}{50} = 0,94 = 94 \% \quad D = 94$$

b)

Arvon 4 summafrekvenssi sf on 47, joten 47 jäsentä pelasi korkeintaan 4 tuntia.

c)

Arvon 3 suhteellinen summafrekvenssi $sf\%$ on 70, joten 70 % jäsenistä pelasi korkeintaan 3 tuntia.

Vastaus:

a) $A = 3, B = 40, C = 35, D = 94$

b) 47 jäsentä

c) 70 % jäsenistä

2.2

Ulkomaanmatkojen lukumäärä	<i>f</i> %
0	18
1	31
2	22
3	16
4	9
5	4

Arvon 1 suhteellinen frekvenssi on suurin, joten moodi on 1 (matka).

Mediaanin määrittämiseksi, lasketaan taulukkoon suhteelliset summafrekvenssit.

Ulkomaanmatkojen lukumäärä	<i>f</i> %	<i>sf</i> %
0	18	18
1	31	49
2	22	71
3	16	87
4	9	96
5	4	100

Arvon 2 suhteellinen summafrekvenssi ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 50 %.

Mediaani on siis 2 (matkaa).

Vastaus:

- a) $M_o = 1$ (matka)
- b) $M_d = 2$ (matkaa)

2.3

Ratkaistaan tehtävä taulukkolaskentaohjelmassa.
Katso tarvittaessa ohjeet Esimerkin 3 videolta.

a)

Lasketaan frekvenssien summa.

	A	B
1		
2	Munien lukumäärä	f
3	0	6
4	1	18
5	2	25
6	3	36
7	4	12
8		=SUMMA(B3:B7)

	A	B
1		
2	Munien lukumäärä	f
3	0	6
4	1	18
5	2	25
6	3	36
7	4	12
8		97

Havaintoja on yhteensä 97.

Lasketaan suhteelliset frekvenssit $f\%$ jakamalla kukin frekvenssi f kokonaismäärällä 97.

	A	B	C
1			
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$
3	0	6	=B3/97
4	1	18	
5	2	25	
6	3	36	
7	4	12	
8		97	

	A	B	C
1			
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$
3	0	6	0,06185567
4	1	18	
5	2	25	
6	3	36	
7	4	12	
8		97	

Kopioidaan kaava sarakkeessa C alaspäin. Muotoillaan osuudet prosenteiksi.

	A	B	C
1			
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$
3	0	6	0,06185567
4	1	18	0,18556701
5	2	25	0,25773196
6	3	36	0,37113402
7	4	12	0,12371134
8		97	

	A	B	C
1			
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$
3	0	6	6%
4	1	18	19%
5	2	25	26%
6	3	36	37%
7	4	12	12%
8		97	

Lasketaan summafrekvenssit sf laskemalla frekvenssejä f yhteen.

	A	B	C	D
1				
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$	sf
3	0	6	6%	6
4	1	18	19%	=D3+B4
5	2	25	26%	
6	3	36	37%	
7	4	12	12%	
8		97		

	A	B	C	D
1				
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$	sf
3	0	6	6%	6
4	1	18	19%	24
5	2	25	26%	49
6	3	36	37%	85
7	4	12	12%	97
8		97		

Lasketaan lopuksi suhteelliset summafrekvenssit $sf\%$ jakamalla kukin summafrekvenssi sf kokonaismäärällä 97.

	A	B	C	D	E
1					
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$	sf	$sf\%$
3	0	6	6%	6	$=D3/97$
4	1	18	19%	24	
5	2	25	26%	49	
6	3	36	37%	85	
7	4	12	12%	97	
8		97			

Kopioidaan kaava sarakkeessa E alaspäin ja muotoillaan luvut prosenteiksi.

	A	B	C	D	E
1					
2	Munien lukumäärä	f	$f\%$	sf	$sf\%$
3	0	6	6%	6	6%
4	1	18	19%	24	25%
5	2	25	26%	49	51%
6	3	36	37%	85	88%
7	4	12	12%	97	100%
8		97			

b)

Arvon 3 frekvenssi on suurin, joten munien lukumäärän moodi on 3 (munaa).

Tyypillisin munien lukumäärä alueen merikotkan pesässä on 3.

c)

Arvon 2 suhteellinen frekvenssi ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 50 %, joten munien lukumäärän mediaani on 2 (munaa).

Puolet alueen merikotkan pesistä on sellaisia, joissa on enintään 2 munaa ja puolet sellaisia, joissa on vähintään 2 munaa.

Vastaus:

a)

Munien lukumäärä	f	$f\%$	sf	$sf\%$
0	6	6%	6	6%
1	18	19%	24	25%
2	25	26%	49	51%
3	36	37%	85	88%
4	12	12%	97	100%

b) $M_o = 3$ munaa

c) $M_d = 2$ munaa

2.4

a)

Summafrekvenssi sf saadaan laskemalla frekvenssejä f yhteen.

$$C = 7 + 12 = 19$$

$$D = 43 + 5 = 48$$

Ratkaistaan A :

$$7 + 12 + A = 43, \text{ joten } A = 43 - 7 - 12 = 24$$

Ratkaistaan B :

$$D + B = 50$$

$$48 + B = 50, \text{ joten } B = 50 - 48 = 2$$

b)

Suhteellinen summafrekvenssi $sf\%$ saadaan laskemalla suhteellisia frekvenssejä $f\%$ yhteen.

$$A = 8$$

$$8 + B = 32, \text{ joten } B = 32 - 8 = 24$$

Suurimman arvon suhteellinen summafrekvenssi on aina 100, joten $C = 100$.

$$75 + D = 100, \text{ joten } D = 100 - 75 = 25$$

Vastaus:

a) $A = 24, B = 2, C = 19, D = 48$

b) $A = 8, B = 24, C = 100, D = 25$

2.5

a)

Arvon 0 suhteellinen frekvenssi on $f\% = 20$.

20 % opiskelijoista ei myöhästynyt kertaakaan.

b)

Arvon 2 frekvenssi on $f = 6$.

Kuusi opiskelijaa myöhästyi kahtena aamuna.

c)

Arvon 3 summafrekvenssi on $sf = 22$.

22 opiskelijaa myöhästyi korkeintaan kolmena aamuna.

d)

Arvon 2 suhteellinen summafrekvenssi on $sf\% = 76$.

76 % opiskelijoista myöhästyi enintään kahtena aamuna.

e)

Lasketaan arvojen 4 ja 5 suhteelliset frekvenssit $f\%$ yhteen.

$$8 + 4 = 12$$

Neljänä tai viitenä aamuna myöhästyneitä oli yhteensä 12 % opiskelijoista.

12 % opiskelijoista myöhästyi vähintään neljänä aamuna.

Vastaus:

a) 20 %

b) 6 opiskelijaa

c) 22 opiskelijaa

d) 76 %

e) 12 %

2.6

a)

Katsottujen elokuvien lukumäärä	f	$f\%$
0	6	12
1	15	30
2	14	28
3	8	16
4	5	10
5	2	4

Arvon 1 frekvenssi (f tai $f\%$) on suurin, joten moodi on 1 (elokuva).

Mediaanin määrittämiseksi lasketaan taulukkoon suhteelliset summafrekvenssit.

Katsottujen elokuvien lukumäärä	f	$f\%$	$sf\%$
0	6	12	12
1	15	30	42
2	14	28	70
3	8	16	86
4	5	10	96
5	2	4	100

Arvon 2 suhteellinen summafrekvenssi ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 50 %.

Mediaani on siis 2 (elokuva).

b)

Moodin $M_o = 1$ perusteella tyypillisin viikon aikana katsottujen elokuvien lukumäärä oli vastaajilla 1 elokuva.

Mediaanin $M_d = 2$ perusteella puolet vastaajista katsoivat viikon aikana korkeintaan kaksi elokuvaa ja puolet vähintään kaksi elokuvaa.

Vastaus:

a) $M_o = 1$ (elokuva), $M_d = 2$ (elokuva)

b) Tyypillisin katsottujen elokuvien lukumäärä on yksi. Puolet vastaajista katsoivat korkeintaan/vähintään kaksi elokuvaa.

2.7

Pylväskuvaajan pystyakselin merkinnöistä nähdään, että pylväskuvaajassa on kuvattu pistemäärien frekvenssejä f .

Luetaan pistemäärien frekvenssit pystyakselilta ja kirjataan ne taulukkoon.

Pistemäärä x	f
0	2
1	4
2	3
3	8
4	12
5	6
6	3

Määritetään muut frekvenssijakaumat taulukkolaskentaohjelmalla. Katso tarvittaessa ohjeet Esimerkin 3 videolta.

Lasketaan frekvenssien summa.

	A	B	C
1	x	f	
2	0	2	
3	1	4	
4	2	3	
5	3	8	
6	4	12	
7	5	6	
8	6	3	
9		=SUMMA(B2:B8)	

	A	B
1	x	f
2	0	2
3	1	4
4	2	3
5	3	8
6	4	12
7	5	6
8	6	3
9		38

Havaintoja on yhteensä 38 kappaletta.

Lasketaan suhteelliset frekvenssit eli frekvenssien prosenttiosuudet kokonaismäärästä 38.

	A	B	C
1	x	f	$f\%$
2	0	2	=B2/38
3	1	4	
4	2	3	
5	3	8	
6	4	12	
7	5	6	
8	6	3	
9		38	

→
Kopioi kaava.
Muotoile
prosentteiksi.

	A	B	C
1	x	f	$f\%$
2	0	2	5,3%
3	1	4	10,5%
4	2	3	7,9%
5	3	8	21,1%
6	4	12	31,6%
7	5	6	15,8%
8	6	3	7,9%
9		38	

Lasketaan summafrekvenssit.

	A	B	C	D
1	X	f	f %	sf
2	0	2	5,3%	2
3	1	4	10,5%	=D2+B3
4	2	3	7,9%	
5	3	8	21,1%	
6	4	12	31,6%	
7	5	6	15,8%	
8	6	3	7,9%	
9		38		

	A	B	C	D
1	X	f	f %	sf
2	0	2	5,3%	2
3	1	4	10,5%	6
4	2	3	7,9%	9
5	3	8	21,1%	17
6	4	12	31,6%	29
7	5	6	15,8%	35
8	6	3	7,9%	38
9		38		

Lasketaan suhteelliset summafrekvenssit eli summafrekvenssien prosenttiosuudet kokonaismäärästä 38.

	A	B	C	D	E
1	X	f	f %	sf	sf %
2	0	2	5,3%	2	=D2/38
3	1	4	10,5%	6	
4	2	3	7,9%	9	
5	3	8	21,1%	17	
6	4	12	31,6%	29	
7	5	6	15,8%	35	
8	6	3	7,9%	38	
9		38			



Kopioi kaava.

Muotoile prosentteiksi.

	A	B	C	D	E
1	X	f	f %	sf	sf %
2	0	2	5,3%	2	5,3%
3	1	4	10,5%	6	15,8%
4	2	3	7,9%	9	23,7%
5	3	8	21,1%	17	44,7%
6	4	12	31,6%	29	76,3%
7	5	6	15,8%	35	92,1%
8	6	3	7,9%	38	100,0%
9		38			

Huomaa: suhteelliset frekvenssit ($f\%$ ja $sf\%$) pyydettiin yhden desimaalin tarkkuudella.

Vastaus:

X	f	f %	sf	sf %
0	2	5,3%	2	5,3%
1	4	10,5%	6	15,8%
2	3	7,9%	9	23,7%
3	8	21,1%	17	44,7%
4	12	31,6%	29	76,3%
5	6	15,8%	35	92,1%
6	3	7,9%	38	100,0%

2.8

a)

Määritetään puuttuvat frekvenssijakaumat taulukkolaskentaohjelmalla.

Katso tarvittaessa ohjeet Esimerkin 3 videolta.

Lasketaan frekvenssien summa.

	A	B	C
1	X	f	f %
2	2	125	
3	3	48	
4	4	92	
5	5	39	
6	6	20	
7	7	16	
8		=SUMMA(B2:B7)	

	A	B
1	X	f
2	2	125
3	3	48
4	4	92
5	5	39
6	6	20
7	7	16
8		340

Havaintoja, eli vastauksia, on yhteensä 340 kappaletta.

Lasketaan suhteelliset frekvenssit eli frekvenssien prosentiosuudet kokonaismäärästä 340.

	A	B	C
1	X	f	f %
2	2	125	=B2/340
3	3	48	
4	4	92	
5	5	39	
6	6	20	
7	7	16	
8		340	

→

Kopioi kaava.
Muotoile prosentteiksi.

	A	B	C
1	X	f	f %
2	2	125	37%
3	3	48	14%
4	4	92	27%
5	5	39	11%
6	6	20	6%
7	7	16	5%
8		340	

Lasketaan summafrekvenssit.

	A	B	C	D
1	X	f	f %	sf
2	2	125	37%	125
3	3	48	14%	=D2+B3
4	4	92	27%	
5	5	39	11%	
6	6	20	6%	
7	7	16	5%	
8		340		

	A	B	C	D
1	X	f	f %	sf
2	2	125	37%	125
3	3	48	14%	173
4	4	92	27%	265
5	5	39	11%	304
6	6	20	6%	324
7	7	16	5%	340
8		340		

Lasketaan suhteelliset summafrekvenssit eli summafrekvenssien prosentiosuudet kokonaismäärästä 340.

	A	B	C	D	E
1	X	f	f %	sf	sf %
2	2	125	37%	125	=D2/340
3	3	48	14%	173	
4	4	92	27%	265	
5	5	39	11%	304	
6	6	20	6%	324	
7	7	16	5%	340	
8		340			

→

Kopioi kaava.
Muotoile prosentteiksi.

	A	B	C	D	E
1	X	f	f %	Sf	Sf %
2	2	125	37%	125	37%
3	3	48	14%	173	51%
4	4	92	27%	265	78%
5	5	39	11%	304	89%
6	6	20	6%	324	95%
7	7	16	5%	340	100%
8		340			

b)

Arvon 2 frekvenssi (f tai f %) on suurin, joten moodi on 2 (kertaa).

Arvon 3 suhteellinen summafrekvenssi sf % = 51 ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 50 %.

Mediaani on siis 3 (kertaa).

Vastaus:

a)

X	f	f %	Sf	Sf %
2	125	37%	125	37%
3	48	14%	173	51%
4	92	27%	265	78%
5	39	11%	304	89%
6	20	6%	324	95%
7	16	5%	340	100%

b) Mo = 2 (kertaa), Md = 3 (kertaa)

2.9

Käytetään tehtävän ratkaisuun taulukkolaskentaohjelmaa.

a)

Lasketaan frekvenssien summa.

	A	B	
1	Koko	<i>f</i>	
2	36	5	
3	37	8	
4	38	15	
5	39	28	
6	40	16	
7	41	31	
8	42	9	
9	43	12	
10	44	6	
11		=SUMMA(B2:B10)	

	A	B
1	Koko	<i>f</i>
2	36	5
3	37	8
4	38	15
5	39	28
6	40	16
7	41	31
8	42	9
9	43	12
10	44	6
11		130

Havaintoja on yhteensä 130, eli varastossa on yhteensä 130 kenkäparia.

b)

Arvon 41 frekvenssi on suurin (31 kpl), joten varastossa on eniten koon 41 kenkiä.

c)

Mediaania varten lasketaan summafrekvenssit.

	A	B	C
1	Koko	<i>f</i>	<i>sf</i>
2	36	5	5
3	37	8	=C2+B3
4	38	15	
5	39	28	
6	40	16	
7	41	31	
8	42	9	
9	43	12	
10	44	6	
11		130	

→ Kopioi kaava.

	A	B	C
1	Koko	<i>f</i>	<i>sf</i>
2	36	5	5
3	37	8	13
4	38	15	28
5	39	28	56
6	40	16	72
7	41	31	103
8	42	9	112
9	43	12	124
10	44	6	130
11		130	

Havaintoja on yhteensä 130 kappaletta. Tästä puolet on $130 : 2 = 65$ kpl.

Arvon 40 summafrekvenssi $sf = 72$ ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 65 kpl.

Kenkien koon mediaani on siis 40.

Vastaus:

- a) 130 kenkäparia
- b) Kokoa 41.
- c) $M_d = 40$

2.10

Luetaan kuvaajaa:

a)

Arvon $x = 80$ suhteellinen summafrequenssi on noin 30 %.

30 % akuista kesti alle 80 tuntia.

b)

Arvon $x = 100$ suhteellinen summafrequenssi on noin 65 %.

65 % akuista kesti alle 100 tuntia.

Tällöin vähintään 100 tuntia kestäviä akkuja on $100 \% - 65 \% = 35 \%$.

35 % akuista kesti vähintään 100 tuntia.

c)

Arvon $x = 90$ suhteellinen summafrequenssi on noin 50 %.

Akun keston mediaani on siis 90 tuntia.

Puolet testatuista akuista kestää korkeintaan 90 tuntia ja puolet vähintään 90 tuntia.

Vastaus:

a) 30 %

b) 35 %

c) $M_d \approx 90$ tuntia

Puolet testierän puhelinten akuista kestää korkeintaan 90 tuntia ja puolet vähintään 90 tuntia.

2.11

Luetaan frekvenssitaulukkoa:

a)

Arvon 4 summafrekvenssi on $sf = 186$.

186 vastaajaa pesi hiuksensa korkeintaan 4 kertaa viikossa.

b)

Arvon 6 suhteellinen frekvenssi on 8 %.

Arvon 7 suhteellinen frekvenssi on 4 %.

Vähintään 6 kertaa viikossa hiuksensa peseviä on yhteensä 8 % + 4 % = 12 %.

c)

Suurimman arvon 7 summafrekvenssi on $sf = 240$.

Frekvenssien summa on siis 240.

Yhteensä 240 henkilöä vastasi kyselyyn.

d)

pesukertoja viikossa	f	$f\%$	sf	$sf\%$
1	12	5	12	5
2	32	13	44	18
3	78	33	122	51
4	64	27	186	78
5	26	11	212	88
6	18	8	230	96
7	10	4	240	100

Arvon 3 frekvenssi on suurin, joten pesukertojen moodi on 3 kertaa.

Arvon 3 suhteellinen summafrekvenssi saavuttaa ensimmäisenä puolivälin eli arvon 50 %.

Pesukertojen mediaani on siis 3 kertaa.

Vastaus:

a) 186 vastaajaa

b) 12 %

c) 240 henkilöä

d) $Mo = 3$ (kertaa), $Md = 3$ (kertaa)

2.12

a)

Arvon "koira" frekvenssi on suurin.

Aineiston A moodi on koira.

b)

Arvon 1 frekvenssi on suurin. Aineiston B moodi on siis 1 (lemmikki).

Mediaania varten lasketaan taulukkoon summafrekvenssit.

Lukumäärä	f	sf
0	2	2
1	13	15
2	7	22
3	3	25

Suurimman arvon summafrekvenssistä nähdään, että havaintoja on yhteensä 25.

Puolet havainnoista on $25 : 2 = 12,5$.

Lukumäärä	f	sf
0	2	2
1	13	15
2	7	22
3	3	25

Arvon 1 summafrekvenssi on ensimmäinen, joka saavuttaa puolivälin eli arvon 12,5.

Aineiston B mediaani on siis 1 (lemmikki).

c)

Aineistossa A muuttujan arvot ovat "kissa", "koira", "muu lemmikki" ja "ei lemmikki".

Muuttujan arvoilla ei ole suuruus- tai paremmuusjärjestystä.

Mediaanin määrittämiseksi arvot on asetettava suuruusjärjestykseen.

Tästä syystä mediaania ei ole mahdollista määrittää aineistosta A.

Vastaus:

a) $M_0 = \text{koira}$

b) $M_0 = 1, M_d = 1$

c) Aineistossa A muuttujan arvoilla ei ole suuruus- tai paremmuusjärjestystä.

2.13

a)

Lasketaan, kuinka monta kertaa kukin silmäluku esiintyy aineistossa.
Kootaan tiedot taulukkaan.

Silmäluku	f
1	5
2	2
3	5
4	8
5	8
6	2

Noppaa heitettiin yhteensä 30 kertaa. Tarkistus: $5 + 2 + 5 + 8 + 8 + 2 = 30$

b)

Moodi on se silmäluku, jonka frekvenssi on suurin.

Silmäluvut 4 ja 5 esiintyvät molemmat 8 kertaa, ja muut silmäluvut vähemmän kertoja.

Aineistossa on kaksi moodia: 4 ja 5.

c)

Tapa 1. Mediaania varten lasketaan taulukkaan summafrekvenssit.

Silmäluku	f	sf
1	5	5
2	2	7
3	5	12
4	8	20
5	8	28
6	2	30

Havaintoja on yhteensä 30. Puolet tästä määrästä on $30 : 2 = 15$.

Silmäluvun 4 summafrekvenssi ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 15.

Aineiston mediaani on siis 4.

Tapa 2. Kirjoitetaan heittotulokset suuruusjärjestykseen.

1 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3 4 4 **4 4** 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6

Keskimmäiset arvot ovat 4 ja 4, joten mediaani on 4.

Vastaus: b) $Mo = 4$ ja $Mo = 5$ c) $Md = 4$

2.14

Alla esitetyt frekvenssitaulukot ovat esimerkkejä sopivista luvuista.

Kun tehtävänannossa pyydetään esimerkkiä, muista perustella, että antamasi esimerkki täyttää tehtävänannossa annetun ehdon.

a)

Kaksi moodia:

Muuttuja x	f
1	4
2	7
3	7
4	2

Frekvenssien summa on $4 + 7 + 7 + 2 = 20$. Havaintoja on siis yhteensä 20.

Moodi on se arvo, jonka frekvenssi on suurin.

Arvot 2 ja 3 esiintyvät molemmat 7 kertaa, ja muut arvot vähemmän kertoja.

Aineistossa on siis kaksi moodia: $Mo = 2$ ja $Mo = 3$.

b)

Moodi ja mediaani yhtä suuret:

Muuttuja x	f
1	2
2	9
3	4
4	5

Frekvenssien summa on $2 + 9 + 4 + 5 = 20$. Havaintoja on siis yhteensä 20.

Moodi on se arvo, jonka frekvenssi on suurin, joten $Mo = 2$.

Muuttuja x	f	sf
1	2	2
2	9	11
3	4	15
4	5	20

Puolet havainnoista on $20 : 2 = 10$.

Arvon 2 summafrekvenssi $sf = 11$ on ensimmäinen, joka ylittää puolivälin eli arvon 10.

Mediaani on siis $Md = 2$.

c)

Moodi on pienempi kuin mediaani:

Muuttuja x	f
1	7
2	1
3	6
4	6

Frekvenssien summa on $7 + 1 + 6 + 6 = 20$. Havaintoja on siis yhteensä 20.

Moodi on se arvo, jonka frekvenssi on suurin, joten $M_o = 1$.

Muuttuja x	f	sf
1	7	7
2	1	8
3	6	14
4	6	20

Puolet havainnoista on $20 : 2 = 10$.

Arvon 3 summafrekvenssi $sf = 14$ on ensimmäinen, joka ylittää puolivälin eli arvon 10.

Mediaani on siis $M_d = 3$.

Moodi on pienempi kuin mediaani ($1 < 3$).

2.15

a)

Vuoden 2020 taulukon mukaan:

$$238\,258 + 218\,750 + 71\,378 + 27\,666 = 556\,052$$

Vuonna 2020 Suomessa oli yhteensä 556 052 lapsiperhettä.

b)

Vuonna 2020 yksilapsisia perheitä oli 238 258.

Prosentteina tämä on

$$\frac{238\,258}{556\,052} = 0,4284 \dots \approx 42,8 \%$$

Vuoden 2000 taulukon mukaan yksilapsisia perheitä oli 43,8 %.

Lasketaan ero prosenttiyksiköissä:

$$43,8 \% - 42,8 \% = 1,0 \text{ prosenttiyksikkö}$$

Vuonna 2000 näitä perheitä oli 1,0 prosenttiyksikköä enemmän kuin vuonna 2020.

c)

Vuonna 2000 korkeintaan kaksilapsisia perheitä oli yhteensä $43,8 \% + 37,7 \% = 81,5 \%$.

Vuonna 2020 näitä perheitä oli yhteensä $238\,258 + 218\,750 = 457\,008$.

Prosentteina tämä on

$$\frac{457\,008}{556\,052} = 0,8218 \dots \approx 82,2 \%$$

Koska $82,2 \% > 81,5 \%$, niin suhteessa enemmän näitä perheitä oli vuonna 2020.

d)

Vuonna 2000 perheitä, joissa on lapsia 4 tai enemmän, oli 4,6 %.

Vuonna 2020 näitä perheitä oli 27 666.

Prosentteina tämä on

$$\frac{27\,666}{556\,052} = 0,0497 \dots \approx 5,0 \%$$

Koska $5,0 \% > 4,6 \%$, niin suhteessa enemmän näitä perheitä oli vuonna 2020.

Vastaukset:

- a) 556 052 lapsiperhettä
- b) 1,0 prosenttiyksikköä
- c) vuonna 2020
- d) vuonna 2020

2.16

a)

Levyjen kokonaismäärä on 100 %.

Lasketaan 18 kappaletta sisältävien levyjen prosenttiosuus:

$$100 \% - 4 \% - 10 \% - 18 \% - 24 \% - 22 \% - 16 \% = 6 \%$$

18 kappaleen levyjä on 6 %.

b)

Ympyrädiagrammin perusteella saadaan suhteellinen frekvenssijakauma $f\%$.

Levyjä julkaistiin yhteensä 250. Prosenttiosuuksien avulla saadaan lasketuksi frekvenssit f .

Kappaleita	$f\%$		f
12	4	$0,04 \cdot 250 = 10$	10
13	10	$0,10 \cdot 250 = 25$	25
14	18	$0,18 \cdot 250 = 45$	45
15	24	$0,24 \cdot 250 = 60$	60
16	22	$0,22 \cdot 250 = 55$	55
17	16	$0,16 \cdot 250 = 40$	40
18	6	$0,06 \cdot 250 = 15$	15

Lasketaan summafrequenssit ja niiden avulla suhteelliset summafrequenssit.

Kappaleita	$f\%$	f	sf		$sf\%$
12	4	10	10	$10/250 = 0,04 = 4 \%$	4
13	10	25	35	$35/250 = 0,14 = 14 \%$	14
14	18	45	80	$80/250 = 0,32 = 32 \%$	32
15	24	60	140	$140/250 = 0,56 = 56 \%$	56
16	22	55	195	$195/250 = 0,78 = 78 \%$	78
17	16	40	235	$235/250 = 0,94 = 94 \%$	94
18	6	15	250	$250/250 = 1 = 100 \%$	100

Suhteelliset summafrequenssit voidaan laskea myös summaamalla suhteellisia frekvenssejä $f\%$.

Vastaus:

a) 6 %

b)

Kappaleita	<i>f</i>	<i>f</i> %	<i>sf</i>	<i>sf</i> %
12	10	4	10	4
13	25	10	35	14
14	45	18	80	32
15	60	24	140	56
16	55	22	195	78
17	40	16	235	94
18	15	6	250	100

2.17

Muodostetaan frekvenssijakaumat taulukkolaskentaohjelmalla.
Katso tarvittaessa ohjeet Esimerkin 3 videolta.

Opiskelijoiden lukumäärä ilmaisee arvosanan frekvenssin f .


Lasketaan frekvenssien summa.

	A	B	C	D		A	B	C
1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f
2	I	1	1		2	I	1	1
3	A	5	5		3	A	5	5
4	B	9	9		4	B	9	9
5	C	20	20		5	C	20	20
6	M	23	23		6	M	23	23
7	E	7	7		7	E	7	7
8	L	2	2		8	L	2	2
9			=SUMMA(C2:C8)		9			67

Havaintoja, eli opiskelijoita, on yhteensä 67.

Lasketaan suhteelliset frekvenssit eli frekvenssien prosentiosuudet kokonaismäärästä 67.

	A	B	C	D		A	B	C	D
1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %
2	I	1	1	=C2/67	2	I	1	1	1,5%
3	A	5	5		3	A	5	5	7,5%
4	B	9	9		4	B	9	9	13,4%
5	C	20	20		5	C	20	20	29,9%
6	M	23	23		6	M	23	23	34,3%
7	E	7	7		7	E	7	7	10,4%
8	L	2	2		8	L	2	2	3,0%
9			67		9			67	



 Kopioi kaava.


 Muotoile prosentteiksi.

Lasketaan summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	sf	1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	sf
2	I	1	1	1,5%	1	2	I	1	1	1,5%	1
3	A	5	5	7,5%	=E2+C3	3	A	5	5	7,5%	6
4	B	9	9	13,4%		4	B	9	9	13,4%	15
5	C	20	20	29,9%		5	C	20	20	29,9%	35
6	M	23	23	34,3%		6	M	23	23	34,3%	58
7	E	7	7	10,4%		7	E	7	7	10,4%	65
8	L	2	2	3,0%		8	L	2	2	3,0%	67
9			67			9			67		

Lasketaan suhteelliset summafrekvenssit.

	A	B	C	D	E	F
1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	sf	sf %
2	I	1	1	1,5%	1	=E2/67
3	A	5	5	7,5%	6	
4	B	9	9	13,4%	15	
5	C	20	20	29,9%	35	
6	M	23	23	34,3%	58	
7	E	7	7	10,4%	65	
8	L	2	2	3,0%	67	
9			67			



 Kopioi kaava.

 Muotoile prosentteiksi.

	A	B	C	D	E	F
1	Arvosana	Opiskelijoiden lukumäärä	f	f %	sf	sf %
2	I	1	1	1,5%	1	1,5%
3	A	5	5	7,5%	6	9,0%
4	B	9	9	13,4%	15	22,4%
5	C	20	20	29,9%	35	52,2%
6	M	23	23	34,3%	58	86,6%
7	E	7	7	10,4%	65	97,0%
8	L	2	2	3,0%	67	100,0%
9			67			

a)

Arvon C summafrequenssi on $sf = 35$.

35 opiskelijaa sai korkeintaan arvosanan C.

b)

Vähintään arvosanan E saaneita opiskelijoita on yhteensä

$10,4\% + 3,0\% = 13,4\%$.

c)

Arvosanan M frekvenssi (f tai f %) on suurin, joten moodi on M.

Yleisin arvosana kokeessa oli M.

d)

Arvosanan C suhteellinen summafrequenssi $sf\% = 52,2$ ensimmäisenä ylittää puolivälin eli arvon 50 %.

Mediaani on siis C.

Puolet opiskelijoista sai arvosanaksi korkeintaan C:n ja puolet vähintään C:n.

Vastaus:

Arvosana	f	f %	sf	sf %
I	1	1,5%	1	1,5%
A	5	7,5%	6	9,0%
B	9	13,4%	15	22,4%
C	20	29,9%	35	52,2%
M	23	34,3%	58	86,6%
E	7	10,4%	65	97,0%
L	2	3,0%	67	100,0%

a) 35 opiskelijaa

b) 13,4 %

c) $M_o = M$. Yleisin arvosana oli M.

d) $M_d = C$. Puolet opiskelijoista sai arvosanaksi korkeintaan C:n ja puolet vähintään C.

2.18

Luetaan kuvaajaa:

a)

Arvon $x = 34$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 75 %.

75 % opiskelijoista käyttää juoksuun korkeintaan 34 minuuttia.

b)

Arvon $x = 40$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 90 %.

90 % opiskelijoista käyttää juoksuun korkeintaan 40 minuuttia.

Tällöin yli 40 minuuttia juoksuun käyttäviä opiskelijoita on $100 \% - 90 \% = 10 \%$.

10 % opiskelijoista käyttää juoksuun yli 40 minuuttia.

c)

Arvon $x = 30$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 50 %.

Juoksuaajan mediaani on siis 30 minuuttia.

d)

Arvon $x = 24$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 10 %.

10 % opiskelijoista käyttää juoksuun alle 24 minuuttia.

Juoksijoita on yhteensä 30.

$$10 \% = 0,10$$

$$0,10 \cdot 30 = 3$$

Kolme opiskelijaa käytti juoksuun alle 24 minuuttia.

Vastaus:

a) 75 %

b) 10 %

c) $M_d \approx 30$ min

d) 3 opiskelijaa

2.19

Luetaan kuvaajaa:

a)

Tyttöjen pelaikaa kuvaavan sinisen viivan perusteella, arvon $x = 7$ suhteellinen summafrequenssi on noin 50 %.

Tyttöjen pelituntien mediaani on noin 7 tuntia.

b)

Poikien pelaikaa kuvaavan punaisen viivan perusteella:

- arvon $x = 5$ suhteellinen summafrequenssi on noin 55 %
- arvon $x = 10$ suhteellinen summafrequenssi on noin 70 %.

Pojista 5 – 10 tuntia pelaavia on $70 \% - 55 \% = 15 \%$.

c)

Sinisen viivan perusteella arvon $x = 15$ suhteellinen summafrequenssi on noin 80 %.

80 % tytöistä pelaa alle 15 tuntia.

Tällöin vähintään 15 tuntia pelaavia tyttöjä on $100 \% - 80 \% = 20 \%$.

d)

Tyttöjen pelituntien mediaani on noin 7 tuntia (a-kohta).

Punaisen viivan perusteella, arvon $x = 4$ suhteellinen summafrequenssi on noin 50 %.

Poikien pelituntien mediaani on noin 4 tuntia.

Tyttöjen mediaani on suurempi kuin poikien ($7 > 4$).

Tämän perusteella tytöt pelaavat keskimäärin poikia enemmän.

Vastaus:

- a)** $M_d \approx 7$ tuntia
- b)** 15 %
- c)** 20 %
- d)** Tytöt.

2.20

Luetaan kuvaajaa:

a)

Arvon $x = 168$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 50 %.

Kerholaisten mediaanipituus on noin 168 cm.

b)

Arvon $x = 163$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 25 %.

Arvoa 163 pienempiä arvoja on 25 %.

Kerholaisten pituuden alakvartiili on noin 163 cm.

c)

Arvon $x = 173$ suhteellinen summafrekvenssi on noin 75 %.

Arvoa 173 pienempiä arvoja on 75 %, joten tätä arvoa suurempia arvoja on 25 %.

Kerholaisten pituuden yläkvartiili on siis noin 173 cm.

Vastaus:

a) $Md \approx 168$ cm

b) $Q_1 \approx 163$ cm

c) $Q_3 \approx 173$ cm